

العلاقات والدوال العكسية والجذرية

Inverses and Radical Functions and Relations

الفصل 4

فيما سبق

درست تبسيط كثيرات الحدود.

والآن

- أجد معكوس دالة، وتركيب دالتين.
- أمثل بيانياً دوال ومتباينات الجذر التربيعي وأحلها.
- أبسح معادلات تتضمن جذوراً وأسساً نسبية وأحلها.

لماذا؟

إدارة الموارد المالية

يعد ربط إدارة الموارد المالية بالرياضيات مهارة، وإذا أتقنتها فإنك ستستفيد منها في مجالات حياتك المختلفة. إن تعلم إدارة مواردك المالية يساعدك على وضع ميزانية والعيش ضمن حدودها، وسوف تتعرض في هذا الفصل لمواقف مالية مثل: التوفير، التضخم، صرف العملة.



المطويات

منظم أفكار

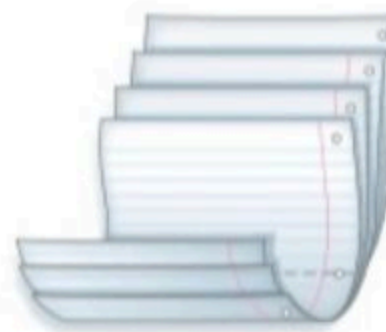
العلاقات والدوال العكسية والجذرية، اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول العلاقات والدوال العكسية والجذرية، مبتدئاً بأربع أوراق من دفتر الملاحظات.

3 عندما تتأكد من تساوي المسافات بين الحواف، اثن الأوراق جيداً، ثم ثبتها على طول خط الطي، ثم اقلب المطوية وكتب عنوان الفصل وعناوين الدروس كما في الشكل.

2 اطو أسفل الورقات الأربع إلى أعلى، وحاذ الحواف بحيث تكون المسافات بين نهايات جميع الأوراق متساوية.

1 ثبت الأوراق الأربع بعضها فوق بعض، بحيث تعلق كل ورقة الورقة التي أمامها بمقدار 2.5 سم.

العلاقات والدوال العكسية والجذرية
1 الملاحظات على الدوال
2 العلاقات والدوال العكسية
3 دوال ومتباينات الجذر التربيعي
4 الجذر التربيعي
5 الملاحظات على التمارين الجذرية
6 الأمثلة التوضيحية
7 حل المسائل والتحديات الجذرية



التهيئة

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\pm 2\sqrt{7} = \sqrt{28} \quad (1)$$

$$\pm \frac{5}{2} = \sqrt{\frac{25}{4}} \quad (2)$$

(3)

طاقة حركية ، يمكن تحديد سرعة كرة بالمعادلة

$$v = \sqrt{\frac{2KE}{m}}, \text{ حيث } (KE) \text{ تشير إلى الطاقة الحركية للكرة،}$$

(m) إلى كتلة الكرة. بسّط هذه المعادلة معتبراً كتلة الكرة

. 50 kg

$$v = \pm \frac{1}{5} \sqrt{KE}$$

بسّط كلّاً من العبارات الآتية مستعملاً القسمة التركيبية:

$$(5x^2 - 22x - 15) \div (x - 5) \quad (4)$$

$$5x + 3$$

$$(3x^2 + 14x - 12) \div (x + 4) \quad (5)$$

$$3x + 2 - \frac{20}{x + 4}$$

$$(2x^3 - 7x^2 - 36x + 36) \div (x - 6) \quad (6)$$

$$2x^2 + 5x - 6$$

$$(3x^4 - 13x^3 + 17x^2 - 18x + 15) \div (x - 3) \quad (7)$$

$$3x^2 - 4x^2 + 5x - 3 + \frac{6}{x - 3}$$

(8)

مبيعات: يمكن تقدير عدد السلع المباعة من متجر بالمعادلة $n = \frac{4000x^2}{x^2 + 50}$ ، حيث x تمثل المبلغ الذي أنفق بمئات الريالات على الدعاية، n عدد السلع المباعة.

(a) أجرِ عملية القسمة المشار إليها بالعلاقة $\frac{4000x^2}{x^2 + 50}$

(b) ما العدد التقريبي للسلع التي ستباع، إذا أنفق المتجر 1000 ريال على الدعاية؟

$$4000 - \frac{200000}{x^2 + 50} \quad (a)$$

$$2667 \text{ تقريباً} \quad (b)$$



إذا كان $f(x) = x^2 + 5x - 2$, $g(x) = 3x - 2$ ، فأوجد كل دالة فيما يأتي:

$$(f + g)(x) \quad (1A)$$

$$(f + g)(x) = x^2 + 8x - 4$$

$$(f - g)(x) \quad (1B)$$

$$(f - g)(x) = x^2 + 2x$$

$$(f \cdot g)(x) \quad (2A)$$

$$(f \cdot g)(x) = x^3 - 3x^2 - 26x + 8$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) \quad (2B)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2 - 7x + 2}{x + 4}, \quad x \neq -4$$

أوجد $[f \circ g](x)$, $[g \circ f](x)$, لكل زوج من الدوال الآتية، إذا كان ذلك ممكناً:

$$\mathbf{f(x) = \{(3, -2), (-1, -5), (4, 7), (10, 8)\} \quad (3A)}$$

$$g(x) = \{(4, 3), (2, -1), (9, 4), (3, 10)\}$$

$$\mathbf{f \circ g = \{(4, -2), (2, -5), (9, 7), (3, 8)\}}$$

$g \circ f$ غير معرفة

$$\mathbf{f(x) = x^2 + 2 \quad , \quad g(x) = x - 6 \quad (3B)}$$

$$[f \circ g](x) = \mathbf{x^2 - 4}$$

(4)

تسوق: يقدم محل أجهزة كهربائية عرضين معاً على جهاز كهربائي هما: خصم 35 ريالاً، وتخفيض نسبه 15%، فإذا كان سعر الجهاز الأصلي 300 ريال، فأيهما يعطي سعراً أقل: تطبيق التخفيض قبل الخصم أم بعده؟

تطبيق التخفيض قبل الخصم يعطي سعراً أقل بـ 5.25 ريال



أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x)$, $g(x)$ في كل مما يأتي:

$$(1) \quad f(x) = x + 2, \quad g(x) = 3x - 1$$

$$(f + g)(x) = 4x + 1$$

$$(f - g)(x) = -2x + 3$$

$$(f \cdot g)(x) = 3x^2 + 5x - 2$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{x+2}{3x-1}\right), \quad x \neq \frac{1}{3}$$

$$(2) \quad f(x) = x^2 - 5, \quad g(x) = -x + 8$$

$$(f + g)(x) = x^2 - x + 3$$

$$(f - g)(x) = x^2 + x - 13$$

$$(f \cdot g)(x) = -x^3 + 8x^2 + 5x - 40$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{x^2 - 5}{-x + 8}\right), \quad x \neq 8$$

أوجد $f \circ g$, $g \circ f$ لكل زوج من الدوال الآتية، إذا كان ذلك ممكناً:

$$(3) \quad f = \{(2, 5), (6, 10), (12, 9), (7, 6)\}$$

$$g = \{(9, 11), (6, 15), (10, 13), (5, 8)\}$$

$f \circ g$ ، غير معرفة

$$(g \circ f) = \{(2, 8), (6, 13), (12, 11), (7, 15)\}$$

$$f = \{(-5, 4), (14, 8), (12, 1), (0, -3)\} \quad (4)$$

$$g = \{(-2, -4), (-3, 2), (-1, 13), (5, -6)\}$$

$f \circ g$ ، غير معرفة

$$(g \circ f) = \{(0, 2)\}$$

أوجد $[f \circ g](x)$ ، $[g \circ f](x)$ في كل مما يأتي، إذا كان ذلك ممكناً.

$$f(x) = -3x , \quad g(x) = 5x - 6 \quad (5)$$

$$[f \circ g](x) = -15x + 18$$

$$[g \circ f](x) = -15x - 6$$

$$f(x) = x + 4 , \quad g(x) = x^2 + 3x - 10 \quad (6)$$

$$[f \circ g](x) = x^2 + 3x - 6$$

$$[g \circ f](x) = x^2 + 11x + 18$$

(7)

ادخاره: يُقتطع ما نسبته 8% من راتب موظف للادخار. ويستطيع الموظف أن يختار بحيث يكون الاقتطاع قبل تسديده قسطاً آخر قيمته 17.5% من الراتب، أو بعده. فإذا كان راتب الموظف قبل الاقتطاع وتسديد القسط 9500 ريال، فهل يكون ادخاره أكثر إذا كان الاقتطاع قبل تسديد القسط أم بعده؟ وضح إجابتك.

يكون ادخاره أكثر إذا كان الاقتطاع قبل تسديد القسط، لأن المبلغ المدخر قبل تسديد القسط هو 750 ريالاً وبعد تسديد القسط هو 627 ريالاً

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x)$, $g(x)$ في كل مما يأتي:

$$f(x) = x - 1, \quad g(x) = 5x - 2 \quad (8)$$

$$(f + g)(x) = 6x - 3$$

$$(f - g)(x) = -4x + 1$$

$$(f \cdot g)(x) = 5x^2 - 7x + 2$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{x-1}{5x-2}\right), \quad x \neq \frac{2}{5}$$

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = -x + 1 \quad (9)$$

$$(f + g)(x) = x^2 - x + 1$$

$$(f - g)(x) = x^2 + x - 1$$

$$(f \cdot g)(x) = -x^3 + x^2$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{x^2}{-x+1}\right), \quad x \neq 1$$

$$f(x) = 3x^2 - 4, \quad g(x) = x^2 - 8x + 4 \quad (10)$$

$$(f + g)(x) = 4x^2 - 8x$$

$$(f - g)(x) = 2x^2 + 8x - 8$$

$$(f \cdot g)(x) = 3x^4 - 24x^3 + 8x^2 + 32x - 16$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{3x^2 - 4}{x^2 - 8x + 4}\right), \quad x \neq 4 \pm 2\sqrt{3}$$

(11)

(11) **رياضة المشي:** يمشي راشد على ممر متحرك. فإذا كانت سرعته يُعبر عنها بالدالة: $I(x) = 3x - 4$ ، وسرعة الممر المتحرك يعبر عنها بالدالة: $W(x) = 4x + 7$ ، حيث x الزمن بالثواني.

(a) ما الدالة التي تعبّر عن سرعته الكلية إذا كان يمشي في اتجاه سير الممر المتحرك؟

(b) ما الدالة التي تعبّر عن سرعته الكلية إذا مشى في عكس اتجاه سير الممر المتحرك؟

$$(W + I)(x) = 7x + 3 \quad (a)$$

$$(I - W)(x) = -x - 11 \quad (b)$$

أوجد $f \circ g$, $g \circ f$ لكل زوج من الدوال الآتية، إذا كان ذلك ممكناً:

$$f = \{(-8, -4), (0, 4), (2, 6), (-6, -2)\} \quad (12)$$

$$g = \{(4, -4), (-2, -1), (-4, 0), (6, -5)\}$$

$$(g \circ f) = \{(-8, 0), (0, -4), (2, -5), (-6, -1)\}$$

$$f = \{(5, 13), (-4, -2), (-8, -11), (3, 1)\} \quad (13)$$

$$g = \{(-8, 2), (-4, 1), (3, -3), (5, 7)\}$$

$f \circ g$ ، غير معرفة

$g \circ f$ ، غير معرفة

$$f = \{(-4, -14), (0, -6), (-6, -18), (2, -2)\} \quad (14)$$

$$g = \{(-6, 1), (-18, 13), (-14, 9), (-2, -3)\}$$

$f \circ g$ ، غير معرفة

$$(g \circ f) = \{(-4, 9), (0, 1), (-6, 13), (2, -3)\}$$

$$f = \{(-1, 11), (2, -2), (5, -7), (4, -4)\} \quad (15)$$

$$g = \{(5, -4), (4, -3), (-1, 2), (2, 3)\}$$

$$(f \circ g) = \{(-1, -2)\}$$

$g \circ f$ ، غير معرفة

أوجد $[f \circ g](x)$ ، $[g \circ f](x)$ في كل مما يأتي، إذا كان ذلك ممكناً:

$$f(x) = 2x^2 - x + 1, \quad g(x) = 4x + 3 \quad (16)$$

$$[f \circ g](x) = 32x^2 + 44x + 16$$

$$[g \circ f](x) = 8x^2 - 4x + 7$$

$$f(x) = 4x - 1, \quad g(x) = x^3 + 2 \quad (17)$$

$$[f \circ g](x) = 4x^3 + 7$$

$$[g \circ f](x) = 64x^3 - 48x^2 + 12x + 1$$

$$f(x) = 2x^2, \quad g(x) = 8x^2 + 3x \quad (18)$$

$$[f \circ g](x) = 128x^4 + 96x^3 + 18x^2$$

$$[g \circ f](x) = 32x^4 + 6x^2$$

(19)

صناعة: ينتج مصنع نوعاً من الفناجين. فإذا كان ثمن بيع x فنجان يُعبر عنه بالدالة: $r(x) = 6.5x$ وتكلفة إنتاج x فنجان يُعبر عنها بالدالة: $c(x) = 0.75x + 1850$.

(a) اكتب الدالة $p(x)$ التي تعبر عن ربح المصنع إذا باع x فنجان.

(b) أوجد ربح المصنع عند بيع 500 فنجان و 1000 فنجان و 5000 فنجان.

$$P(x) = 5.75x - 1850 \quad (a)$$

$$P(500) = 1025 \quad ; \quad P(1000) = 3900 \quad ; \quad P(5000) = 26900 \quad (b)$$

(20)

تسوق: يرغب سامر في شراء تلفاز ذي شاشة مسطحة معروض للبيع بخخص نسبة 35% من السعر الأصلي. فإذا كان سعره الأصلي 2299 ريالاً، ويضاف إليه 6.25% بدل ضمان بعد الخصم.

(a) اكتب دالتين: الأولى تمثل سعر التلفاز بعد الخصم $p(x)$ ، والثانية سعر التلفاز بعد إضافة بدل الضمان $t(x)$.

(b) أي الدالتين الآتيتين يمثل سعر التلفاز النهائي: $[p \circ t](x)$ ، أم $[t \circ p](x)$ ؟ وضع إجابتك.

(c) كم سيدفع سامر ثمنًا للتلفاز؟

$$P(x) = 0.65x \quad ; \quad t(x) = 1.0625 \quad (a)$$

(b) بما أن $[p \circ t](x) = [t \circ p](x)$ ، فكل الدالتين تمثل سعر التلفاز النهائي

(c) ثمن التلفاز: 1587.75 ريال

إذا كان $f(x) = x^2 + x - 12$ ، $g(x) = x - 3$ فأوجد كل دالة فيما يأتي، وحدد مجالها:

$$(f - g)(x) \quad (21)$$

$$(f - g)(x) = x^2 - 9$$

المجال = مجموعة الاعداد الحقيقية

$$2(g \cdot f)(x) \quad (22)$$

$$2(g \cdot f)(x) = 2x^3 - 4x^2 - 30x + 72$$

المجال = مجموعة الاعداد الحقيقية

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) \quad (23)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x + 4$$

$$\{x \mid x \neq 3\} = \text{المجال}$$

إذا كان $f(x) = 5x$, $g(x) = -2x + 1$, $h(x) = x^2 + 6x + 8$ فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$$-69 = g[h(3)] \quad (24)$$

$$483 = h[f(-5)] \quad (25)$$

$$2303 = h[f(9)] \quad (26)$$

$$-30a + 5 = f[g(3a)] \quad (27)$$

$$5a^2 + 70a + 240 = f[h(a + 4)] \quad (28)$$

$$-10a^2 + 10a + 1 = g[f(a^2 - a)] \quad (29)$$

$$(30)$$

 تمثيلات متعددة: لتكن $f(x) = x^2$, $g(x) = x$.

(a) جدولياً: أنشئ جدولاً يبين بعض قيم الدوال: $f(x)$, $g(x)$, $(f + g)(x)$, $(f - g)(x)$.

(b) بيانياً: مثل بيانياً الدوال $f(x)$, $g(x)$, $(f + g)(x)$ على مستوى إحداثي واحد.

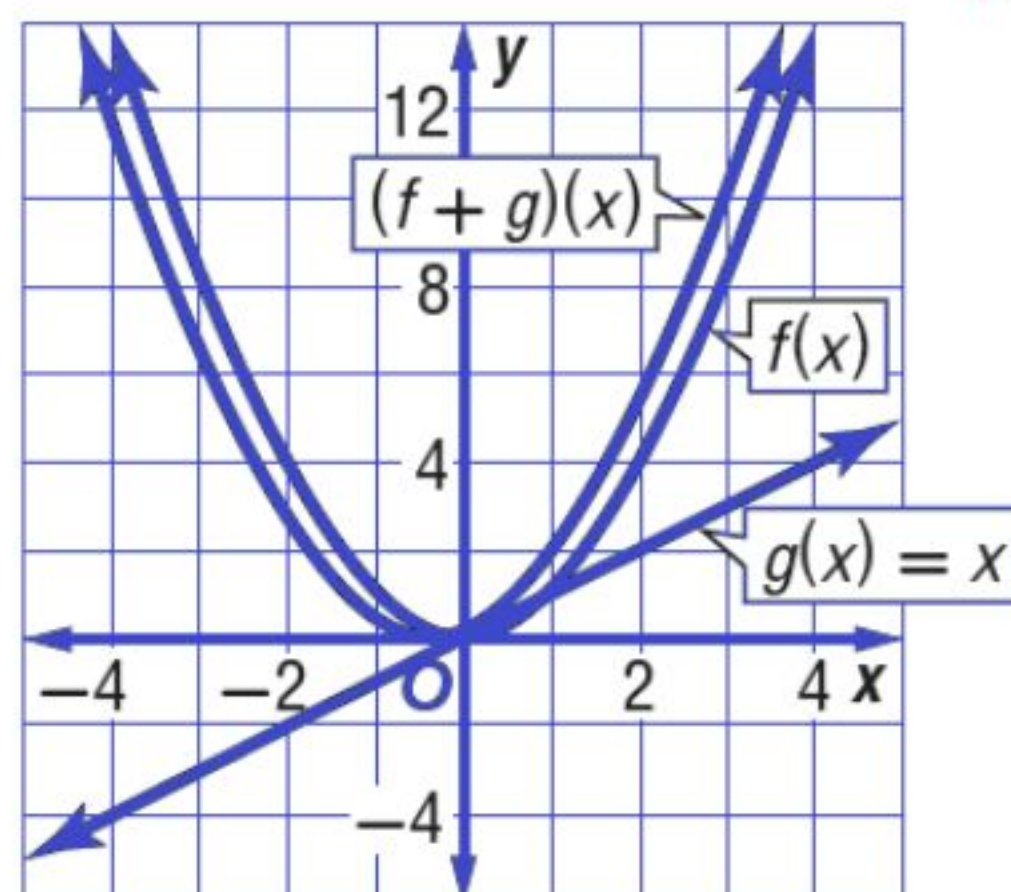
(c) بيانياً: مثل بيانياً الدوال $f(x)$, $g(x)$, $(f - g)(x)$ على مستوى إحداثي واحد.

(d) لفضياً: صف العلاقة بين التمثيلات البيانية للدوال $f(x)$, $g(x)$, $(f + g)(x)$, $(f - g)(x)$.

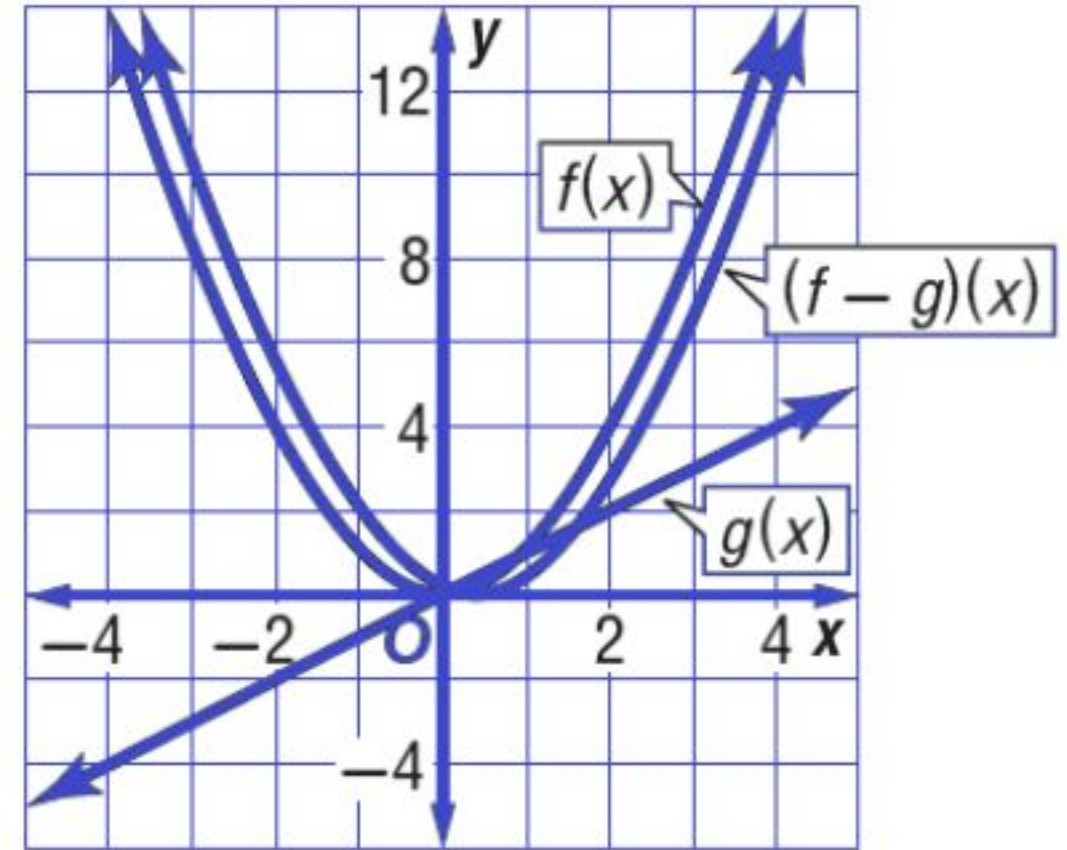
(a)

x	$f(x) = x^2$	$g(x) = x$	$(f + g)(x)$ $= x^2 + x$	$(f - g)(x)$ $= x^2 - x$
-3	9	-3	6	12
-2	4	-2	2	6
-1	1	-1	0	2
0	0	0	0	0
1	1	1	2	0
2	4	2	6	2
3	9	3	12	6

(b)



(c)



- (d) لأي قيمة من قيم x تكون المسافة الرأسية بين تمثيل الدالة $g(x)$ البياني و محور x مساوية للمسافة الرأسية بين التمثيلين البيانيين للدالتين $f(x)$ و $(f+g)(x)$ هي مساوية أيضا للمسافة الرأسية بين التمثيلين البيانيين للدالتين $f(x)$ و $(f-g)(x)$

(31)

توظيف: يمكن التعبير عن عدد الرجال والنساء الذين تم توظيفهم منذ عام 1414 هـ في مؤسسة ما بالمعادلتين الآتيتين:

$$y = 7x + 6 \text{ : عدد الرجال}$$

$$y = 5x + 5 \text{ : عدد النساء}$$

حيث x تمثل عدد الأعوام منذ عام 1414 هـ، و y تمثل عدد الموظفين.

- (a) اكتب دالة تمثل العدد الكلي للرجال والنساء الذين تم توظيفهم منذ عام 1414 هـ.
(b) إذا كانت الدالة f تمثل عدد الرجال الذين تم توظيفهم، والدالة g تمثل عدد النساء اللاتي تم توظيفهن، فماذا تمثل الدالة $(f-g)(x)$ ؟

(a) $y = 12x + 11$

(b) تمثل الفرق بين عدد الرجال وعدد النساء الذين تم توظيفهم

إذا كان $f(x) = x + 2$, $g(x) = -4x + 3$, $h(x) = x^2 - 2x + 1$ فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$$(f \cdot g \cdot h)(3) \quad (32)$$

$$-180$$

$$[(f + g) \cdot h](1) \quad (33)$$

$$0$$

$$\left(\frac{h}{f \cdot g}\right)(-6) \quad (34)$$

$$\frac{49}{108}$$

$$[f \circ (g \circ h)](2) \quad (35)$$

$$1$$

$$[g \circ (h \circ f)](-4) \quad (36)$$

$$-33$$

$$[h \circ (f \circ g)](5) \quad (37)$$

$$256$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(38)

مسألة مفتوحة : أوجد دالتين $f(x)$, $g(x)$ بحيث يكون $[f \circ g](4) = 0$.

$$f(x) = x - 9$$

$$g(x) = x + 5$$

(39)

اكتشف الخطأ : تقوم ريم والعنود بإيجاد الدالة $[f \circ g](x)$ حيث $f(x) = x^2 + 2x - 8$, $g(x) = x^2 + 8$. من منهما إجابتها صحيحة؟ وضح إجابتك.

العنود

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= (x^2 + 8)^2 + 2x - 8 \\ &= x^4 + 16x^2 + 64 + 2x - 8 \\ &= x^4 + 16x^2 + 2x + 58 \end{aligned}$$

ريم

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= (x^2 + 8)^2 + 2(x^2 + 8) - 8 \\ &= x^4 + 16x^2 + 64 + 2x^2 + 16 - 8 \\ &= x^4 + 18x^2 + 72 \end{aligned}$$

ريم؛ لم تقم العنود بتعويض $g(x)$ بدلاً من كل x في الدالة $f(x)$

(40)

تحدد : إذا كان $f(x) = \sqrt{x^3}$, $g(x) = \sqrt{x^6}$ فحدد مجال كل من الدالتين الآتيتين :

$$[g \circ g](x) \quad (a)$$

$$x^9$$

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية

$$[f \circ f](x) \quad (b)$$

$$(x)^{\frac{9}{4}}$$

(41)

تبرير: حدد ما إذا كانت كل من الجملتين الآتيتين صحيحة أحياناً أو صحيحة دائماً أو غير صحيحة أبداً.
وفسر إجابتك.

- (a) يكون مجال الدالة $[f(x)]g$ هو نفس مجال الدالة f أو جزءاً منه.
(b) يكون مجال الدالة $[f(x)]g$ هو نفس مجال الدالة g أو جزءاً منه.

(a) **صحيحة دائماً**

(b) **صحيحة أحياناً**

(42)

اكتب: وضع لماذا نقوم بتركيب دالتين. وأعط مثلاً من واقع الحياة يمكنك حله باستعمال تركيب دالتين.
يستعمل تركيب دالتين عندما نحدد قيمة دالة بواسطة دالة أخرى. فعلى سبيل المثال، يمكن أن يمر إنتاج مصنع خلال عدد من العمليات في ترتيب معين، و تمثل كل عملية بدالة.

تدريب على اختبار

(43)

إذا كان $g(x) = x^2 + 9x + 21$, $h(x) = 2(x + 5)^2$

فما الدالة المكافئة للدالة $h(x) - g(x)$

A $k(x) = -x^2 - 11x - 29$

B $k(x) = x^2 + 11x + 29$

C $k(x) = x + 4$

D $k(x) = x^2 + 7x + 11$

الإختيار الصحيح: (B)

(44)

إذا كان $f(x) = 2x + 4$, $g(x) = x^2 + 5$ فإن قيمة $f[g(6)]$ تساوي:

38 A

43 B

86 C

261 D

الإختيار الصحيح: (C)

مراجعة تراكمية

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية، لكل من الدوال الآتية:

$$f(x) = 2x^4 - x^3 + 5x^2 + 3x - 9 \quad (45)$$

3 أو 1 ؛ 1 ؛ 0 أو 2

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 3 \quad (46)$$

2 أو 0 ؛ 2 أو 0 ؛ 0 أو 2 أو 4

(47)

صندوق أبعاده 12in, 16in, 18in . ما المقدار الثابت من الطول الذي يجب إضافته إلى كل بعد من أبعاده، ليصبح حجمه 5985in^3 (المدرس 3-6)

3 in

حل كل معادلة فيما يأتي، بالنسبة للمتغير المبين إزاء كل منها:

$$5x + 7y = 12, \quad x \quad (48)$$

$$x = \frac{12 + 7y}{5}$$

$$3x^2 - 6xy + 1 = 4, \quad y \quad (49)$$

$$y = \frac{1 - x^2}{-2x}$$

$$(x + 2)^2 - (y + 5)^2 = 4, \quad y \quad (50)$$

$$y = \frac{(x + 2)^2 - 29}{y - 5}$$



(1)

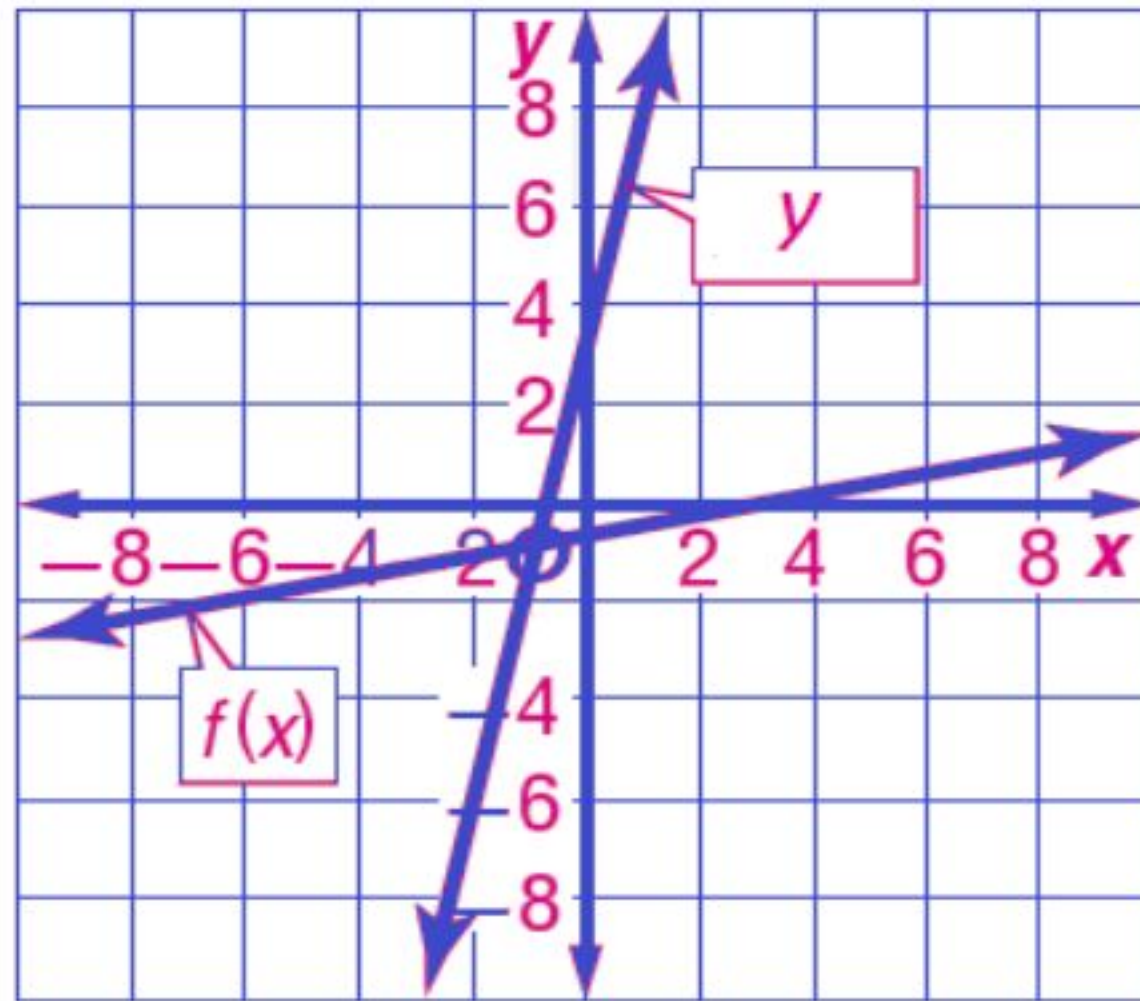
هندسة: إذا كانت الأزواج المرتبة للعلاقة $\{(-8, -3), (-8, -6), (-3, -6)\}$ تمثل إحداثيات رؤوس مثلث قائم الزاوية، فأوجد العلاقة العكسية لها، ووصف تمثيلها البياني.

انعكاس لرؤوس المثلث حول
المستقيم $y = x$

أوجد معكوس كل من الدالتين الآتيتين، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيًا على مستوى إحداثي واحد.

$$f(x) = \frac{x-3}{5} \quad (2A)$$

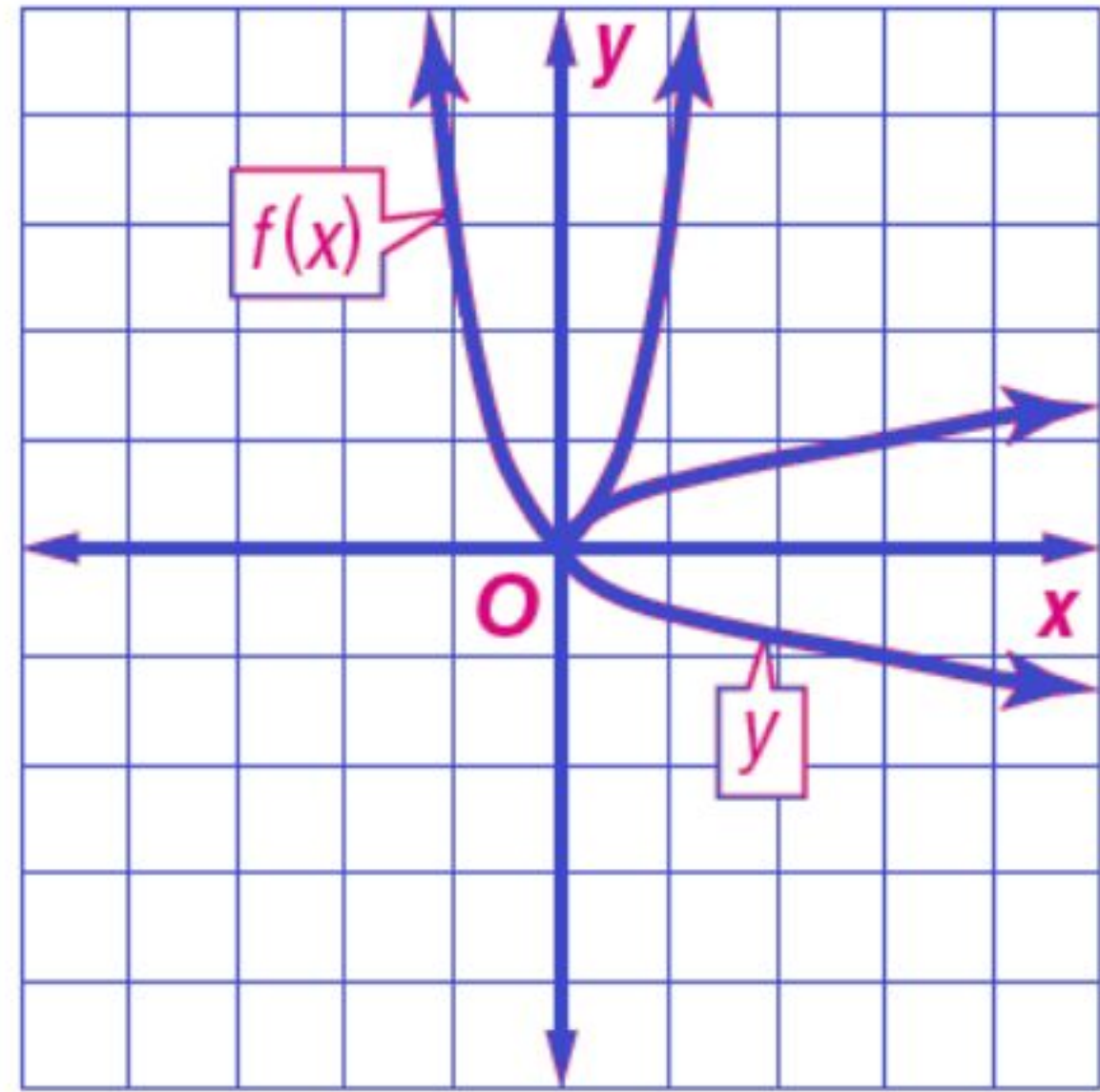
$$y = 5x + 3$$



$$f(x) = 3x^2 \quad (2B)$$

أوجد معكوس كل من الدالتين الآتيتين، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيًا على مستوى إحداثي واحد.

$$y = \pm \sqrt{\frac{1}{3}x}$$



$$f(x) = 3x - 3, \quad g(x) = \frac{1}{3}x + 4 \quad (3A)$$

الدالتان $f(x)$, $g(x)$ لا تمثل كل منهما دالة عكسية للأخرى لأن

$$[g \circ f](x) = x + 3 \quad \text{و} \quad [f \circ g](x) = x + 9$$

$$f(x) = 2x^3 - 1, \quad g(x) = \sqrt[3]{x + \frac{1}{2}} \quad (3B)$$

كل من $f(x)$ و $g(x)$ دالة عكسية للأخرى لأن

$$[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x$$



أوجد العلاقة العكسية لكل من العلاقتين الآتيتين:

$$\{(-9, 10), (1, -3), (8, -5)\} \quad (1)$$

$$\{(10, -9), (-3, 1), (-5, 8)\}$$

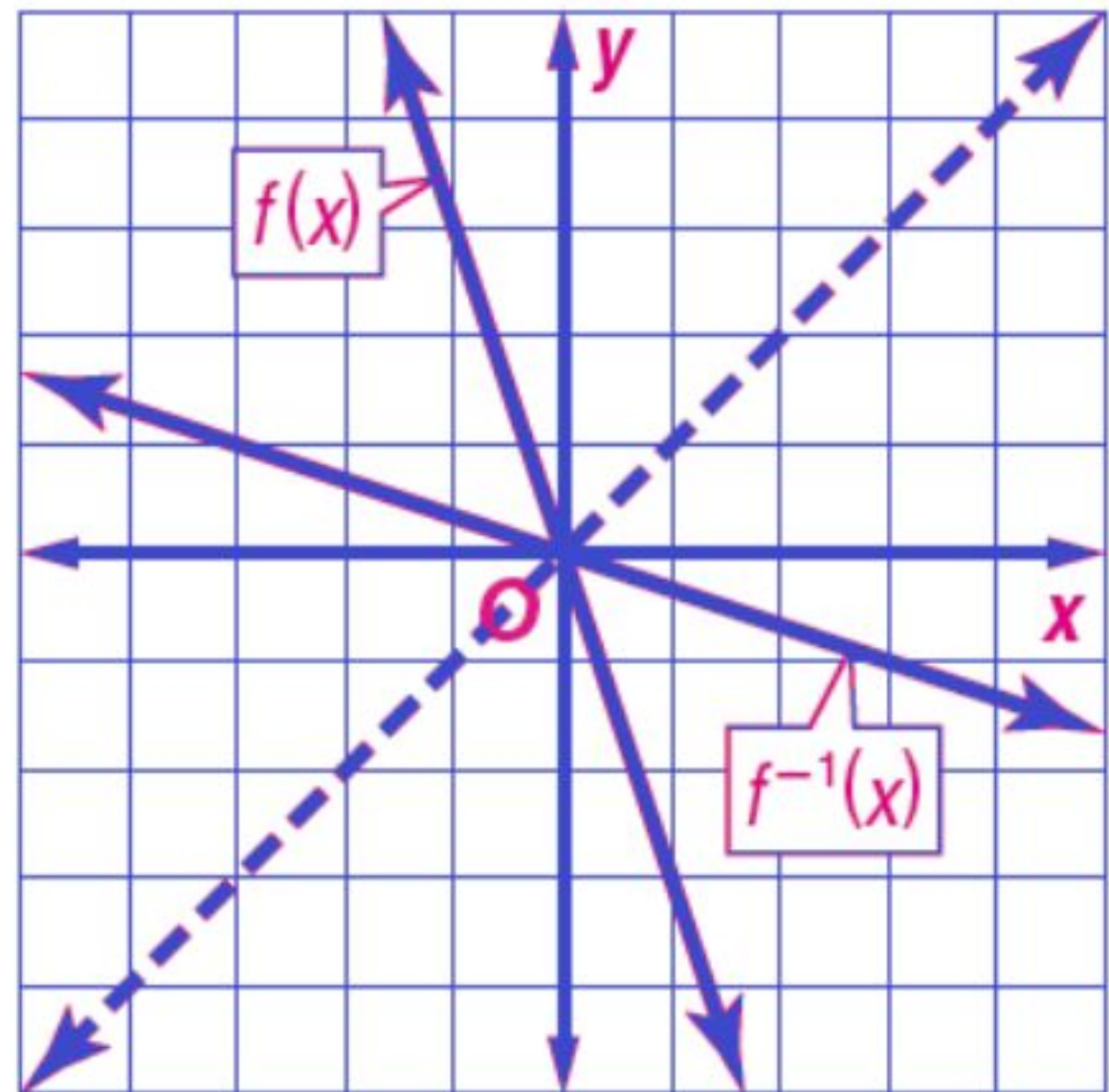
$$\{(-2, 9), (4, -1), (-7, 9), (7, 0)\} \quad (2)$$

$$\{(9, -2), (-1, 4), (9, -7), (0, 7)\}$$

أوجد معكوس كل من الدوال الآتية، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيًا على مستوى إحداثي واحد:

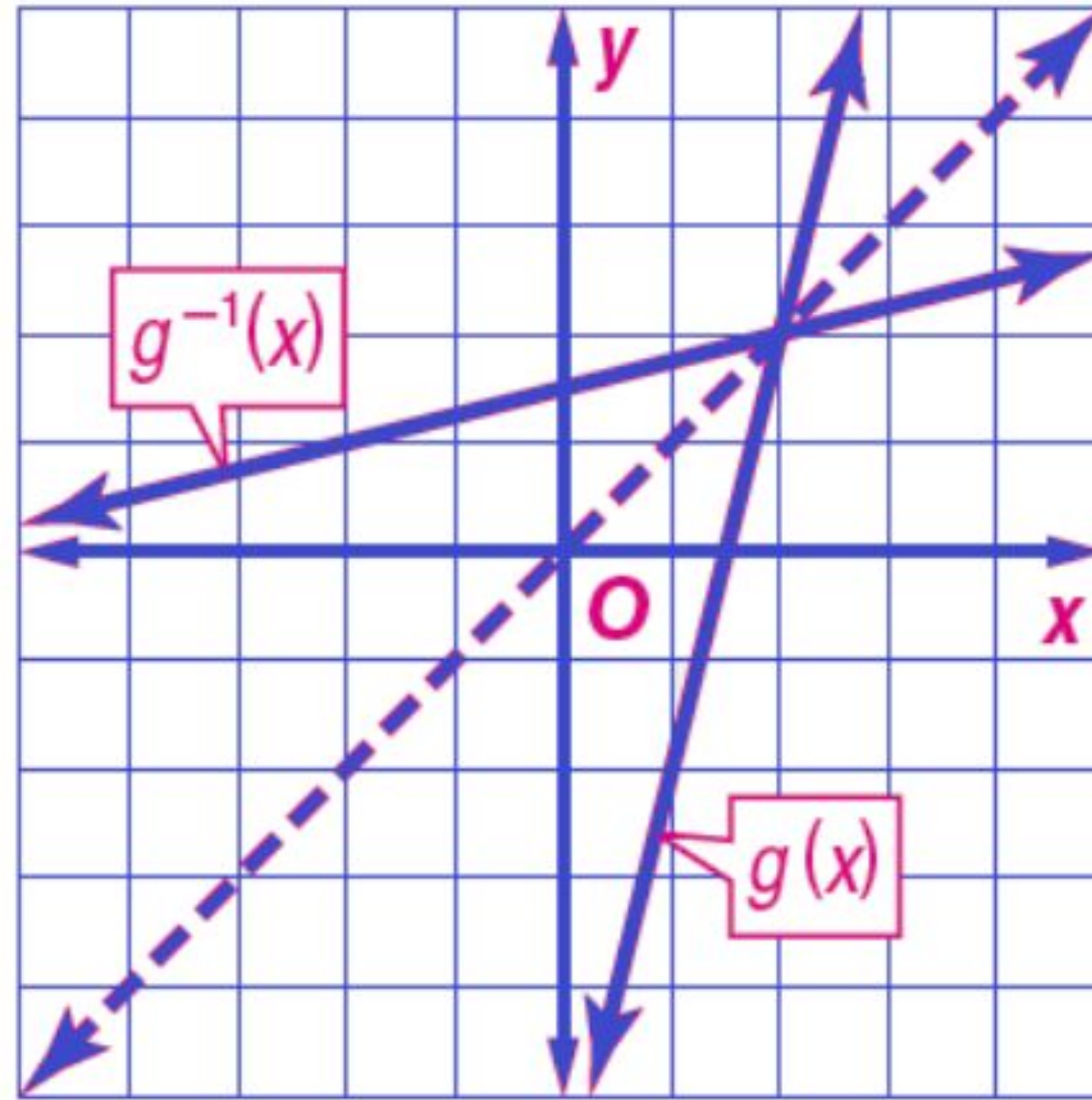
$$f(x) = -3x \quad (3)$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x$$



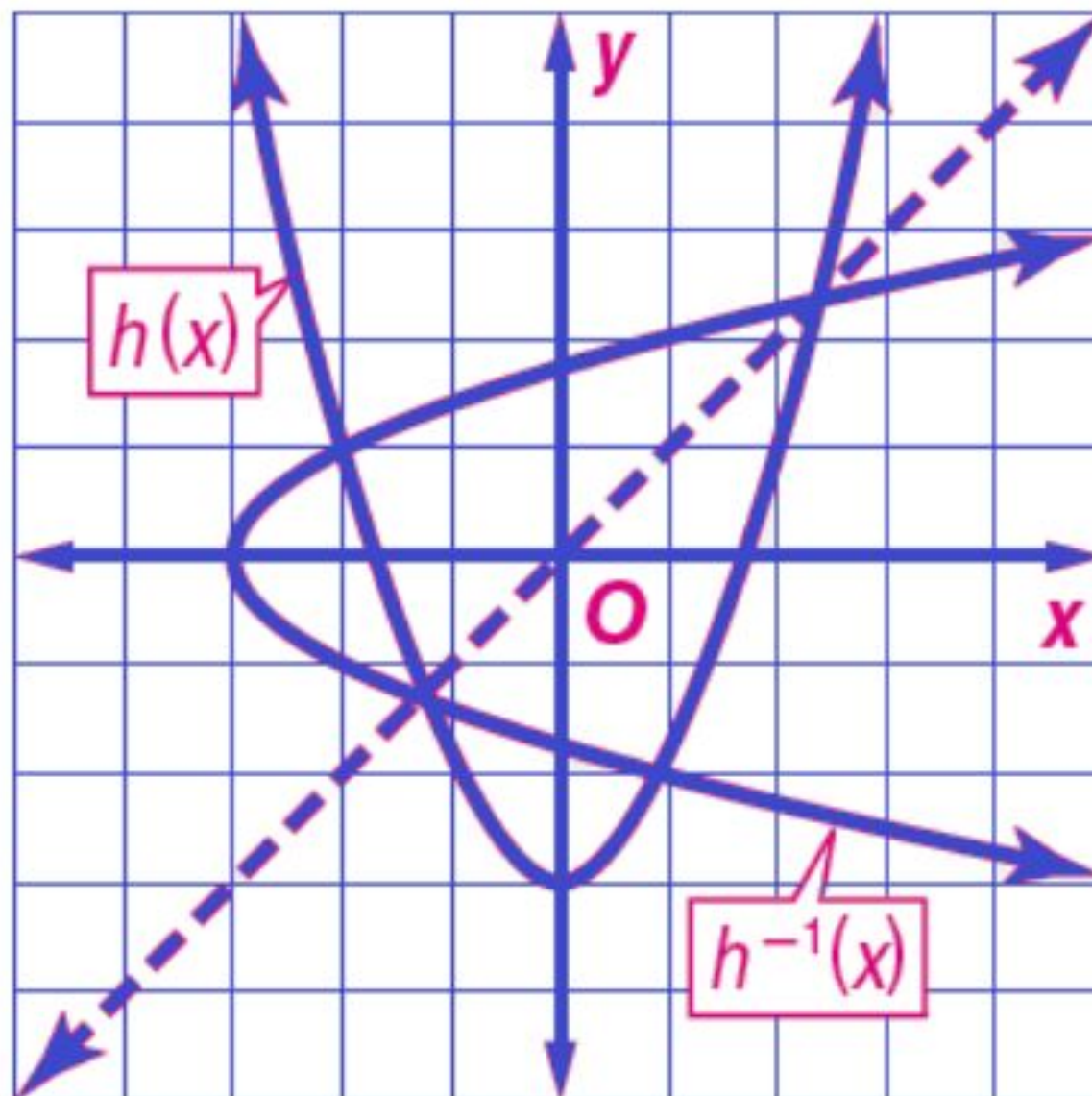
$$g(x) = 4x - 6 \quad (4)$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x+6}{4}$$



$$h(x) = x^2 - 3 \quad (5)$$

$$h^{-1}(x) = \pm\sqrt{x+3}$$



في كل زوج مما يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا ؟

$$g(x) = x + 7 \quad , \quad f(x) = x - 7 \quad (6)$$

نعم

$$g(x) = 2x + \frac{4}{3} , \quad f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \quad (7)$$

لا

$$g(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x} , \quad f(x) = 2x^3 \quad (8)$$

لا

تدرب وحل المسائل

أوجد العلاقة العكسية لكل من العلاقتين الآتيتين:

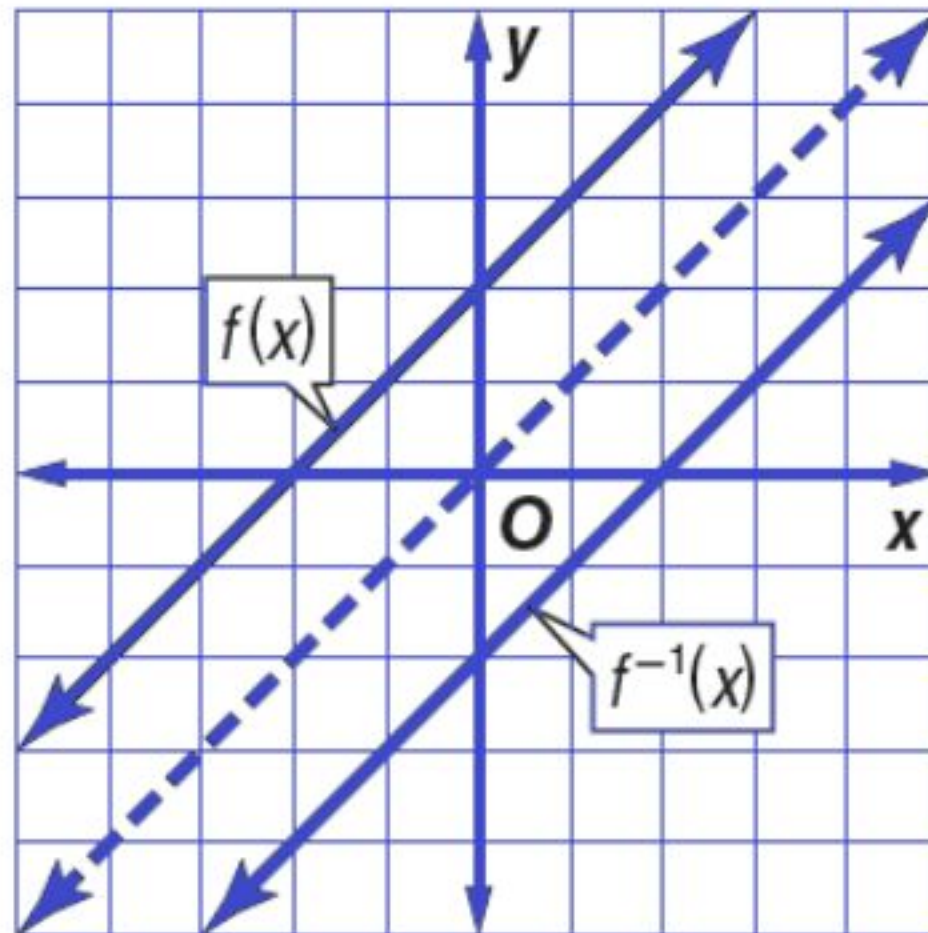
$$\{(1, -5), (2, 6), (3, -7), (4, 8), (5, -9)\} \quad (9)$$
$$\{(-5, 1), (6, 2), (-7, 3), (8, 4), (-9, 5)\}$$

$$\{(3, 0), (5, 4), (7, -8), (9, 12), (11, 16)\} \quad (10)$$
$$\{(0, 3), (4, 5), (-8, 7), (12, 9), (16, 11)\}$$

أوجد معكوس كل من الدوال الآتية، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيًا على مستوى إحداثي واحد:

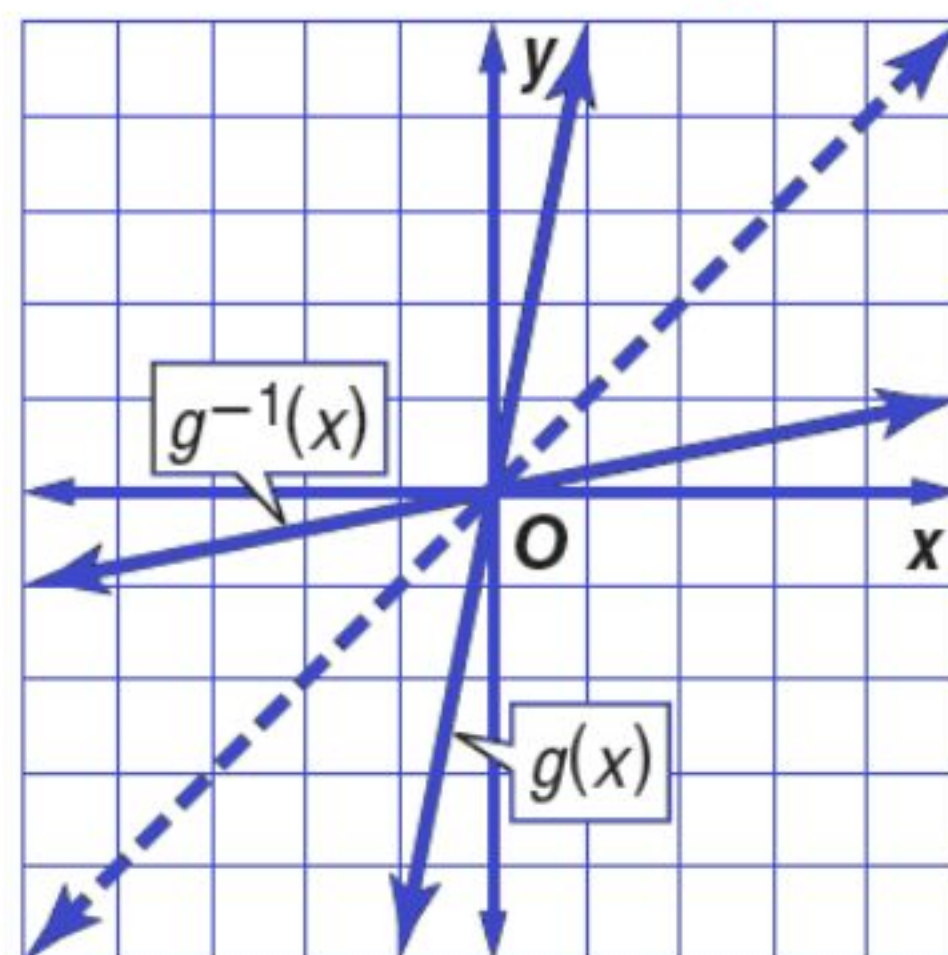
$$f(x) = x + 2 \quad (11)$$

$$f^{-1}(x) = x - 2$$



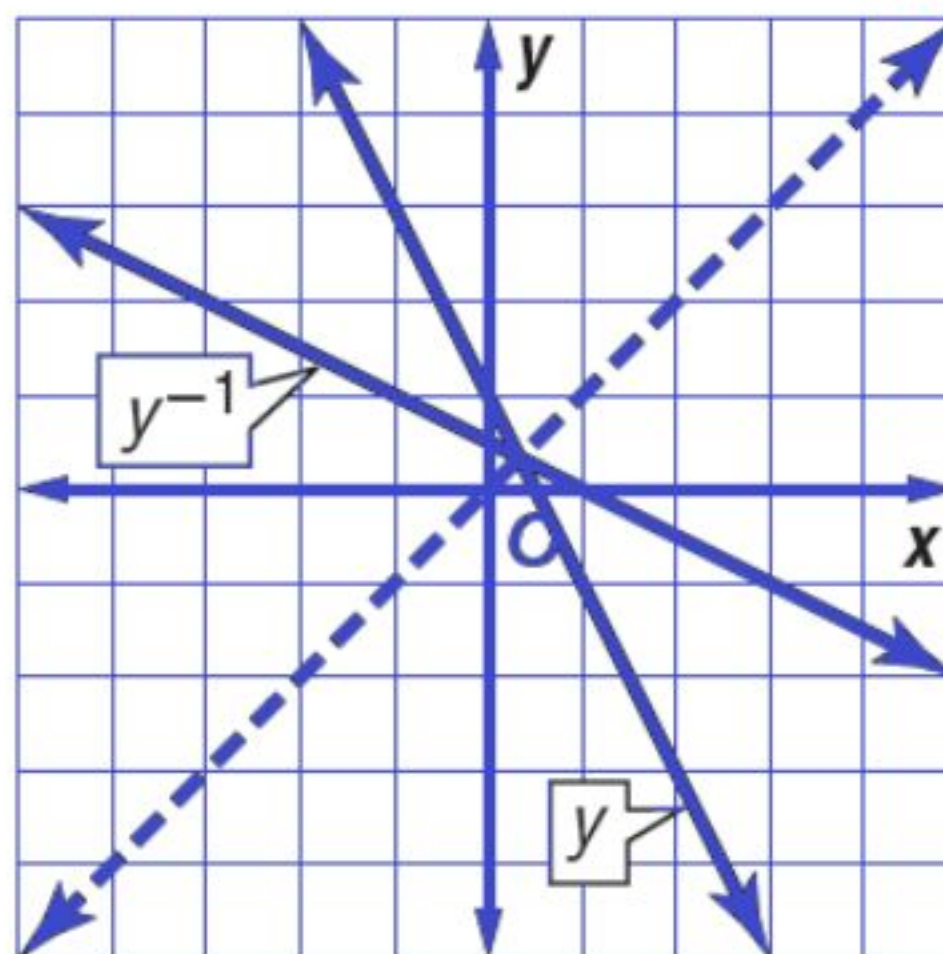
$$g(x) = 5x \quad (12)$$

$$g^{-1}(x) = \frac{1}{5}x$$



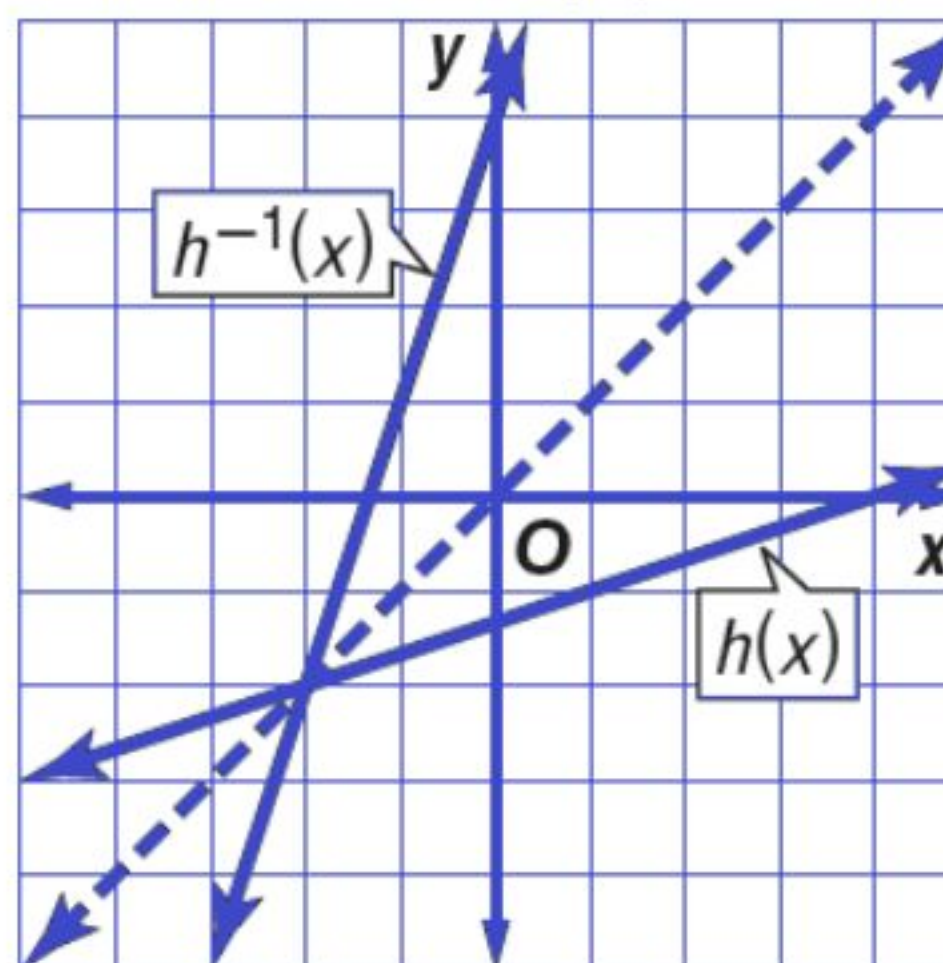
$$y = -2x + 1 \quad (13)$$

$$y^{-1} = \frac{x-1}{-2}$$



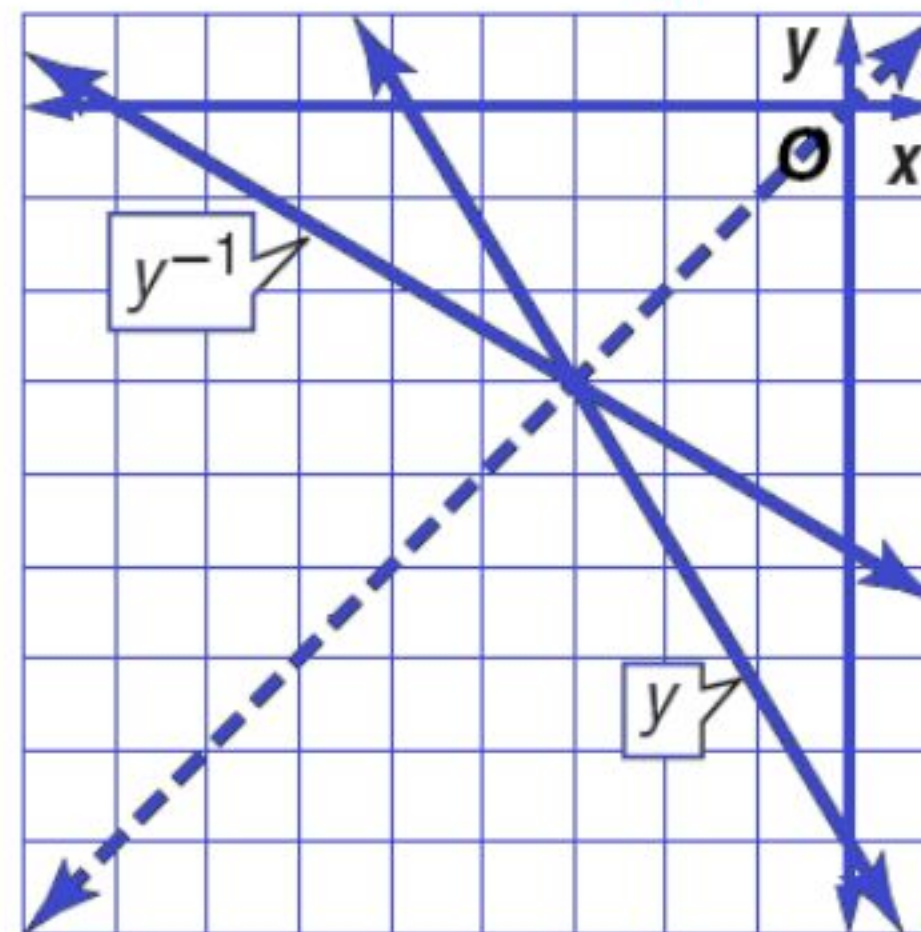
$$h(x) = \frac{x-4}{3} \quad (14)$$

$$h^{-1}(x) = 3x + 4$$



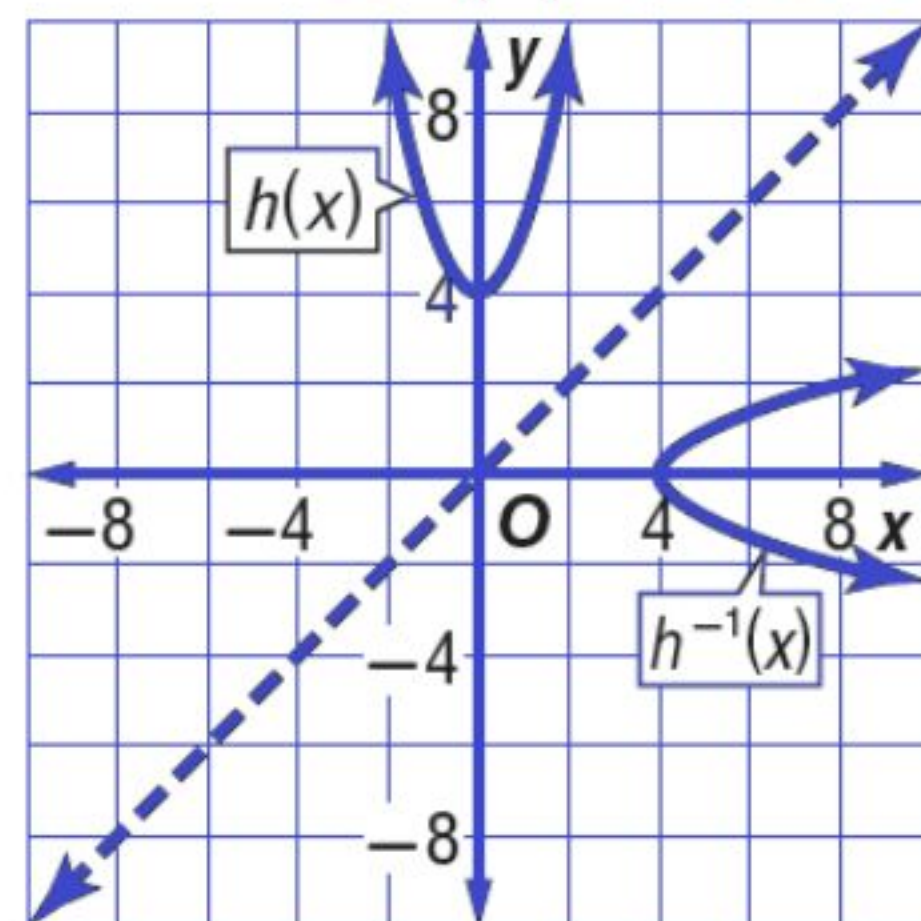
$$y = -\frac{5}{3}x - 5 \quad (15)$$

$$y^{-1} = -\frac{3}{5}(x+8)$$



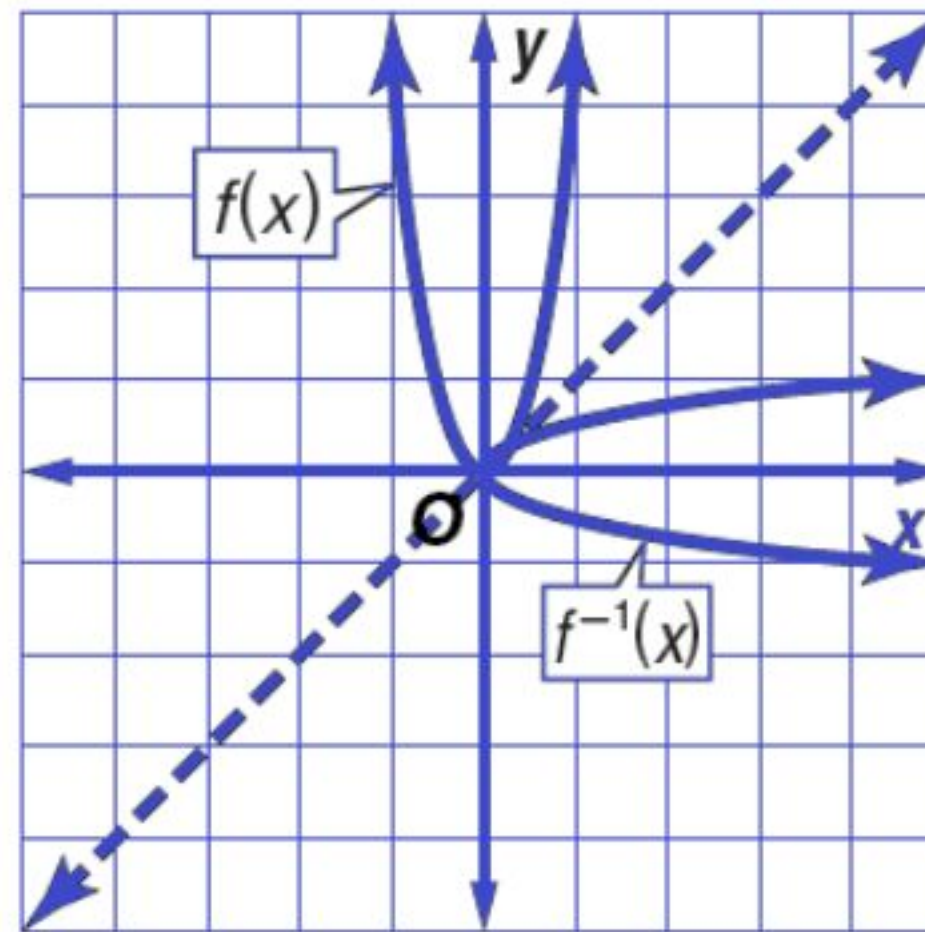
$$h(x) = x^2 + 4 \quad (16)$$

$$h^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-4}$$



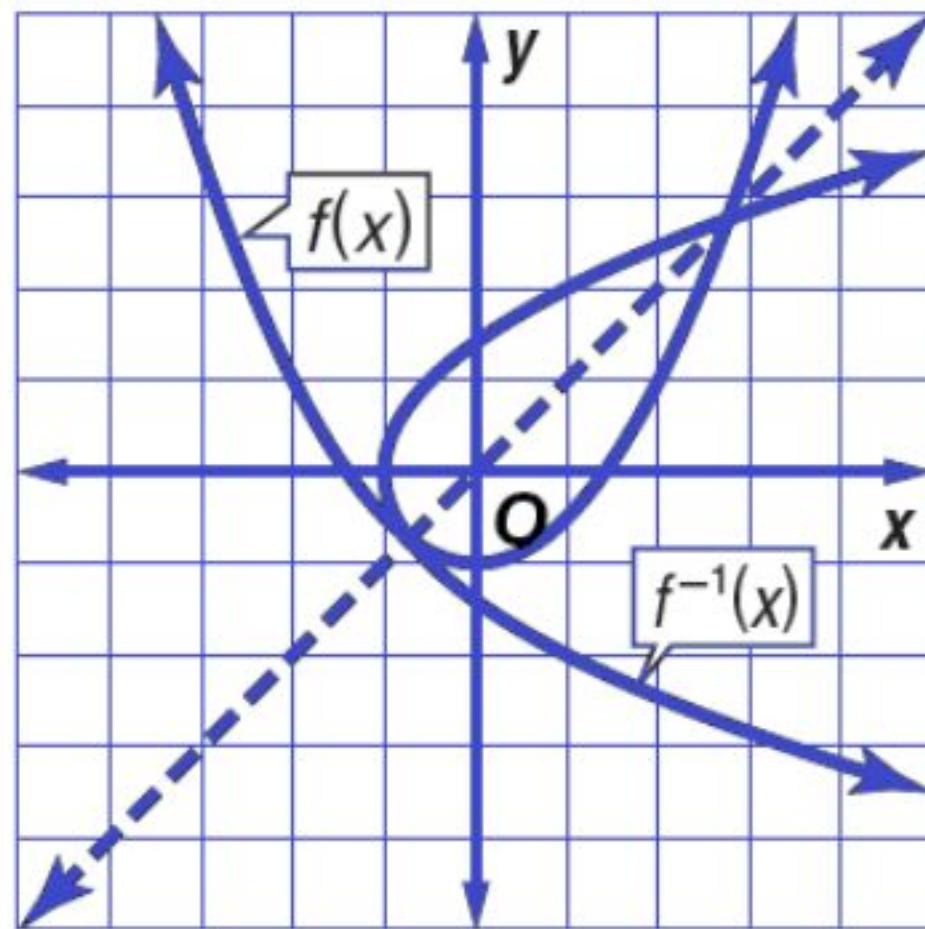
$$f(x) = 5x^2 \quad (17)$$

$$f^{-1}(x) = \pm \sqrt{\frac{1}{5}x}$$

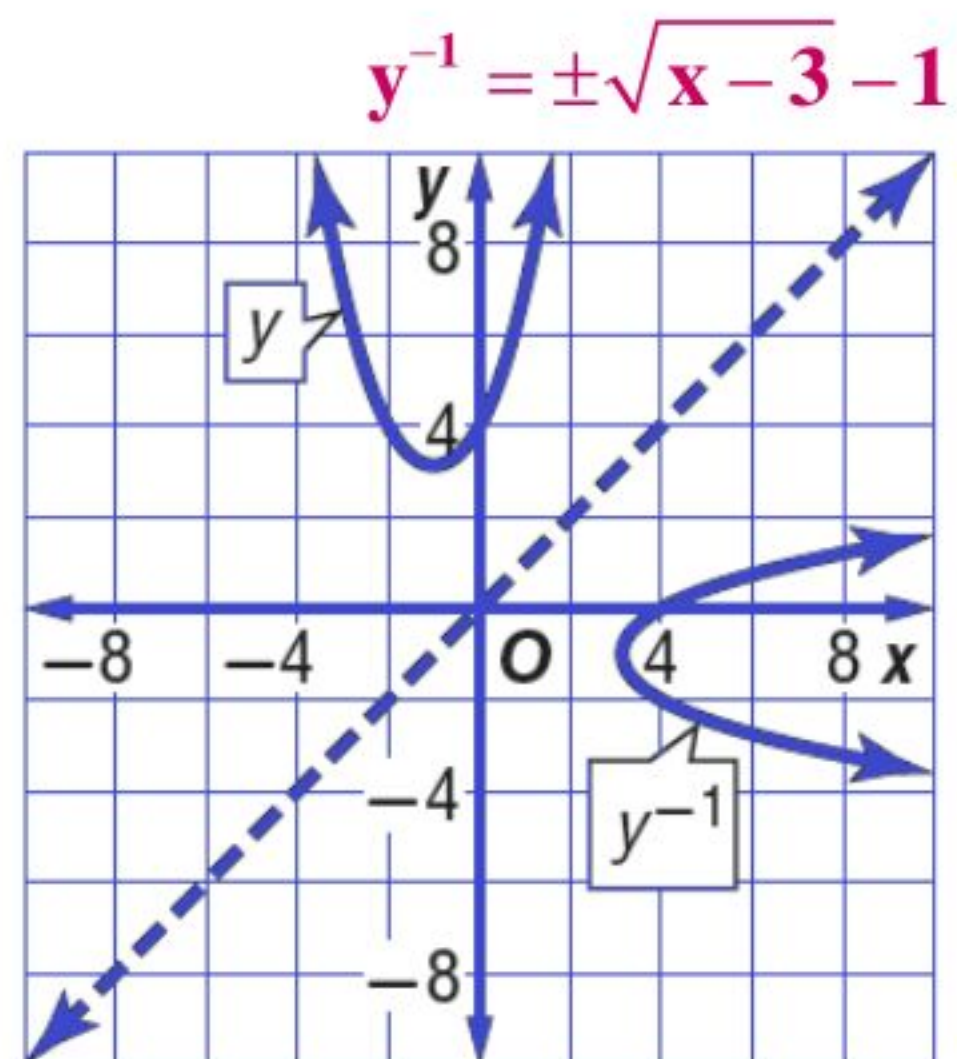


$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1 \quad (18)$$

$$f^{-1}(x) = \pm \sqrt{2x + 2}$$



$$y = (x + 1)^2 + 3 \quad (19)$$



في كل زوج مما يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا ؟

(20) $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 2x - 3$

لا

(21) $f(x) = -\frac{1}{3}x + 3$, $g(x) = -3x + 9$

نعم

(22) $f(x) = \frac{x+10}{8}$, $g(x) = 8x - 10$

نعم

(23) $f(x) = \frac{2}{3}x^3$, $g(x) = \sqrt{\frac{2}{3}x}$

لا

(24) $f(x) = (x+6)^2$, $g(x) = \sqrt{x} - 6$

نعم

(25) $f(x) = 2\sqrt{x-5}$, $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 5$

لا

(26)



وقود: إذا كان عدد الكيلومترات التي تقطعها سيارة فهد لكل لتر من البنزين يُعبر عنه بالدالة $k(l) = 12/l$.

(a) أوجد الدالة $c(l)$ التي تمثل سعر لتر البنزين.

(b) أوجد دالة تمثل سعر الوقود المستهلك في الكيلومتر الواحد، مستعملًا فكرة الدالة العكسية.

$$c(l) = 0.45l \quad (a)$$

$$c(k) \approx 0.04k \quad (b)$$

(27)

هندسة: يُعبر عن مساحة الدائرة بالدالة $A = \pi r^2$.

(a) أوجد معكوس الدالة.

(b) استعمل المعكوس لإيجاد نصف قطر دائرة مساحتها 36cm^2 .

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (a)$$

$$3.39 \text{ cm} \text{ تقريباً} \quad (b)$$

استعمل اختبار الخط الأفقي لتحديد ما إذا كان معكوس كل دالة من الدوال الآتية دالة أيضًا:

$$f(x) = x^3 - 8 \quad (28)$$

نعم

$$h(x) = 2x^2 \quad (29)$$

لا

$$g(x) = 3x + 7 \quad (30)$$

نعم

(31)

درجات الحرارة: تستعمل الصيغة $F(x) = \frac{9}{5}x + 32$ للتحويل من درجة الحرارة السليوسية إلى درجة الحرارة الفهرنهايتية.

(a) أوجد $F^{-1}(x)$. ثم بين أن $F^{-1}(x)$ و $F(x)$ تمثل كل منهما دالة عكسية للأخرى.

(b) قيم تستعمل $F^{-1}(x)$ ؟

(a)

$$F^{-1}(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$$

$$\begin{aligned} F[F^{-1}(x)] &= \frac{9}{5} \left[\frac{5}{9}(x - 32) \right] + 32 \\ &= x - 32 + 32 \\ &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F^{-1}[F(x)] &= \frac{5}{9} \left[\frac{9}{5}x + 32 - 32 \right] \\ &= \frac{5}{9} \left[\frac{9}{5}x + 0 \right] \\ &= x \end{aligned}$$

(b) يمكن أن تستعمل للتحويل من درجة الحرارة الفهرنهايتية إلى درجة الحرارة السليزية.

(32)

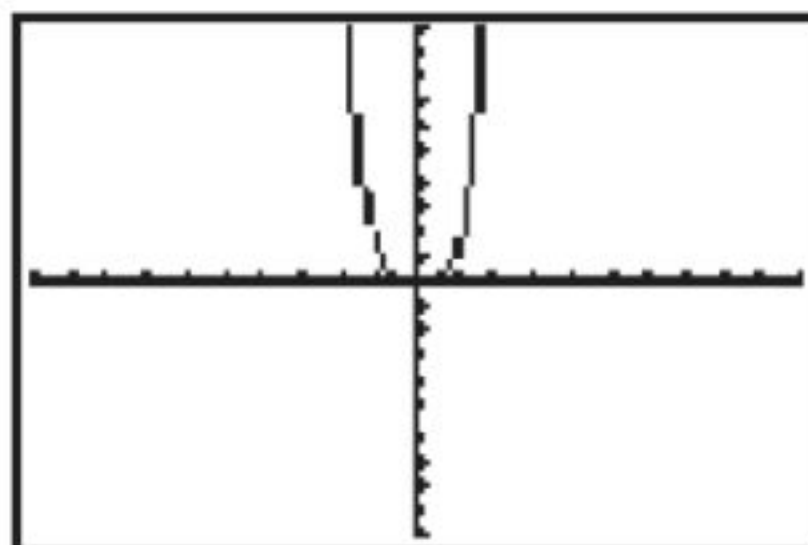
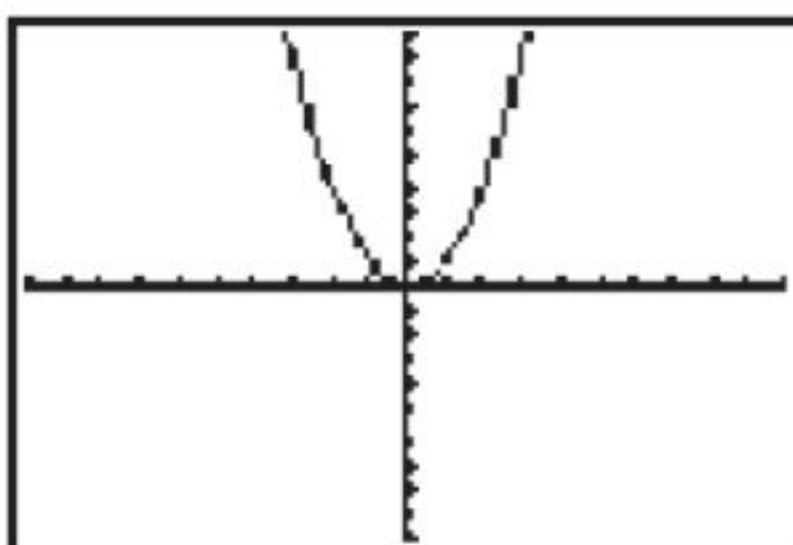
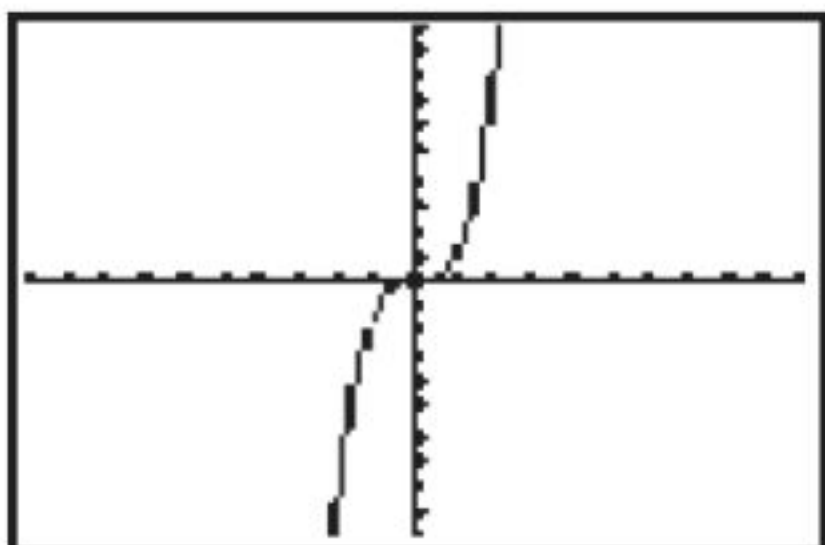
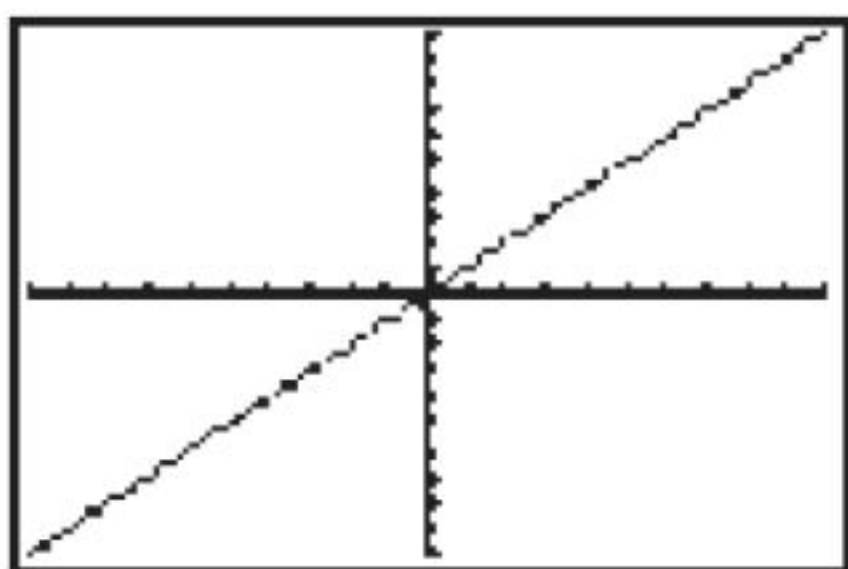
تمثيلات متعددة: تأمل الدالة $y = x^n$ ، حيث $n = 0, 1, 2, \dots$.

(a) بيانياً، مثل الدوال $y = x^n$ بيانياً للقيم $n = 0, 1, 2, 3, 4$.

(b) جدولياً، ما قيم n التي تجعل معكوس هذه الدوال دوال أيضاً؟ سجل نتائجك في جدول.

(c) تحليلياً، استنتج قيم n التي يكون عندها معكوس الدوال $f(x) = x^n$ دوال أيضاً، على فرض أن n عدد كلي.

(a)



(b)

الدالة	المعكوس الدالة
$y = x^0$ or $y = 1$	no
$y = x^1$ or $y = x$	yes
$y = x^2$	no
$y = x^3$	yes
$y = x^4$	no

(c) n عدد فردي

مسائل مهارات التفكير العليا

(33)

تبرير: حدد ما إذا كانت الجملة الآتية صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً. وضح إجابتك.
 "إذا كانت العلاقة لا تمثل دالة، فإن معكوسها لا يمثل دالة أيضاً."

صحيحة أحياناً، $y = \pm\sqrt{x}$ مثال على علاقة لا تمثل دالة و معكوسها يمثل دالة. معادلة الدائرة مثال على علاقة لا تمثل دالة و معكوسها لا يمثل دالة.

(34)

مسألة مفتوحة: أعط مثالاً على دالة، ودالتها العكسية. وتحقق من أن كلا منهما دالة عكسية للأخرى.

$$f(x) = 2x, \quad f^{-1}(x) = 0.5x$$

$$f[f^{-1}(x)] = f^{-1}[f(x)] = x$$

(35)

تحدد، أعط مثلاً على دالة معكوسها الدالة نفسها.

$$f(x) = x, \quad f^{-1}(x) = x$$

$$f(x) = -x, \quad f^{-1}(x) = -x \text{ أو}$$

(36)

اكتب، إذا كان لديك تركيب لدالتين، كل منهما دالة عكسية للأخرى، فلماذا تكون قيمة تركيب الدالتين عند العدد 5 تساوي العدد 5 دائماً؟
عند إيجاد قيمة إحدى الدالتين عند العدد 5 يتم تنفيذ عملية أو أكثر على هذا العدد و
الدالة الأخرى و هي الدالة العكسية للدالة الأولى تعكس هذه العمليات (تزيل أثرها
على العدد 5)، و بالتالي فإن قيمة التركيب عند العدد 5 تساوي العدد 5 دائماً.

تدريب على اختبار

(37)

إذا كان $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = -x + 1$ ، فأَي مما يأتي يمثل $f[g(x)]$ ؟

$$-x^3 + x^2 - 3x + 3 \quad \text{C}$$

$$x^2 - x + 2 \quad \text{A}$$

$$x^2 - 2x + 4 \quad \text{D}$$

$$-x^2 - 2 \quad \text{B}$$

الإختيار الصحيح: (D)

(38)

أيّ الدوال الآتية هي دالة عكسية للدالة: $f(x) = \frac{3x-5}{2}$ ؟

$$g(x) = 2x + 5 \quad \text{C}$$

$$g(x) = \frac{2x+5}{3} \quad \text{A}$$

$$g(x) = \frac{2x-5}{3} \quad \text{D}$$

$$g(x) = \frac{3x+5}{2} \quad \text{B}$$

الإختيار الصحيح: (A)

إذا كان $f(x) = 3x + 5$, $g(x) = x - 2$, $h(x) = x^2 - 1$ فأوجد قيمة كل مما يأتي: (الدرس: 4-1)

$$12 = g[f(3)] \quad (39)$$

$$14 = f[h(-2)] \quad (40)$$

$$0 = h[g(1)] \quad (41)$$

(42)

مساحة: قطعة أرض على شكل شبه منحرف، طول قاعدتها الأطول يزيد بمقدار 8 ft على 3 أمثال طول قاعدتها الأقصر، ويزيد ارتفاعها قدمًا واحدة على 3 أمثال طول قاعدتها الأقصر. ما أبعاد قطعة الأرض إذا كانت مساحتها 94104 ft^2 (الدرس: 3-8)

طول القاعدة الأقصر = 25 ft

طول القاعدة الأطول = 83 ft

الارتفاع = 76 ft

بسط كلاً مما يأتي:

$$(3 + 4i)(5 - 2i) \quad (43)$$

$$(23 + 14i)$$

$$(\sqrt{6} + i)(\sqrt{6} - i) \quad (44)$$

7

$$\frac{1+i}{1-i} \quad (45)$$

i

$$\frac{4-3i}{1+2i} \quad (46)$$

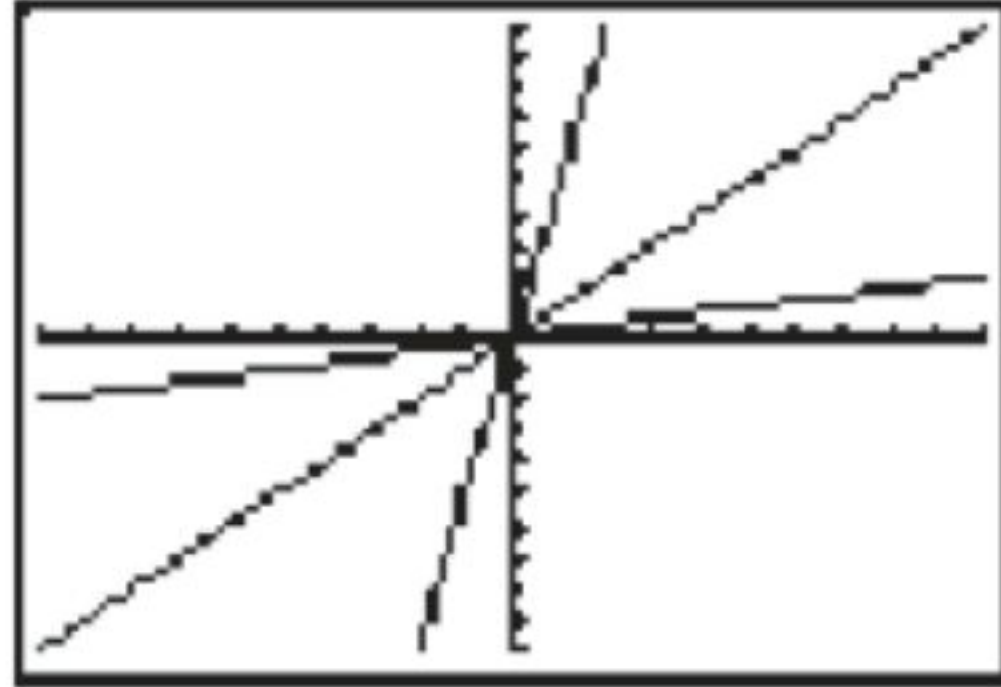
$$-\frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$$



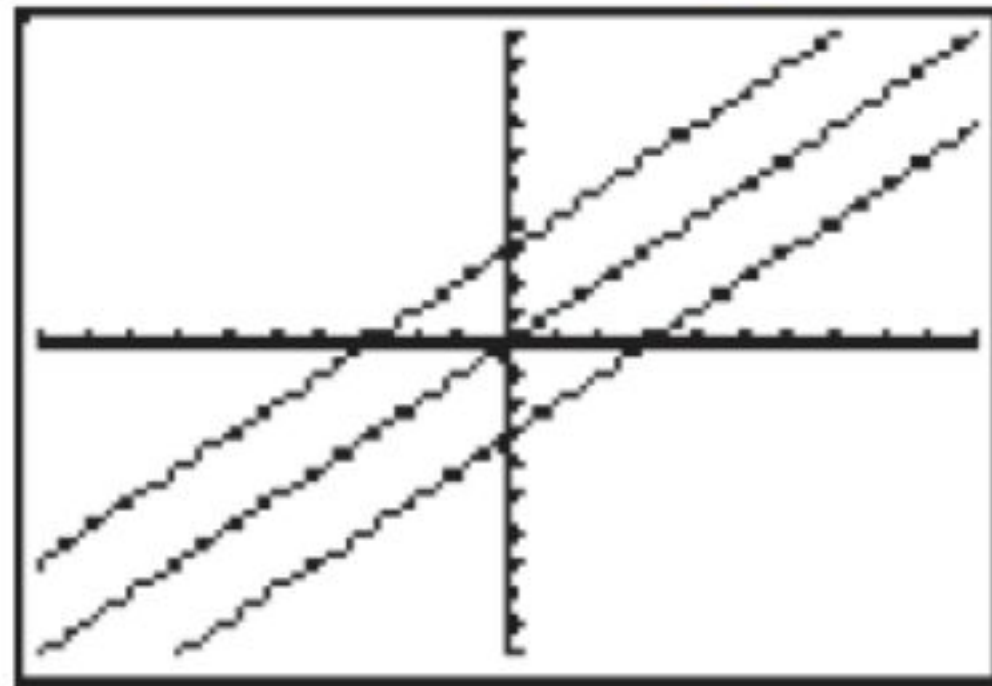


مثل بيانًا كلاً من الدالة $f(x)$ ، ومعكوسها $g(x)$ ، و $[f \circ g](x)$ في كل مما يأتي:

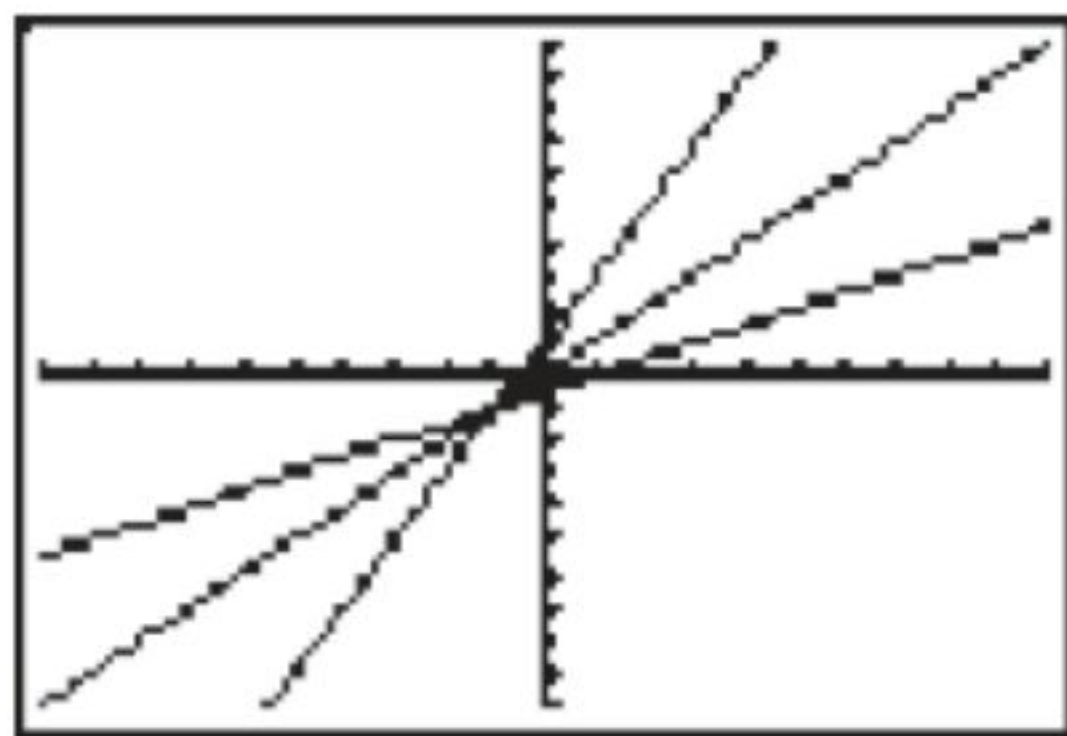
(1) $f(x) = 5x$



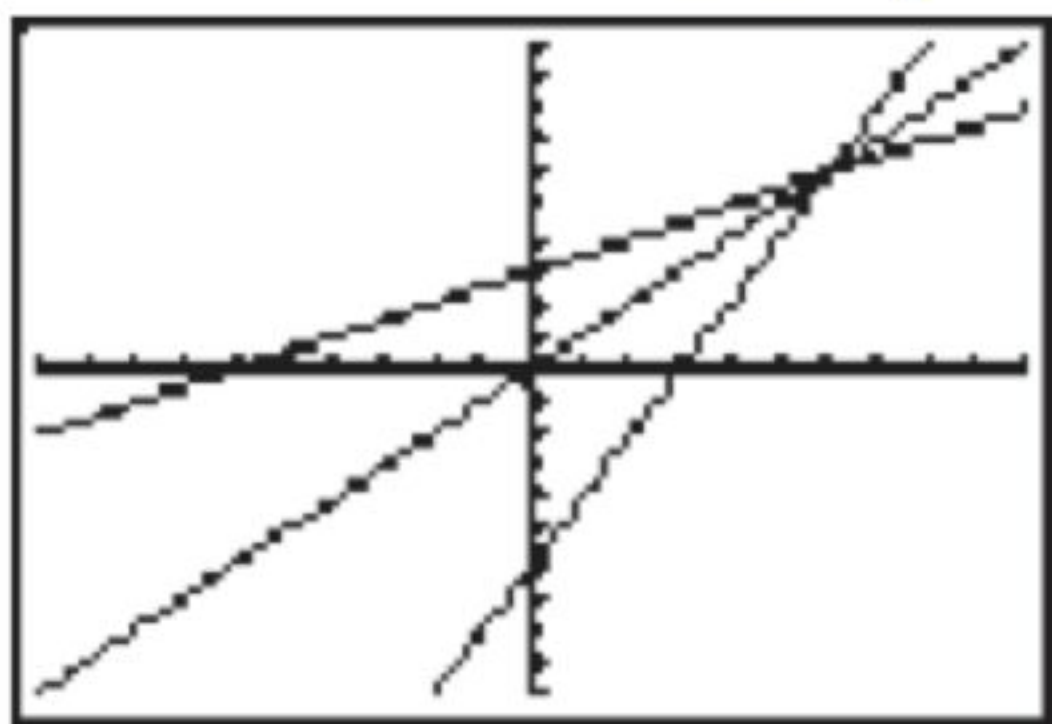
(2) $f(x) = x - 3$



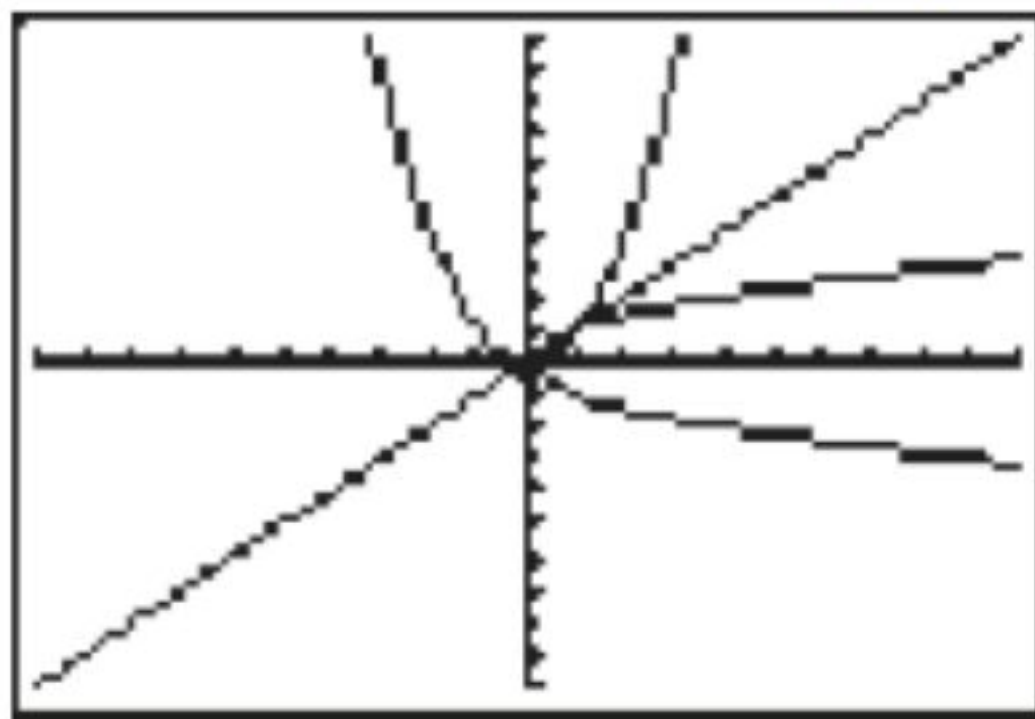
(3) $f(x) = 2x + 1$



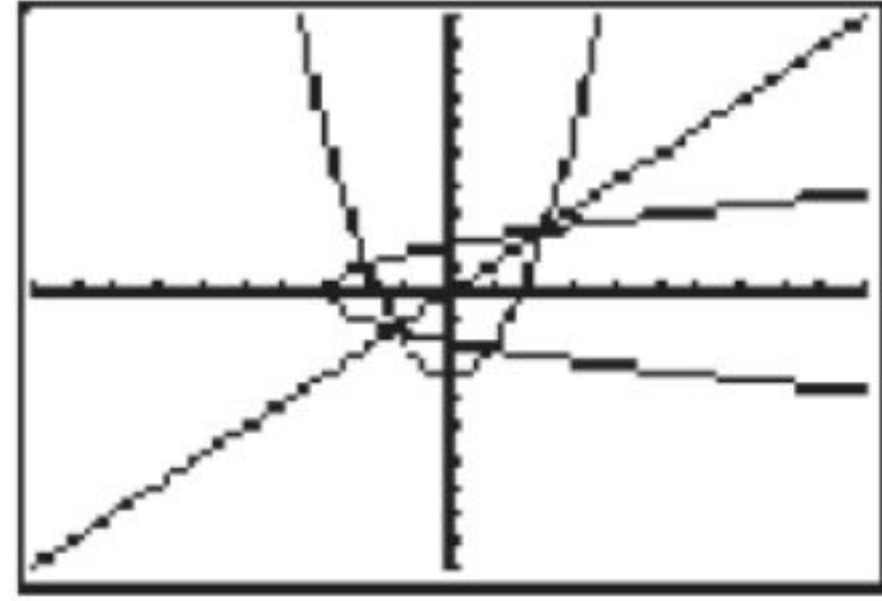
$$f(x) = \frac{1}{2}x + 3 \quad (4)$$



$$f(x) = x^2 \quad (5)$$



$$f(x) = x^2 - 3 \quad (6)$$



(7)

ما العلاقة بين التمثيل البياني لدالة والتمثيل البياني لمعكوسها ؟
منحنى الدالة ومنحنى دالتها العكسية متمثلان حول المستقيم $y = x$

(8)

خمن، ماذا يساوي $((f \circ g))(x)$ لأي دالة $f(x)$ ودالتها العكسية $g(x)$ ؟

$$(f \circ g)(x) = x$$

دوال ومتباينات الجذر التربيعي Square Root Functions and Inequalities

4-3

تحقق

عين المجال والمدى لكل من الدالتين الآتيتين:

$$f(x) = \sqrt{x-3} \quad (1A)$$

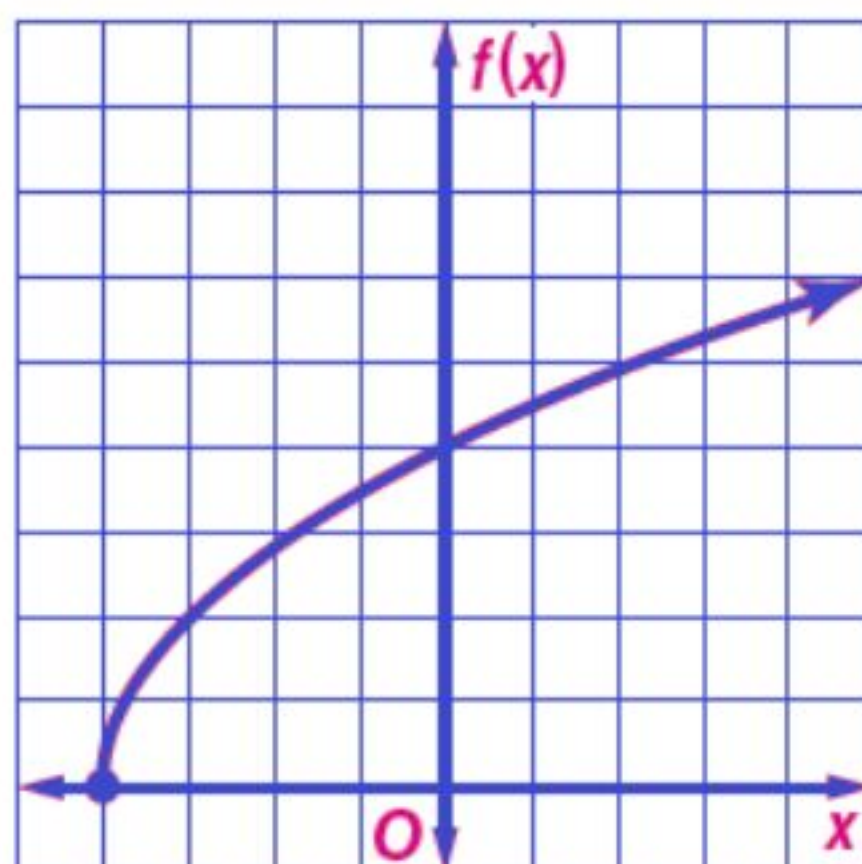
المجال: $\{x | x \geq 3\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = \sqrt{x-6} + 2 \quad (1B)$$

المجال: $\{x | x \geq -6\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 2\}$

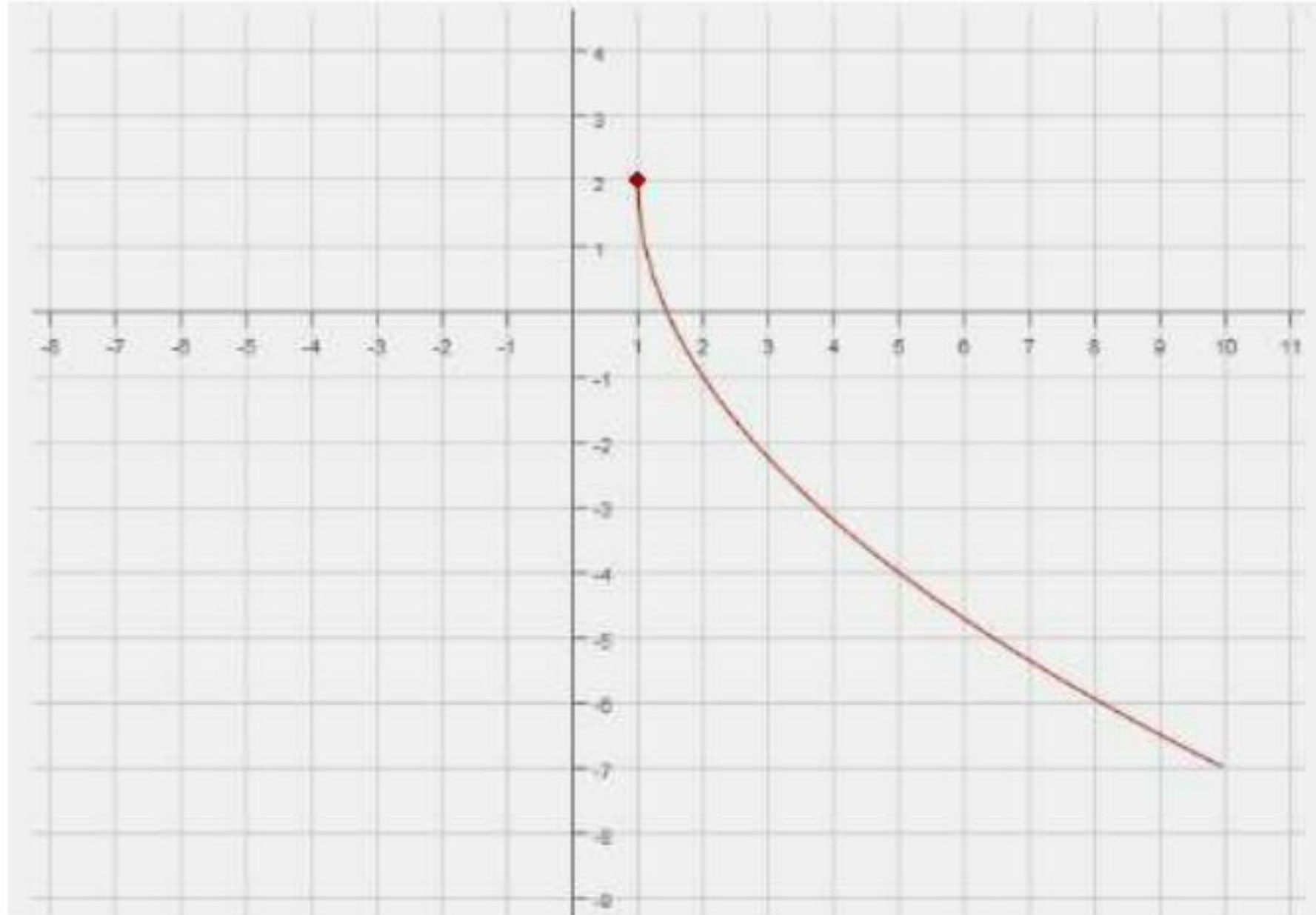
مثل بيانياً كل دالة مما يلي، وحدد مجالها ومدنها:

$$f(x) = 2\sqrt{x+4} \quad (2A)$$



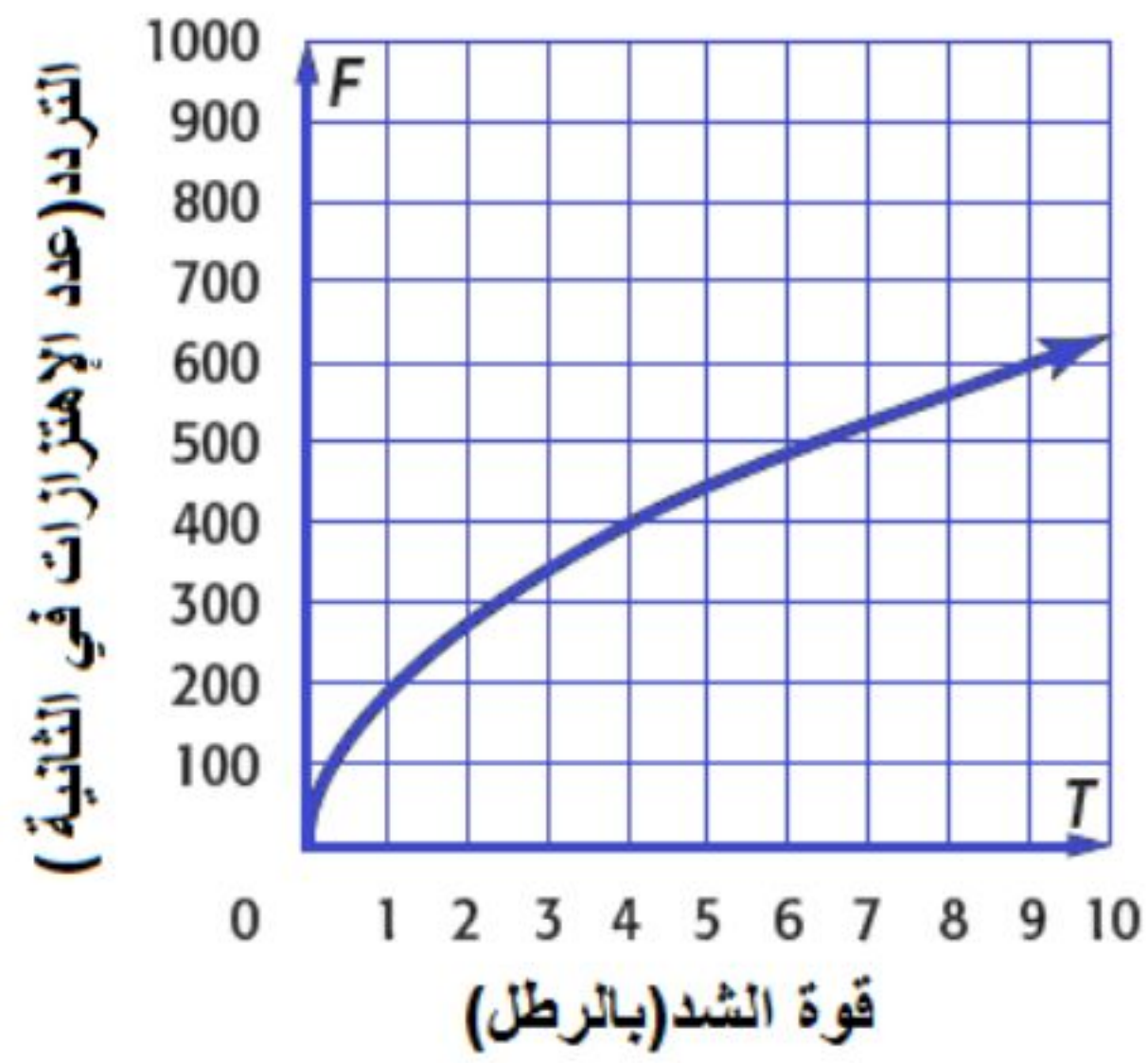
المجال: $\{x | x \geq -4\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = -3\sqrt{x-1} + 2 \quad (2B)$$



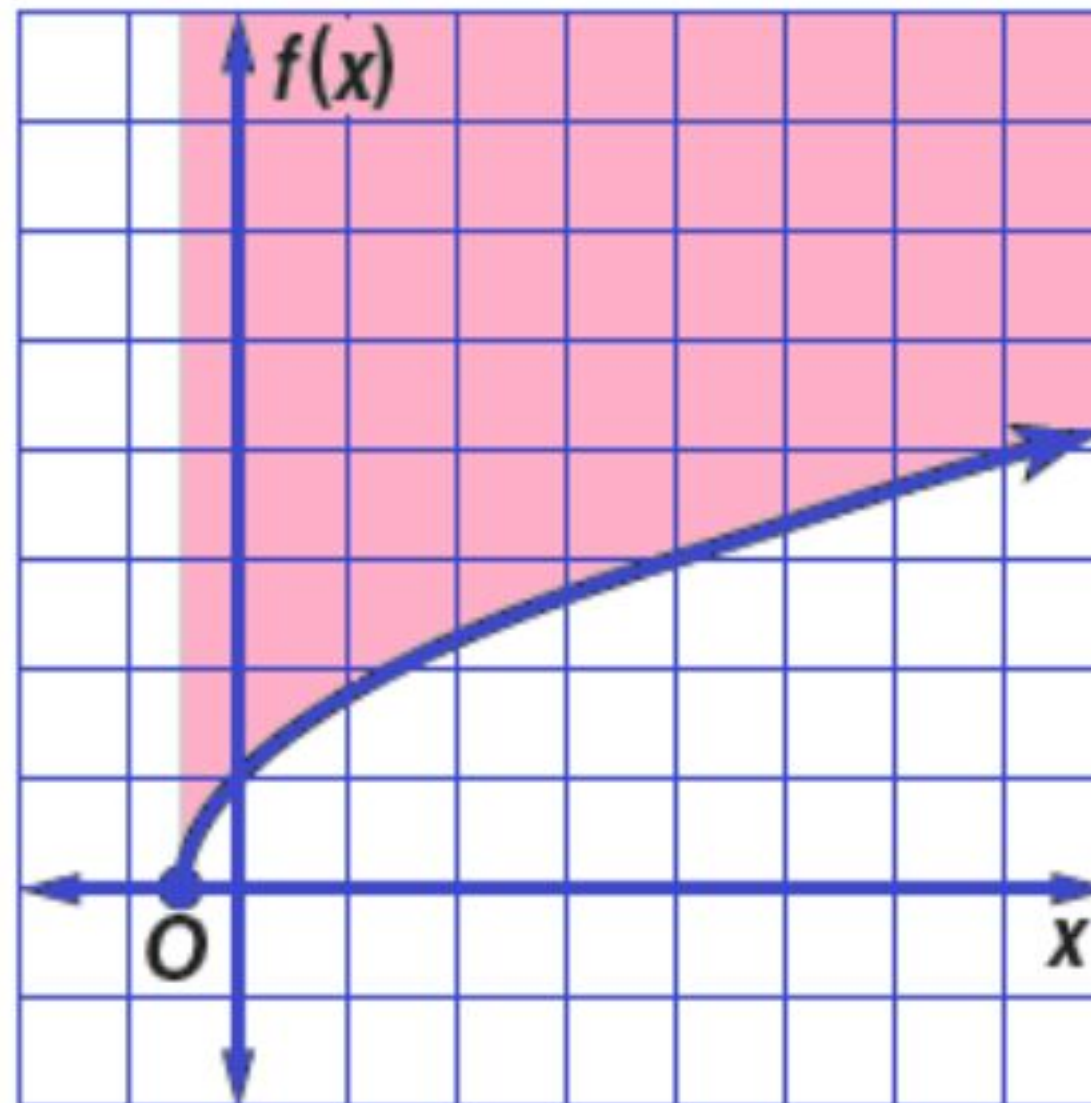
(3)

الصوت، يمكن تحديد تردد اهتزازات وتر مشدود باستخدام الدالة: $F = 200\sqrt{T}$ ، حيث F تمثل عدد الاهتزازات في الثانية، T كتلة ثقل قوة الشد مقيسة بالرطل. مثل هذه الدالة بياناً في الفترة $0 \leq T \leq 10$ ، ثم أوجد التردد عندما تكون قوة الشد 3 أرطال.

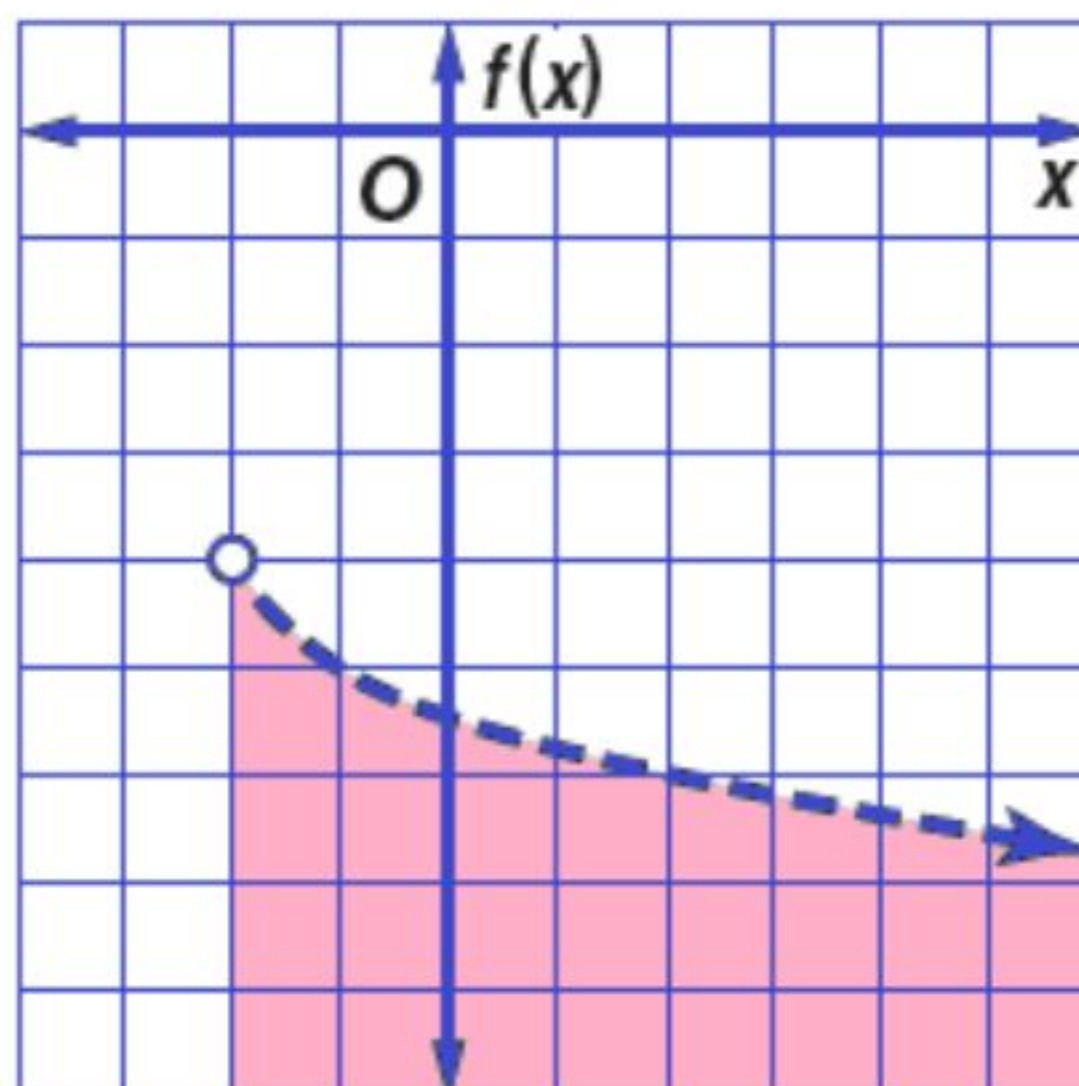


مثل كلاً من المنبئتين الآتيتين بيانياً:

$$f(x) \geq \sqrt{2x+1} \quad (4A)$$



$$f(x) < -\sqrt{x+2} - 4 \quad (4B)$$



عَيِّن المجال والمدى لكل دالة فيما يأتي:

$$f(x) = \sqrt{4x} \quad (1)$$

المجال: $\{x | x \geq 0\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = \sqrt{x-5} \quad (2)$$

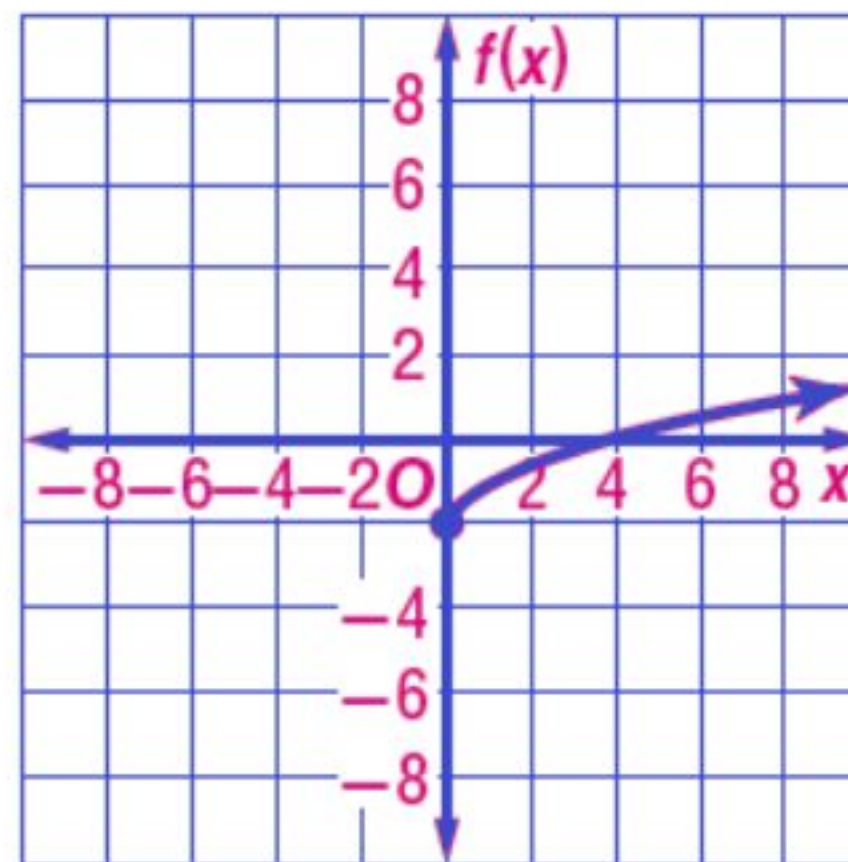
المجال: $\{x | x \geq 5\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = \sqrt{x+8} - 2 \quad (3)$$

المجال: $\{x | x \geq -8\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq -2\}$

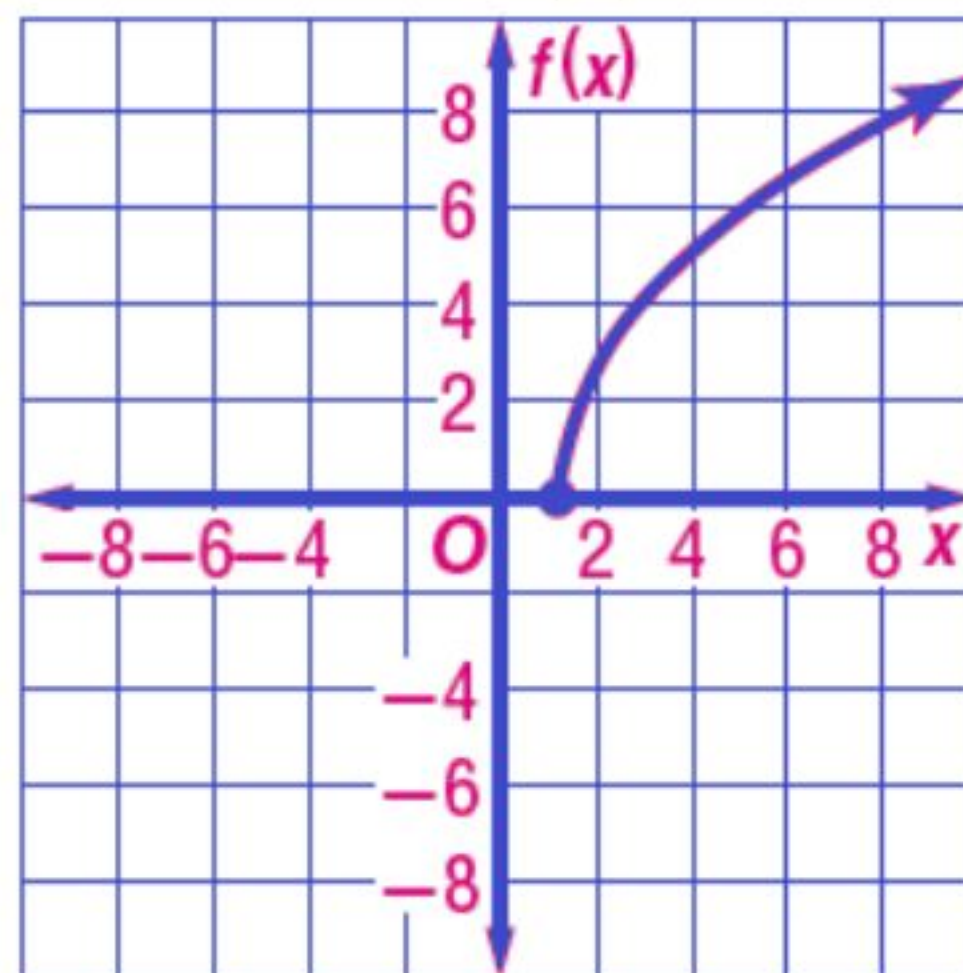
مثل كل دالة مما يأتي بيانًا، وحدد مجالها ومدنها:

$$f(x) = \sqrt{x} - 2 \quad (4)$$



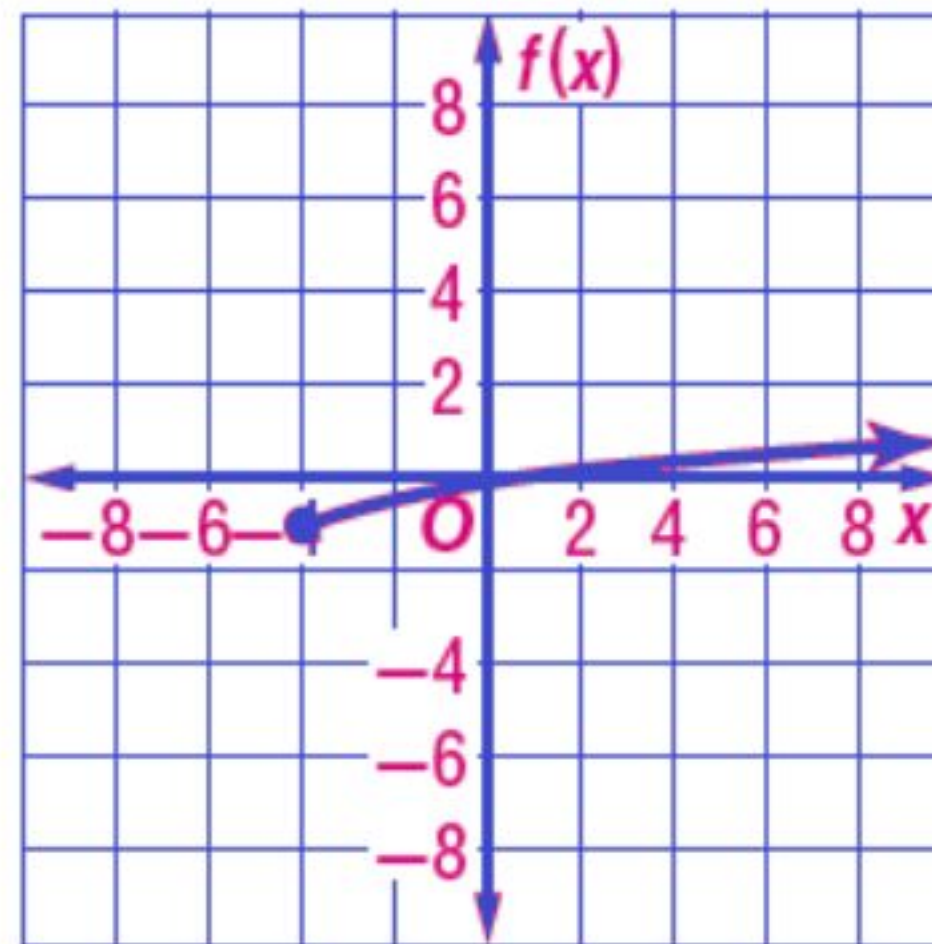
المجال: $\{x | x \geq 0\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq -2\}$

$$f(x) = 3\sqrt{x-1} \quad (5)$$



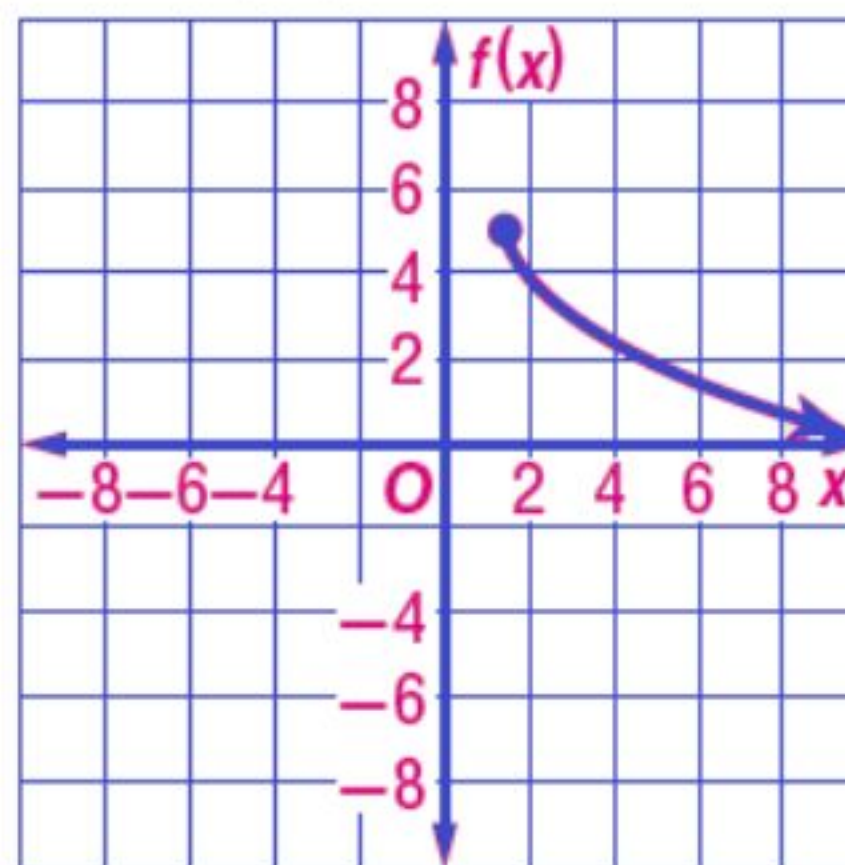
المجال: $\{x | x \geq 1\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x+4} - 1 \quad (6)$$



المجال: $\{x | x \geq -4\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq -1\}$

$$f(x) = -\sqrt{3x-5} + 5 \quad (7)$$



المجال: $\{x | x \geq \frac{5}{3}\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \leq 5\}$

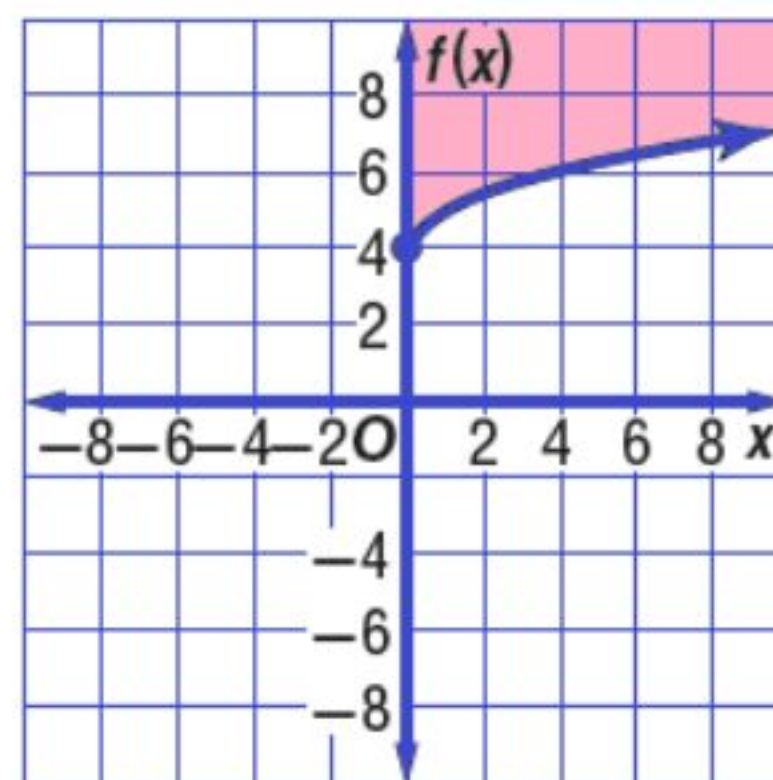
(8)

محيطات: يمكن تمثيل سرعة موجات تسونامي باستعمال المعادلة: $v = 356\sqrt{d}$ ، حيث تمثل v السرعة بالكيلومترات لكل ساعة، و d متوسط عمق الماء بالكيلومترات. إذا كانت سرعة الموجة 145 km/h ، فما متوسط عمق الماء؟ أقرب إجاباتك إلى أقرب جزء من مئة من الكيلومتر.

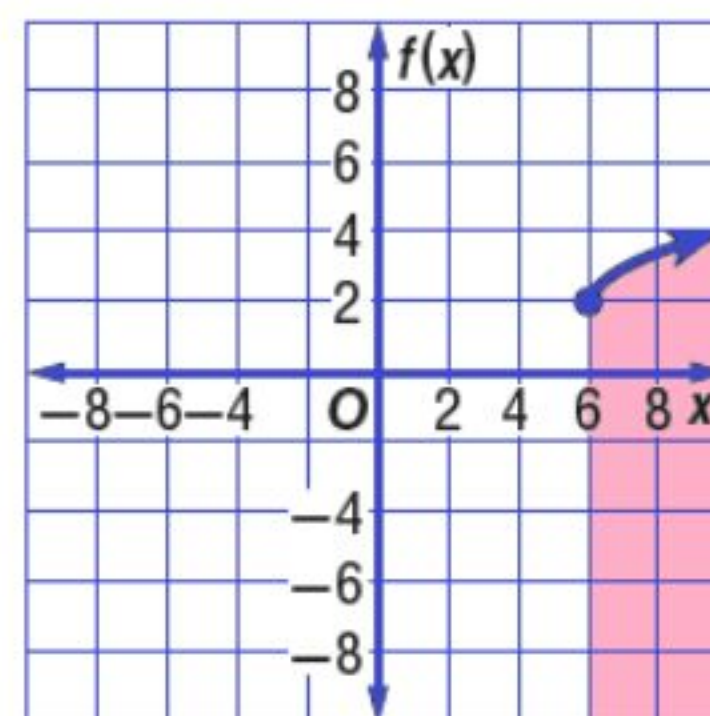
متوسط عمق الماء = 0.17 km

مثل كل متباينة مما يأتي بيانيًا:

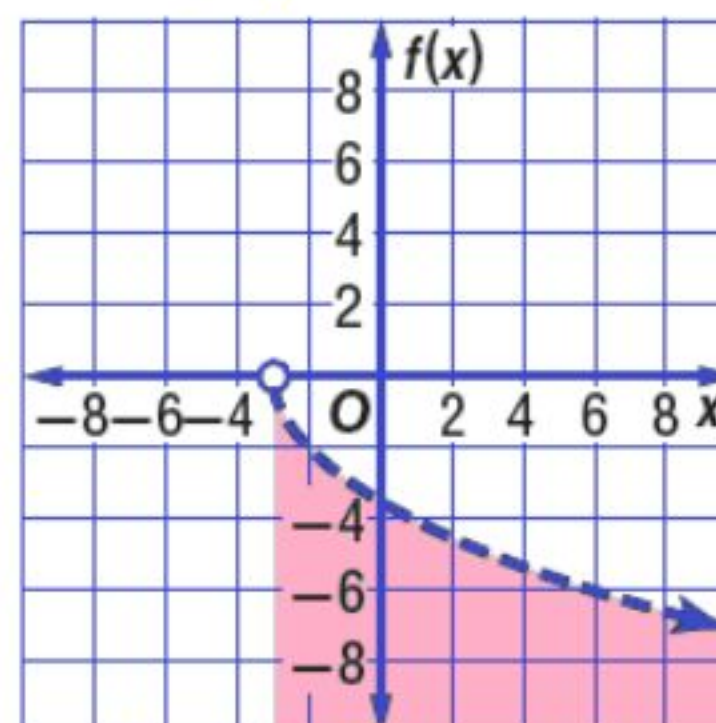
(9) $f(x) \geq \sqrt{x} + 4$



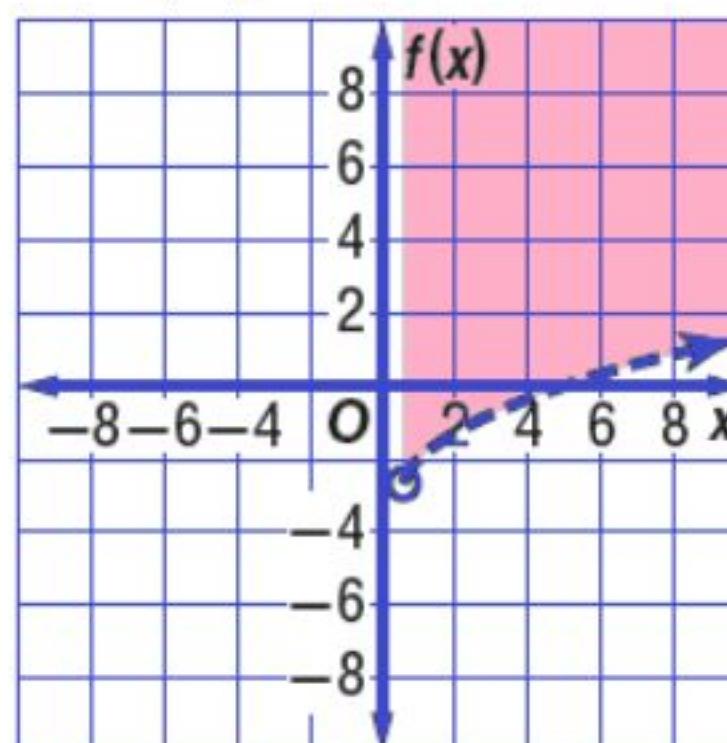
(10) $f(x) \leq \sqrt{x-6} + 2$



$$f(x) < -2\sqrt{x+3} \quad (11)$$



$$f(x) > \sqrt{2x-1} - 3 \quad (12)$$



تدرب وحل المسائل

عَبِّن المجال والمدى لكل دالة فيما يأتي:

$$f(x) = -\sqrt{2x} + 2 \quad (13)$$

المجال: $\{x | x \geq 0\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \leq 2\}$

$$f(x) = -\sqrt{x} - 6 \quad (14)$$

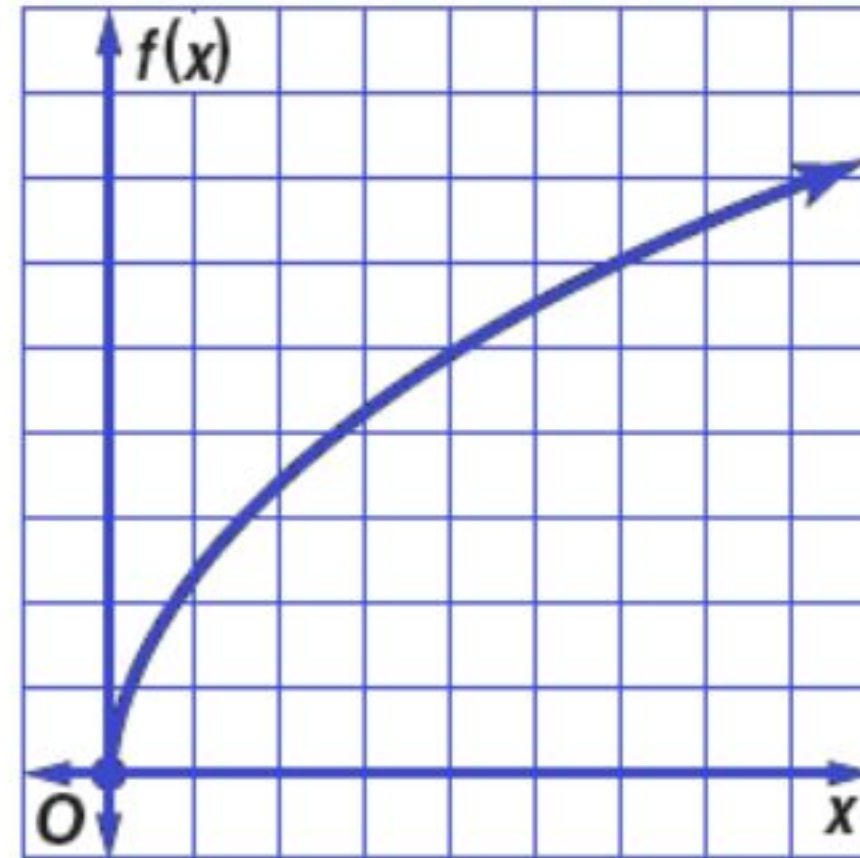
المجال: $\{x | x \geq 0\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq -6\}$

$$f(x) = 4\sqrt{x-2} - 8 \quad (15)$$

$$\{f(x) \mid f(x) \geq -8\} \quad \text{المجال: } \{x \mid x \geq 2\}; \text{ المدى:}$$

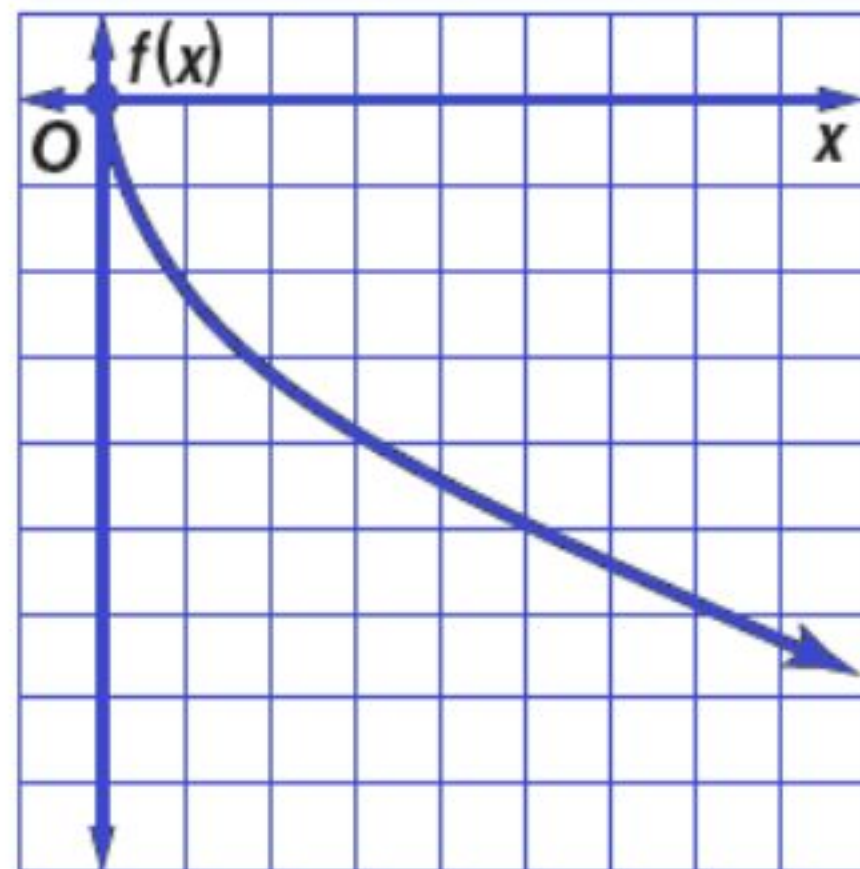
مثل كل دالة مما يأتي بيانيًا، وحدد مجالها ومدنها:

$$f(x) = \sqrt{6x} \quad (16)$$



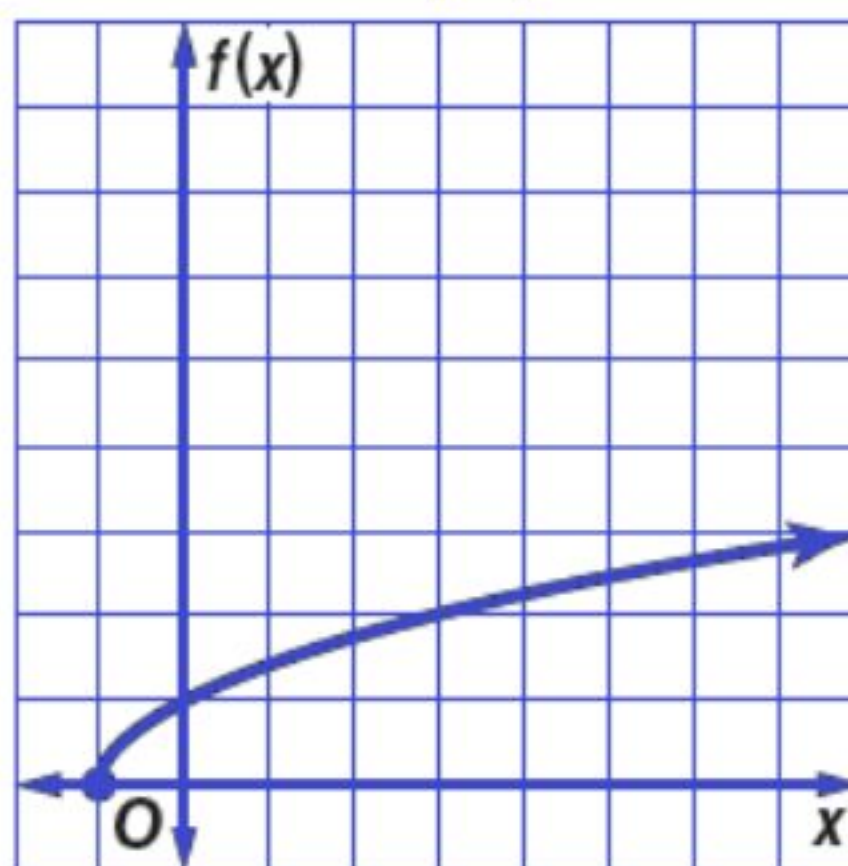
$$\{f(x) \mid f(x) \geq 0\} \quad \text{المجال: } \{x \mid x \geq 0\}; \text{ المدى:}$$

$$f(x) = -\sqrt{5x} \quad (17)$$



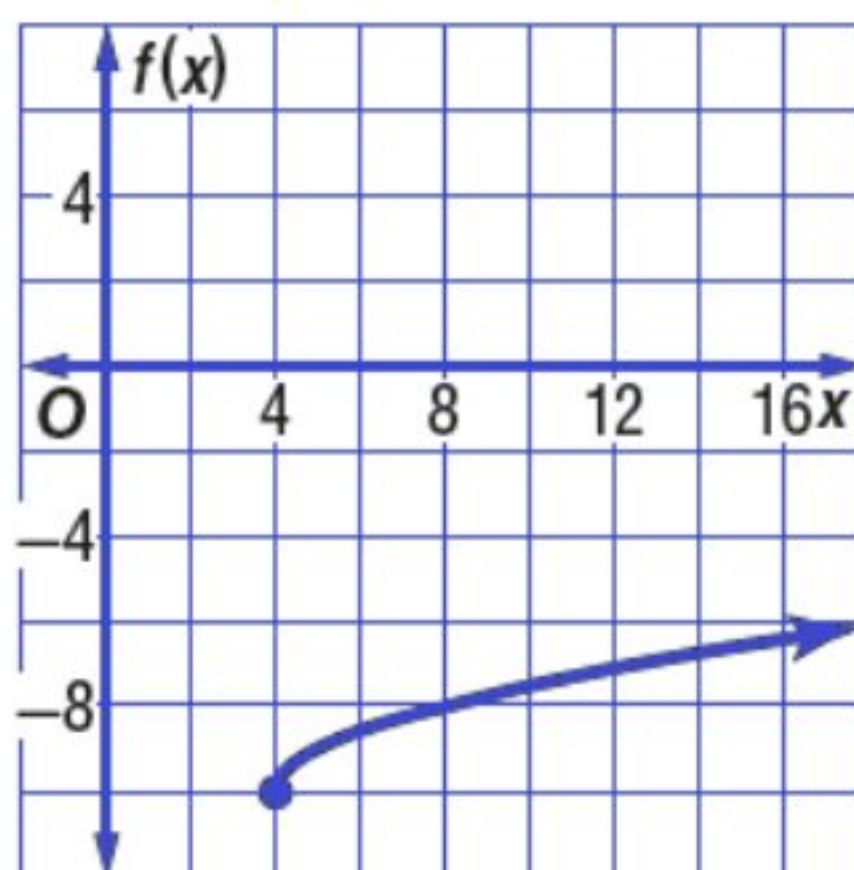
$$\{f(x) \mid f(x) \leq 0\} \quad \text{المجال: } \{x \mid x \geq 0\}; \text{ المدى:}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} \quad (18)$$



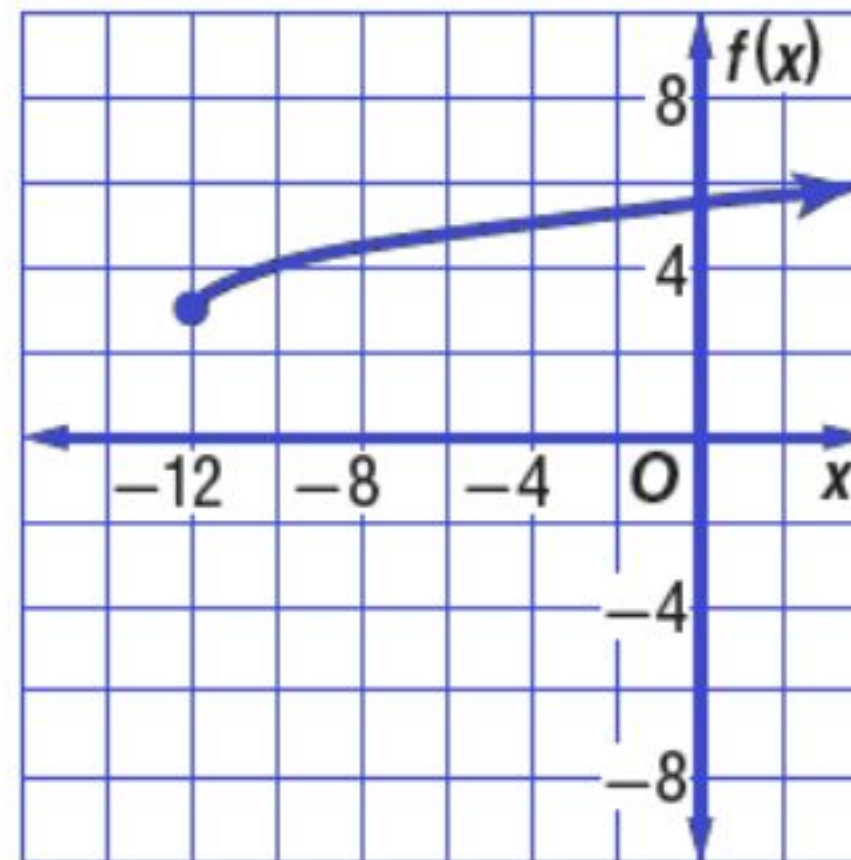
المجال: $\{x | x \geq -1\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = \sqrt{x-4} - 10 \quad (19)$$



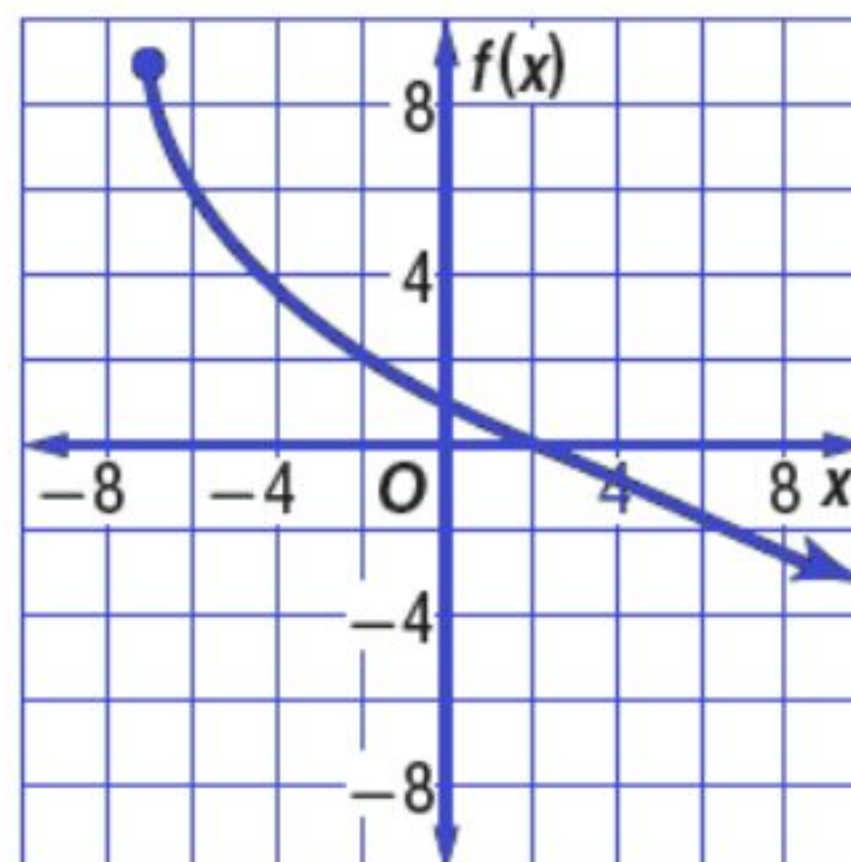
المجال: $\{x | x \geq 4\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq -10\}$

$$f(x) = \frac{3}{4}\sqrt{x+12} + 3 \quad (20)$$



المجال: $\{x | x \geq -12\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 3\}$

$$f(x) = -3\sqrt{x+7} + 9 \quad (21)$$



المجال: $\{x | x \geq -7\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \leq 9\}$

(22)

القفز بالمظلات: إذا كان الزمن التقريبي t بالنواني، اللازم لسقوط جسم من ارتفاع d بالأقدام يعطى بالعلاقة $t = \sqrt{\frac{d}{16}}$ ، فإذا قفز مظلي قبل 11 ثانية من فتح المظلة، فكم قدمًا هبط المظلي خلال هذا الزمن؟

1936 ft

(23)

(23) ألعاب: إذا كانت سرعة العربة الدوارة V في مدينة الألعاب في أثناء نزولها من أعلى قمة تعطى بالدالة: $V = \sqrt{v_0^2 + 64h}$ ، حيث v_0 السرعة الابتدائية بالأقدام لكل ثانية، و h الارتفاع الرأسي بالأقدام. أراد مصمم اللعبة أن تكون سرعة العربة 90 ft/s عندما تصل أدنى مستوى لها.

(a) إذا كانت السرعة الابتدائية للعربة عند القمة هي 10 ft/s ، فاكتب معادلة تمثل ذلك الموقف.

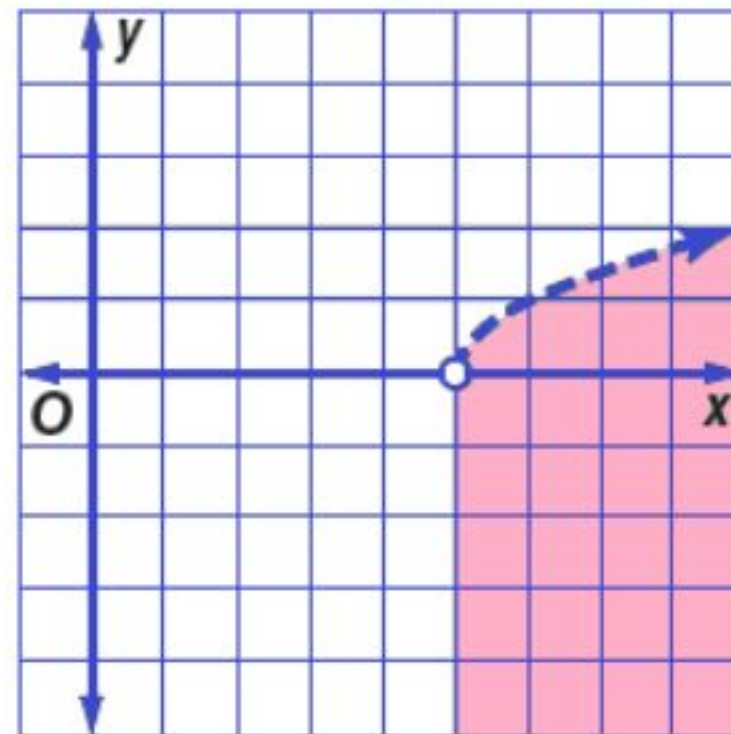
(b) حتى يتحقق ما يريده المصمم، كم يجب أن يكون ارتفاع القمة، إذا كانت سرعة العربة الابتدائية عند القمة 10 ft/s ؟

$$90 = \sqrt{100 + 64h} \quad (a)$$

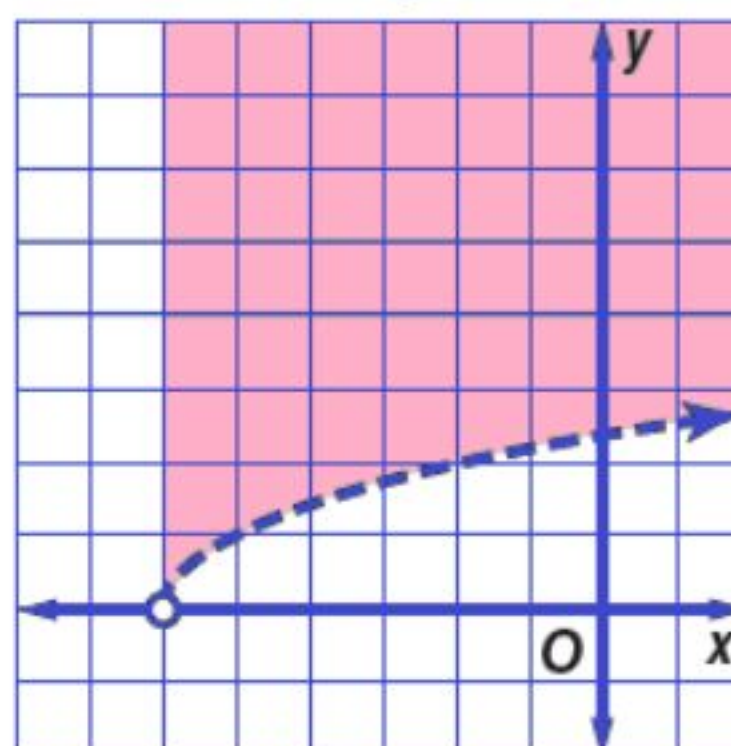
$$125 \text{ ft} \quad (b)$$

مثل كل متباينة مما يأتي بيانيًا:

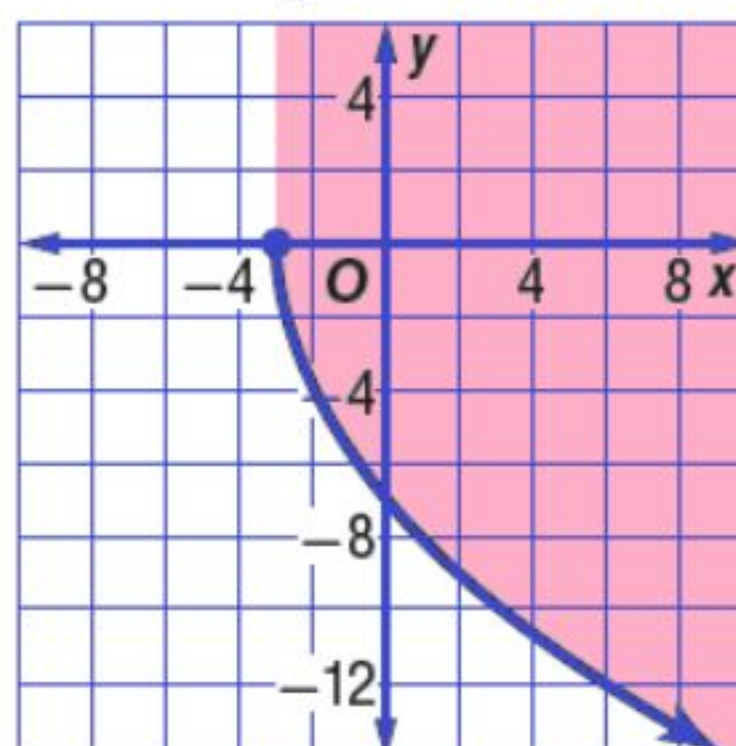
$$y < \sqrt{x - 5} \quad (24)$$



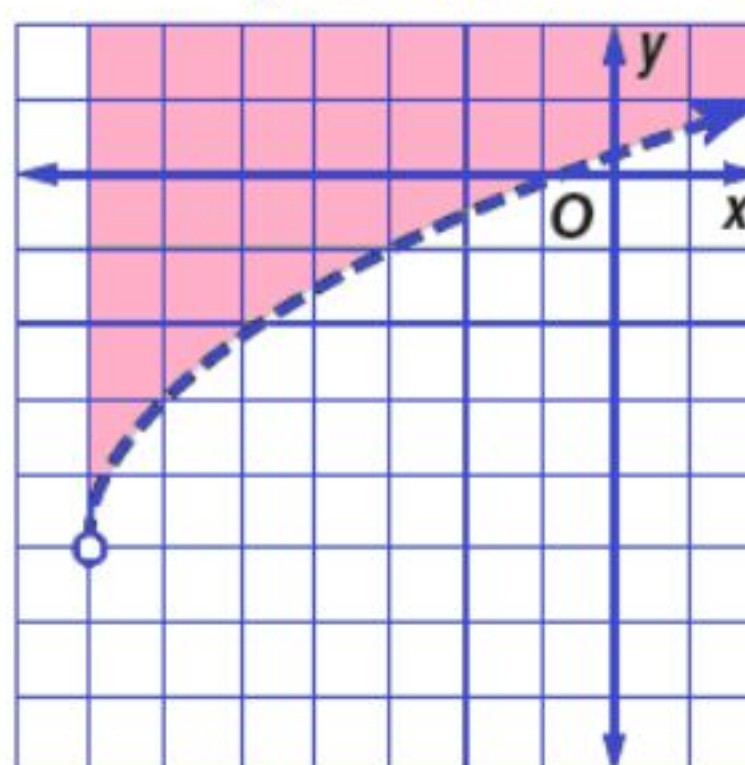
$$y > \sqrt{x+6} \quad (25)$$



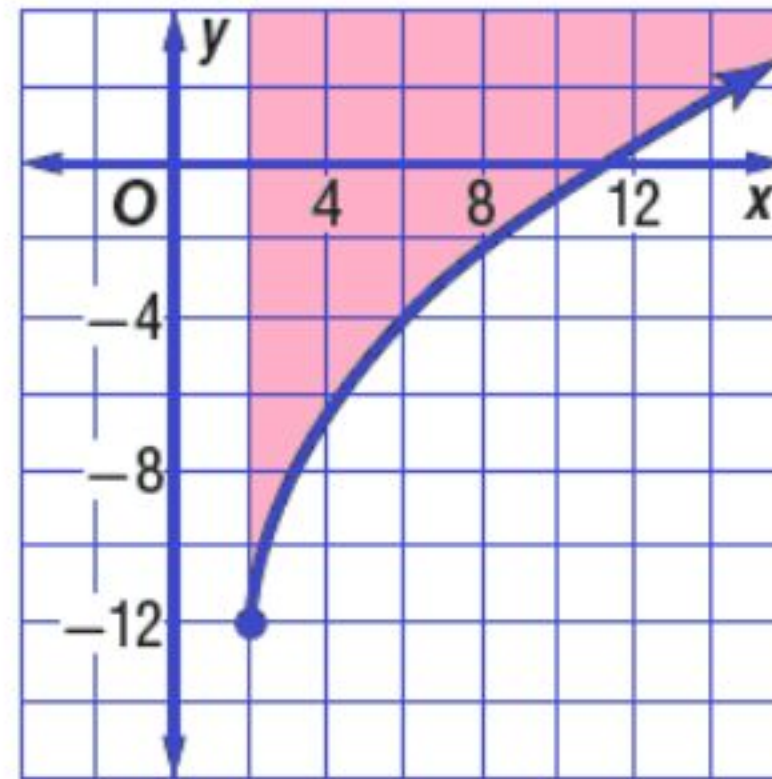
$$y \geq -4\sqrt{x+3} \quad (26)$$



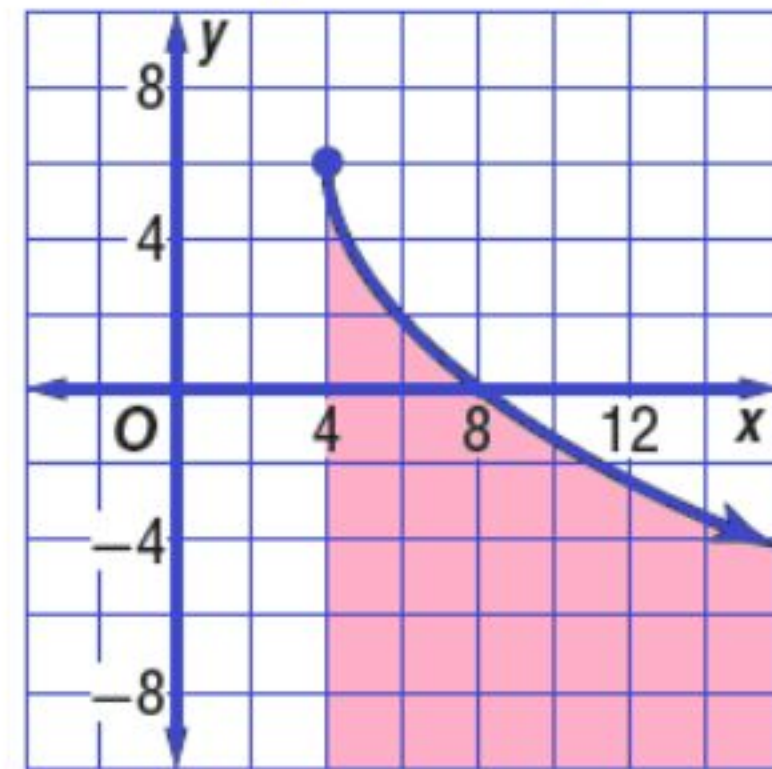
$$y > 2\sqrt{x+7} - 5 \quad (27)$$



$$y \geq 4\sqrt{x-2} - 12 \quad (28)$$



$$y \leq 6 - 3\sqrt{x-4} \quad (29)$$



(30)

قيادة: تستطيع إدارة المرور بعد كل حادث سير، تحديد سرعة السيارة قبل ضغط السائق على الكوابح (الفرامل) وذلك باستعمال المعادلة: $v = \sqrt{30fd}$ ، حيث v تمثل السرعة بالأميال لكل ساعة، f معامل الاحتكاك، d طول أثر احتكاك العجلات بالأقدام. بما أن معامل الاحتكاك يعتمد على حالة الطريق، افترض أن $f = 0.6$.

- (a) أوجد سرعة سيارة طول أثر احتكاك عجلاتها بالأرض 25ft.
- (b) إذا كانت سيارتك تسير بسرعة 35 mil/h، فكم قدمًا تحتاج لتقف وقوفًا تامًا؟
- (c) إذا تضاعفت سرعة سيارة مرة واحدة، فهل يتضاعف طول أثر احتكاك العجلات بالأرض عند الوقوف المفاجئ مرة واحدة؟ وضح بجانبك.

(a) **21.2mi/h تقريباً**

(b) 68 ft تقريباً

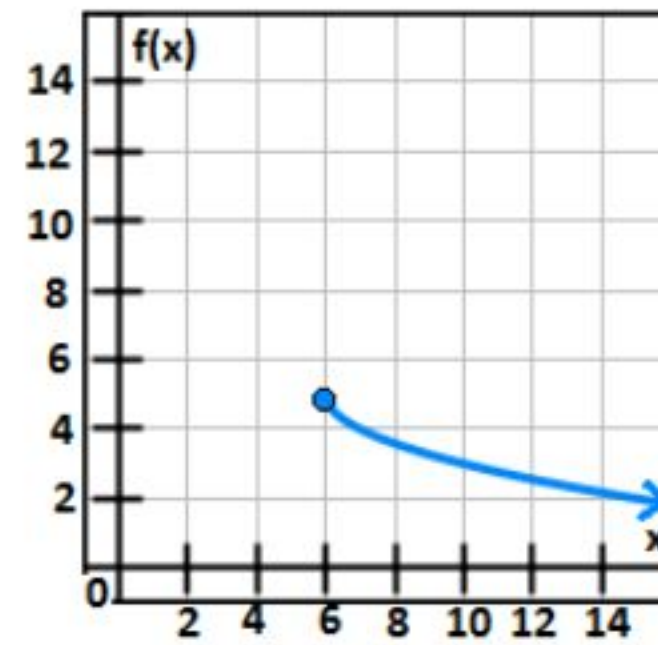
(c) لا؛ لأن الدالة $v = \sqrt{30fd}$ ليست خطية فطول أثر احتكاك العجلات سيتضاعف أربع مرات

اكتب دالة الجذر التربيعي لكل تمثيل بياني مما يأتي:

(31)

عَيِّن المجال والمدى للدالة: $f(x) = -\sqrt{x-6} + 5$ ، ثم مثلها بيانياً.

المجال: $\{x | x \geq 6\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \leq 5\}$



مسائل مهارات التفكير العليا

(32)

تحذّر: اكتب معادلة لدالة جذر تربيعي مجالها $\{x | x \geq -4\}$ ، ومدنها $\{y | y \leq 6\}$ ، وتمر بالنقطة (5, 3).

$$y = -\sqrt{x+4} + 6$$

(33)

تبرير: ما قيم a الصحيحة المرجحة التي نجعل مجال ومدى الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ ؟

كل الأعداد الفردية الموجبة

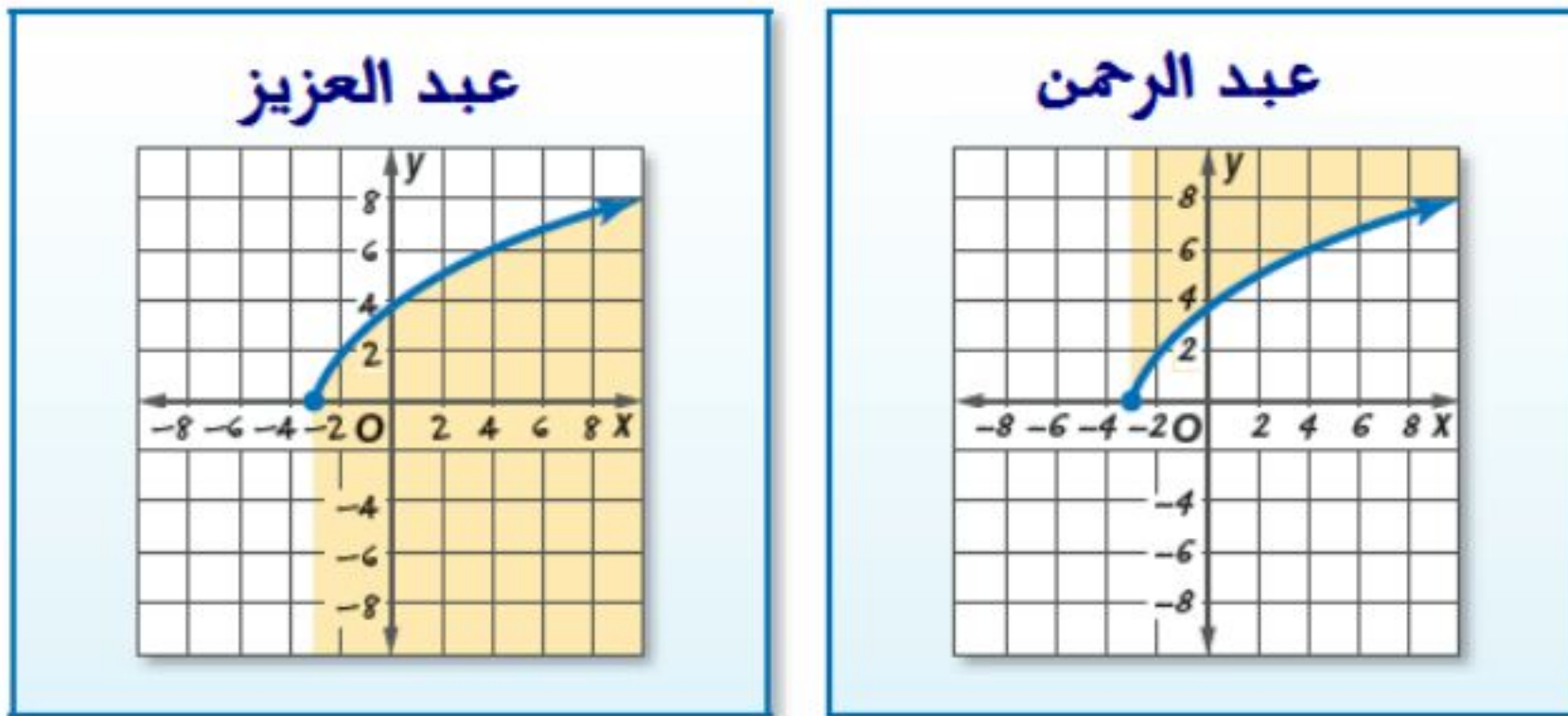
(34)

اكتب، وضع لماذا لا تمثل $y = \pm\sqrt{x}$ دالة؟

حتى تمثل المعادلة دالة، يجب أن يكون لكل قيمة من قيم المتغير x قيمة واحدة فقط للمتغير y تناظرها. إلا أن ذلك لا يتحقق في هذه المعادلة، إذ توجد لكل قيمة من قيم المتغير x قيمتان للمتغير y ، إحداهما موجبة والأخرى سالبة، بالإضافة إلى كون التمثيل البياني للمعادلة لا يحقق اختبار الخط الرأسي.

(35)

اكتشف الخطأ، مثل كل من عبد الرحمن وعبد العزيز المتباينة $y \leq \sqrt{5x + 15}$. فأيهما إجابته صحيحة؟ برر إجابتك.



إجابة عبد العزيز صحيحة لأن عبد الرحمن ظل المنطقة فوق المنحنى و التي ليست هي منطقة الحل.

تدريب على اختبار

(36)

أي مما يأتي بكافى العبارة $x \neq 0$ ، $\frac{-64x^6}{8x^3}$:

$8x^2$ A

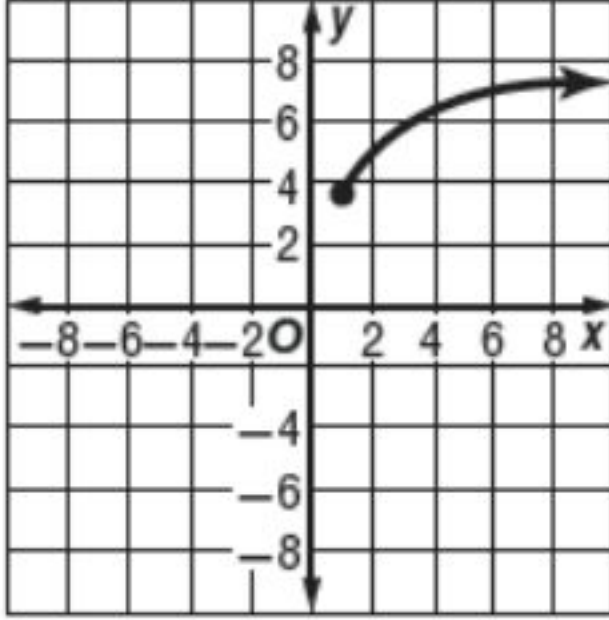
$8x^3$ B

$-8x^2$ C

$-8x^3$ D

الاختيار الصحيح: (D)

(37)



يمثل الشكل المجاور التمثيل البياني لدالة جذر تربيعي، أي مما يأتي صحيح؟

(I) المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية

(II) الدالة هي $y = \sqrt{x} + 3.5$

(III) المدى هو $\{y \mid y \geq 3.5\}$ تقريباً

D فقط III

C I, II, III

B فقط II, III

A فقط I

الاختيار الصحيح: (D)

مراجعة قراكمية

في كل زوج مما يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى، أم لا؟

$$f(x) = 2x \quad (38)$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x$$

نعم لأن $[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x$

$$f(x) = 3x - 7 \quad (39)$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{16}$$

لا؛ لأن $[f \circ g](x) = x - \frac{133}{16}$

$$f(x) = \frac{3x+2}{5} \quad (40)$$

$$g(x) = \frac{5x-2}{3}$$

$$[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x \text{ نعم لأن } x$$

(41)

زمن، إذا كانت الصيغة: $h = \frac{m}{60}$ تستعمل لتحويل الدقائق m إلى ساعات h ، والصيغة: $d = \frac{h}{24}$ تستعمل لتحويل الساعات h إلى أيام d ، فاكثب دالة يمكن استعمالها لتحويل الدقائق إلى أيام. (الدرس 1-2)

$$[d \circ h](m) = \frac{m}{1440}$$

حدد ما إذا كان كل عدد مما يأتي نسبيًا أو غير نسبي:

$$6.34 \text{ عدد نسبي} \quad (42)$$

$$3.787887888... \text{ عدد غير نسبي} \quad (43)$$

$$5.333... \text{ عدد نسبي} \quad (44)$$

$$1.25 \text{ عدد نسبي} \quad (45)$$



بسط كلاً مما يأتي:

$$2x^2 = \sqrt[3]{8x^6} \quad (1A)$$

$$-(y+7)^8 = -\sqrt{(y+7)^{16}} \quad (1B)$$

بسط كلاً مما يأتي:

$$6|y^3| = \sqrt{36y^6} \quad (2A)$$

$$2|(x-3)^3| = \sqrt[4]{16(x-3)^{12}} \quad (2B)$$

(3A)

يمكن إيجاد مساحة سطح كرة إذا علم حجمها، باستعمال القانون $S = \sqrt[3]{36\pi V^2}$ ، حيث V تمثل حجم الكرة، أوجد مساحة سطح كرة حجمها 200 in^3 .

165 in^2 تقريباً

(3B)

إذا كانت مساحة سطح كرة تساوي 214.5 in^2 ، فأوجد حجم الكرة.

295.4 in^3



بسط كلاً مما يأتي:

$$\pm 10y^4 = \pm \sqrt{100y^8} \quad (1)$$

$$-7u^4v^6 = -\sqrt{49u^8v^{12}} \quad (2)$$

$$(y-6)^4 = \pm \sqrt{(y-6)^8} \quad (3)$$

$$2g^4h^6 = \sqrt[4]{16g^{16}h^{24}} \quad (4)$$

$$-5 = \sqrt[3]{-125} \quad (5)$$

$$2|(2y+1)^3| = \sqrt[6]{64(2y+1)^{18}} \quad (6)$$

(7)

قمر اصطناعي: إذا كان نصف القطر r لمدار قمر اصطناعي نلغزبوني يُعطى بالصيغة $\sqrt[3]{\frac{GMt^2}{4\pi^2}}$ ، حيث G تمثل ثابت الجذب الكوني، M كتلة الأرض، t الزمن اللازم لإكمال القمر الاصطناعي دورة واحدة حول الأرض، فأوجد نصف قطر مدار القمر الاصطناعي إذا كانت $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $t = 2.6 \times 10^6 \text{ s}$

نصف قطر مدار القمر الاصطناعي = $4.088 \times 10^8 \text{ m}$ تقريباً

استعمل الحاسبة لتقريب قيمة كل مما يأتي، إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

$$7.616 \approx \sqrt{58} \quad (8)$$

$$-8.718 \approx -\sqrt{76} \quad (9)$$

$$-2.122 \approx \sqrt[5]{-43} \quad (10)$$

$$-2.122 \approx \sqrt[4]{71} \quad (11)$$

بسّط كلّاً ممّا يأتي:

$$\pm 15a^8b^{18} = -\sqrt{225a^{16}c^{36}} \quad (12)$$

$$-20x^{16}y^{20} = -\sqrt{400x^{32}y^{40}} \quad (13)$$

$$(a^2 + 4a)^6 = -\sqrt{(a^2 + 4a)^{12}} \quad (14)$$

$$3b^6c^4 = \sqrt[3]{27b^{18}c^{12}} \quad (15)$$

$$-3 = \sqrt[5]{-243} \quad (16)$$

$$-(y-9)^3 = \sqrt[3]{-(y-9)^9} \quad (17)$$

$$|x^3| = \sqrt[6]{x^{18}} \quad (18)$$

$$a^4 = \sqrt[3]{a^{12}} \quad (19)$$

$$3|(x+4)| = \sqrt[4]{81(x+4)^4} \quad (20)$$

$$(y^3 + 5)^6 = \sqrt[3]{(y^3 + 5)^{18}} \quad (21)$$

$$x^2|y| = \sqrt[8]{x^{16}y^8} \quad (22)$$

$$2a^3b^2 = \sqrt[5]{32a^{15}b^{10}} \quad (23)$$

(24)

شحن: يريد متجر لبيع الكتب عبر الإنترنت زيادة حجم الصناديق المستعملة في الشحن. إذا كان حجم الصندوق الجديد N يساوي حجم الصندوق القديم V مضروباً في مكعب عدد ثابت F أي أن $N = V \cdot F^3$. فما قيمة العدد F إذا كان الحجم الأصلي للصندوق يساوي 0.8 ft^3 ، والحجم الجديد يساوي 21.6 ft^3 ؟

قيمة العدد $F = 3$

(25)

هندسة: يمكن إيجاد طول ضلع مكعب s باستعمال القانون $s = \sqrt[3]{V}$ ، حيث V تمثل حجم المكعب بالوحدات المكعبة. أوجد طول ضلع مكعب حجمه 512 cm^3 .

طول ضلع المكعب $= 8 \text{ cm}$

استعمل الآلة الحاسبة لتقريب قيمة كل مما يأتي إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

$$(26) \quad -12.247 = -\sqrt{150}$$

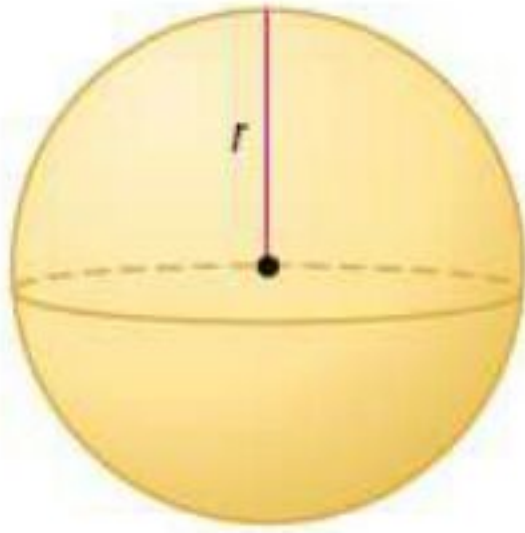
$$(27) \quad 0.656 = \sqrt{0.43}$$

$$(28) \quad -5.350 = \sqrt[5]{-4382}$$

$$(29) \quad 20.733 = \sqrt[6]{(8912)^2}$$

$$(30)$$

هندسة: يمكن إيجاد نصف القطر r لكرة حجمها V باستعمال القانون $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$



(a) أوجد نصف قطر كل من الكرات ذات الأحجام الآتية:

$$1000 \text{ cm}^3, 8000 \text{ cm}^3, 64000 \text{ cm}^3$$

(b) ما مقدار التغير في حجم الكرة عند زيادة نصف القطر إلى مثليه؟

$$(a) \quad (1000, 6.2), (8000, 12.4), (64000, 24.8)$$

(b) عند زيادة نصف القطر إلى مثليه يزداد الحجم إلى (2^3) أي ثمانية أمثاله.

بسّط كلاً مما يأتي:

$$(31) \quad 14|c^3|d^2 = \sqrt{196c^6d^4}$$

$$(32) \quad -3a^5b^3 = \sqrt[3]{-27a^{15}b^9}$$

$$(33) \quad 4(x+y)^2 = \sqrt[3]{64(x+y)^6}$$

(34)

فيزياء: طور جوهانز كيبلر (Johannes Kepler) الصيغة $d = \sqrt[3]{6t^2}$ ، حيث d تمثل المسافة بملايين الأميال بين أي كوكب والشمس، و t تمثل عدد الأيام الأرضية التي يستغرقها الكوكب ليدور حول الشمس. إذا كانت سنة كوكب المريخ تساوي 687 يوماً أرضياً، فكم يبعد المريخ عن الشمس؟

يبعد كوكب المريخ عن الشمس: **141 مليون**

(35)

أحياء: يبين قانون كليبر (Kleiber) $P = 73.3 \sqrt[3]{m}$ العلاقة بين كتلة كائن حي m بالكيلوجرام ومتوسط الأيض اليومي له P بالسرعات الحرارية. أوجد متوسط الأيض اليومي لكل من الحيوانات في الجدول المجاور.

الحيوان	كتلته (kg)
النسر	4.5
الكلب	30
التمساح	72
الدولفين	156
الفيل	2300

النسر: **226.5 Cal** تقريباً لكل يوم،

الكلب: **939.6 Cal** تقريباً لكل يوم،

التمساح: **1811.8 Cal** تقريباً لكل يوم،

الدولفين: **3235.5 Cal** تقريباً لكل يوم،

الفيل: **24344.4 Cal** تقريباً لكل يوم،

(36)

تمثيلات متعددة: سوف تستعمل في هذا السؤال كلا من: $f(x) = x^n$ ، $g(x) = \sqrt[n]{x}$ لاستكشاف المعكوس.

(a) جدولياً: اعمل جدولاً لكل من $f(x)$ ، $g(x)$ مستعملاً $n = 3$ ، $n = 4$.

(b) بيانياً: مثل كلا من المعادلتين السابقتين بيانياً.

(c) تحليلياً: أي المعادلتين السابقتين تمثل دالة؟ وأيها تمثل دالة متبادلة؟

(d) تحليلياً: ما قيم n التي يكون عندها كل من الدالتين $f(x)$ ، $g(x)$ دالة عكسية للأخرى؟

(e) تفضلياً: ما الاستنتاجات التي يمكن أن تتوصل إليها حول $f(x) = x^n$ و $g(x) = \sqrt[n]{x}$ ؟

لقيم n الزوجية الموجبة، وقيم n الفردية الموجبة؟

$n = 3$ (a)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	-125	-64	-27	-8	-1	0

x	1	2	3	4	5	
$f(x)$	1	8	27	64	125	

$n = 4$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	625	256	81	16	1	0

x	1	2	3	4	5	
$f(x)$	1	16	81	256	625	

$n = 3$

x	-125	-64	-27	-8	-1	0
$g(x)$	-5	-4	-3	-2	-1	0

x	1	8	27	64	125	
$g(x)$	1	2	3	4	5	

$$n = 4$$

x	625	256	81	16	1	0
$g(x)$	imaginary	imaginary	imaginary	imaginary	imaginary	0

x	1	16	18	256	625	
$g(x)$	1	2	3	4	5	

مسائل مهارات التفكير العليا

(37)

تحدد ما قيم x التي تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية وتحقق المتباينة $\sqrt[3]{x} > x$ ؟

$$x < -1, \quad 0 < x < 1$$

(38)

مسألة مفتوحة : أوجد عدداً يكون جذره التربيعي الرئيس وجذره التكعيبي عددين صحيحين.

العدد: 64

(39)

اكتب وضع متى يكون استعمال رمز القيمة المطلقة ضرورياً عند إيجاد الجذر النوني؟ ولماذا؟

رمز القيمة المطلقة ضروري للتأكد من كون الإجابة ليست سالبة. فعندما نأخذ أي جذر فردي لعدد، نلاحظ وجود إجابة واحدة فقط. فإذا كان العدد موجباً فإن الجذر يكون موجباً. وإذا كلن سالباً فإن الجذر يكون سالباً. لكل عدد حقيقي موجب جذران نونيان، إذا كان n (دليل الجذر) عددا زوجياً، أحد الجذرين موجب والآخر سالب. استعمال رمز القيمة المطلقة غير ضروري عند إيجاد جذور فردية، ولكن عند إيجاد جذور نونية زوجية، فإن استعمال رمز القيمة المطلقة يكون أحياناً ضرورياً، مثل إيجاد الجذور التربيعية.

(40)

تحدد، حل المعادلة: $\frac{-5}{\sqrt{a}} = -125$

$$a = \frac{1}{625}$$

تدريب على اختبار

(41)

41 أي الآتية هو الأقرب إلى قيمة المقدار $\sqrt[3]{7.32}$ ؟

1.8 A

1.9 B

2 C

2.1 D

الاختيار الصحيح: (B)

(42)

42 قيمة $\sqrt[4]{256x^8y^{16}}$ هي:

$16x^8y^{16}$ A

$16x^2y^{16}$ B

$4x^2y^4$ C

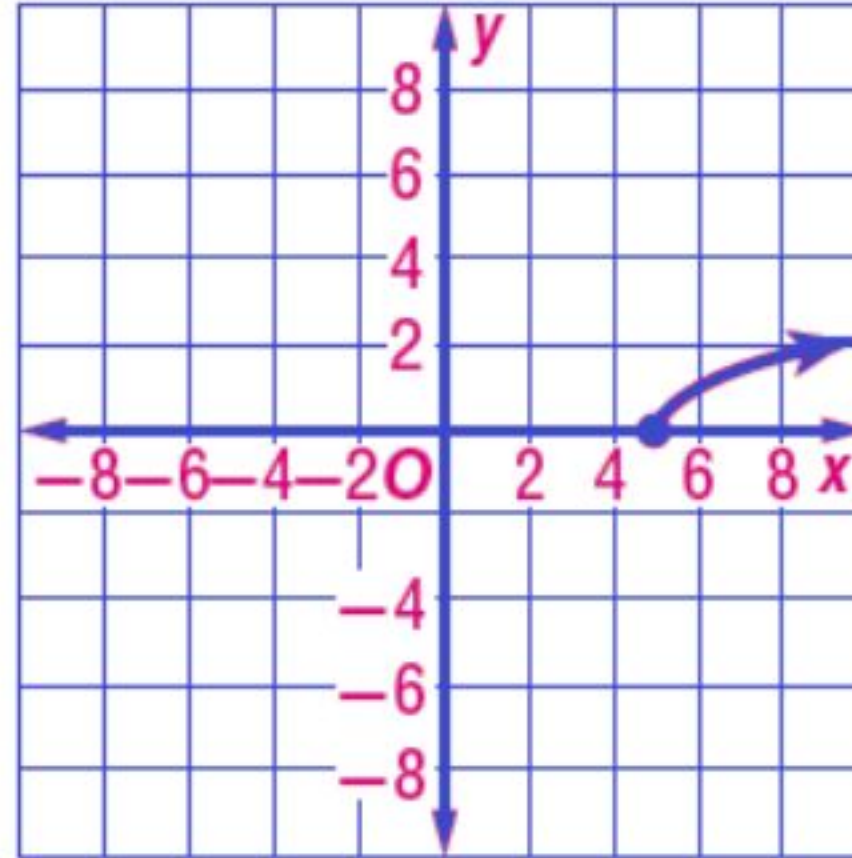
$4x^4y^4$ D

الاختيار الصحيح: (C)

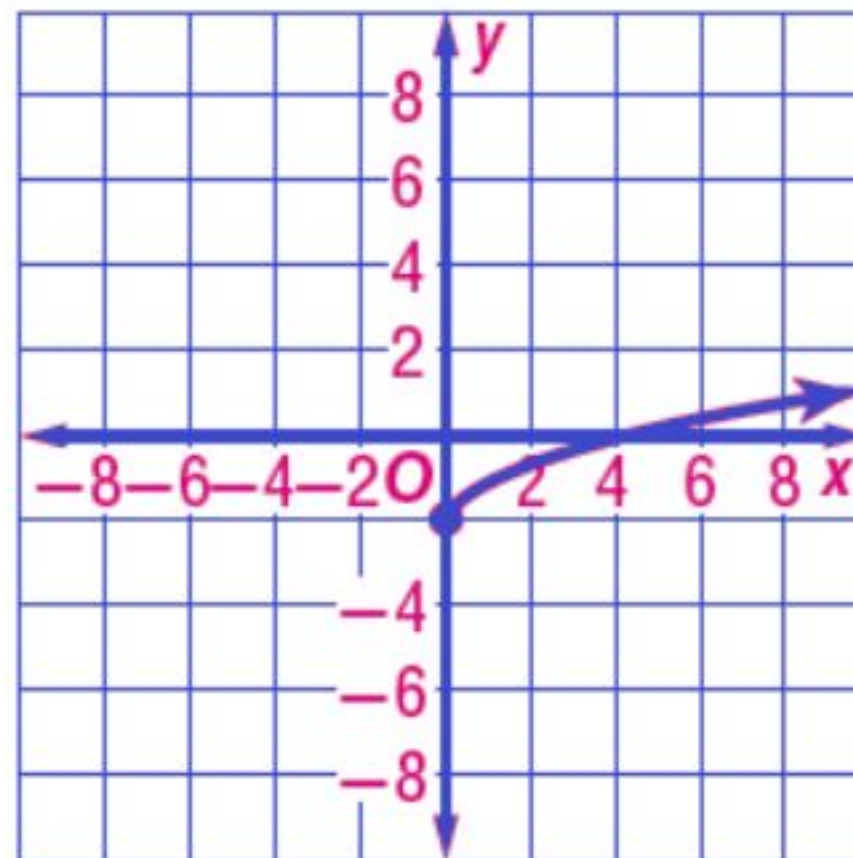
مراجعة تراكمية

مثل كل دالة مما يأتي بيانيًا:

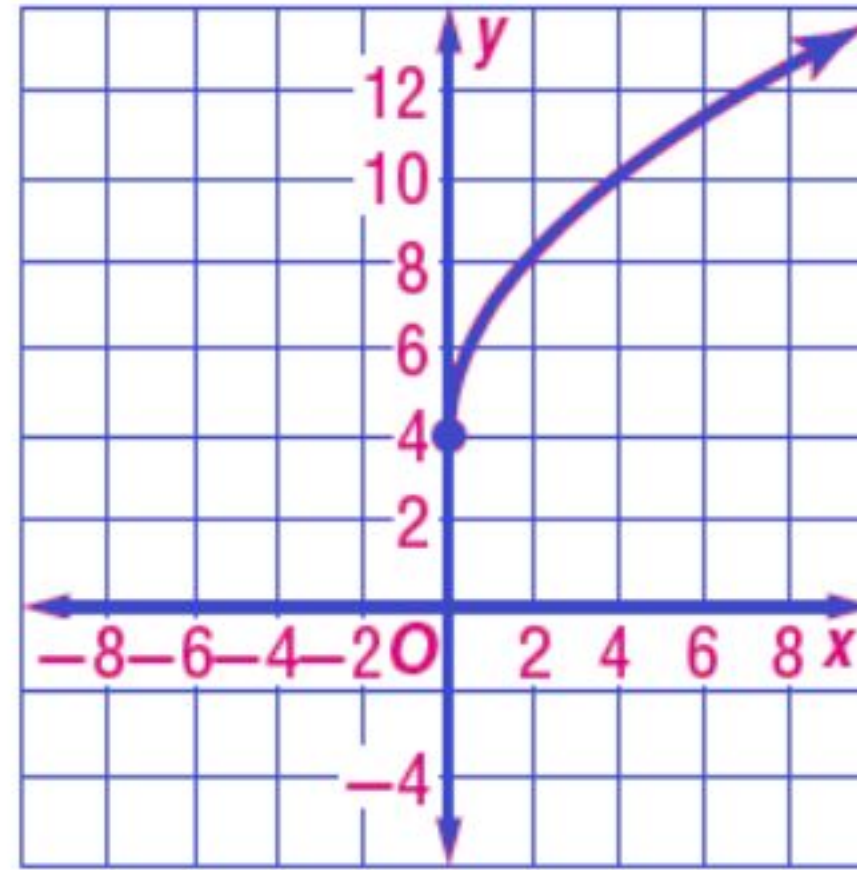
$$y = \sqrt{x-5} \quad (43)$$



$$y = \sqrt{x} - 2 \quad (44)$$



$$y = 3\sqrt{x} + 4 \quad (45)$$



(46)

مسألة: نبلغ كتلة طفل وُلد حديثاً $7\frac{1}{2}$ أرطال، وطوله 19.5 in. فإذا كان الكيلوجرام الواحد يساوي 2.2 رطل تقريباً، والستيمتر الواحد يساوي 0.3937 in تقريباً، فأوجد كتلة المولود بالكيلوجرامات وطوله بالمستمرات. (انهاارة سابقة)

كتلة المولود: **3.41 kg** تقريباً
طول المولود: **49.53 cm** تقريباً

بسّط كلا مما يأتي:

$$(11x^2 + 13x - 15) - (7x^2 - 9x + 19) \quad (47)$$

$$= 4x^2 + 22x - 34$$

$$(2a^2 + 6)^2 \quad (48)$$

$$= 4a^4 + 24a^2 + 36$$

أوجد حاصل الضرب في كل مما يأتي:

$$\begin{aligned} & (x+4)(x+5) \quad (49) \\ & = x^2 + 9x + 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (x+2y)(x-y) \quad (50) \\ & = x^2 + xy - 2y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2(w+z)(w-4z) \quad (51) \\ & = 2w^2 - 6wz - 8z^2 \end{aligned}$$

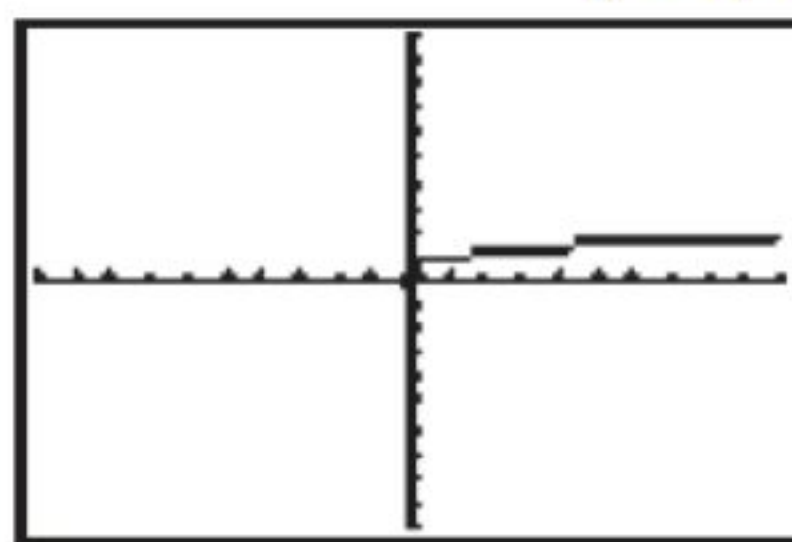
معمل الحاسبة البيانية

4-4 تمثيل دالة الجذر النوني بيانياً

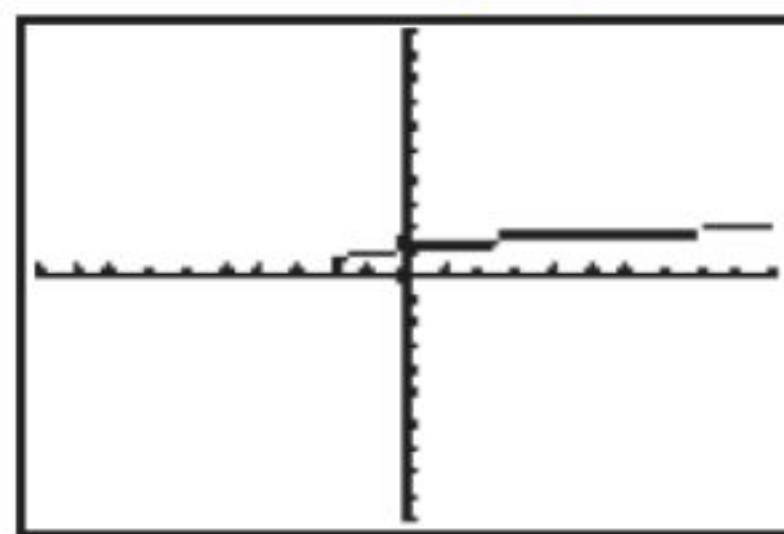


مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

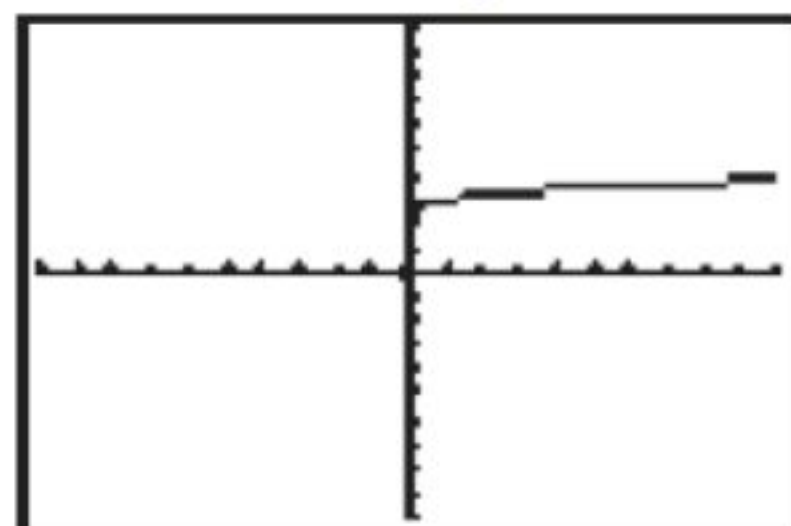
(1) $y = \sqrt[4]{x}$



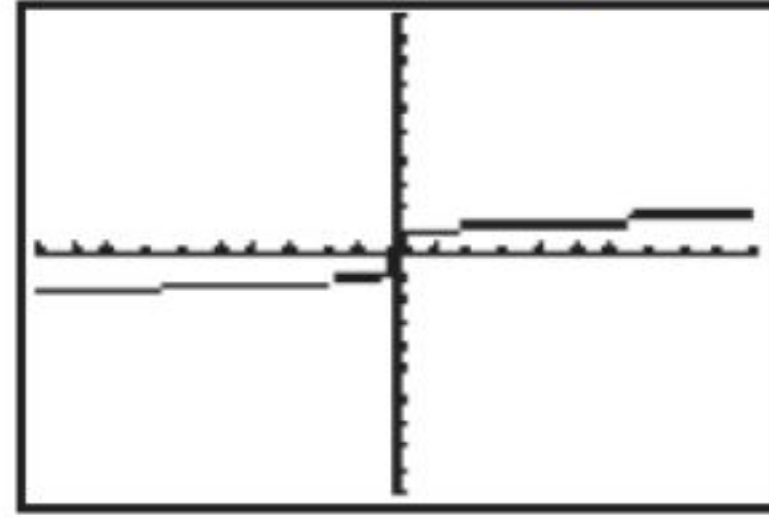
(2) $y = \sqrt[4]{x+2}$



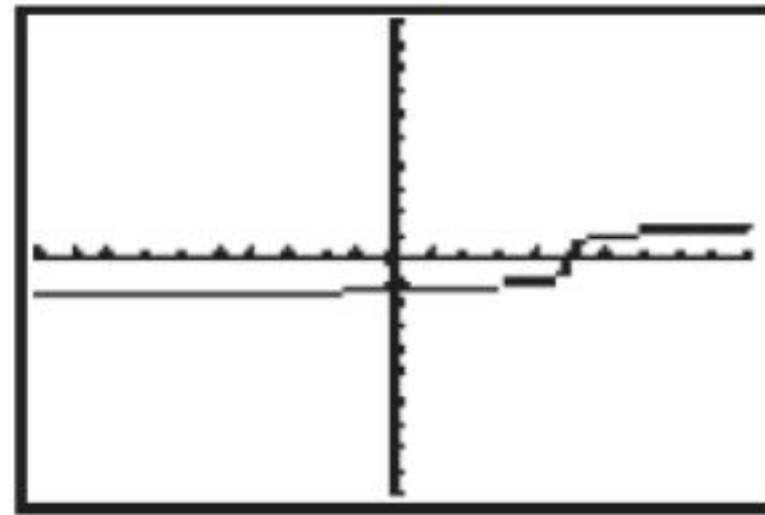
(3) $y = \sqrt[4]{x} + 2$



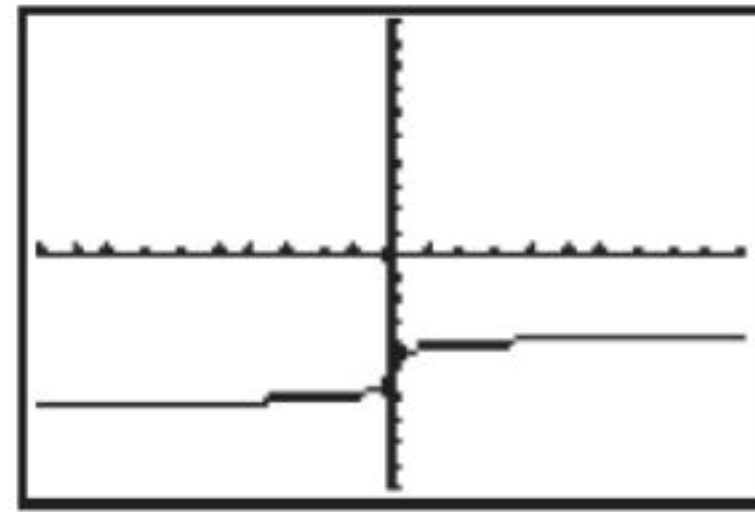
$$y = \sqrt[5]{x} \quad (4)$$



$$y = \sqrt[5]{x-5} \quad (5)$$



$$y = \sqrt[5]{x} - 5 \quad (6)$$



(7)

ما تأثير جمع أو طرح عدد ثابت لما تحت الجذر على التمثيل البياني لدالة الجذر النوني؟

يتم إزاحة التمثيل البياني أفقياً يميناً أو يساراً

(8)

ما تأثير جمع أو طرح عدد ثابت لدالة الجذر النوني على تمثيلها البياني؟

يتم إزاحة التمثيل البياني رأسياً إلى الأعلى أو إلى الأسفل



إذا كان $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ ، $g(x) = 5x - 2$ ، فأوجد كل دالة مما يأتي:

$$(f + g)(x) \quad (1)$$

$$(f + g)(x) = 2x^2 + 9x - 5$$

$$(f - g)(x) \quad (2)$$

$$(f - g)(x) = 2x^2 - x - 1$$

$$(f \cdot g)(x) \quad (3)$$

$$(f \cdot g)(x) = 10x^3 - 16x^2 - 23x + 6$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) \quad (4)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{2x^2 + 4x - 3}{5x - 2}, \quad x \neq \frac{2}{5}$$

$$(f \circ g)(x) \quad (5)$$

$$(f \circ g)(x) = 50x^2 - 20x - 3$$

$$(g \circ f)(x) \quad (6)$$

$$(g \circ f)(x) = 10x^2 + 20x - 17$$

في كل زوج مما يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا:

نعم $f(x) = 2x + 16$, $g(x) = \frac{1}{2}x - 8$ (7)

لا $g(x) = 4x + 15$, $h(x) = \frac{1}{4}x - 15$ (8)

لا $f(x) = x^2 - 5$, $g(x) = 5 + x^{-2}$ (9)

نعم $g(x) = -6x + 8$, $h(x) = \frac{8-x}{6}$ (10)

أوجد معكوس كل دالة مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا:

$$h(x) = \frac{2}{5}x + 8 \quad (11)$$

$$h^{-1}(x) = \frac{5}{2}(x - 8)$$

$$f(x) = \frac{4}{9}(x - 3) \quad (12)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{9}{4}x + 3$$

$$h(x) = -\frac{10}{3}(x + 5) \quad (13)$$

$$h^{-1}(x) = -\frac{3}{10}x - 5$$

$$f(x) = \frac{x + 12}{7} \quad (14)$$

$$f^{-1}(x) = 7x - 12$$

(15)

تنسيق حدائق: تتقاضى مؤسسة لتنسيق الحدائق 25 ريالاً
أجرة للمعدات، إضافة إلى 15 ريالاً عملاً كل ساعة عمل. وتمثل
الدالة $f(h) = 15h + 25$ تكلفة العمل لمدة h ساعة.

(a) أوجد $f^{-1}(h)$ وماذا تمثل $f^{-1}(h)$ ؟

(b) إذا كانت أجرة تنسيق حديقة 85 ريالاً، فكم عدد ساعات عمل
المؤسسة في الحديقة؟

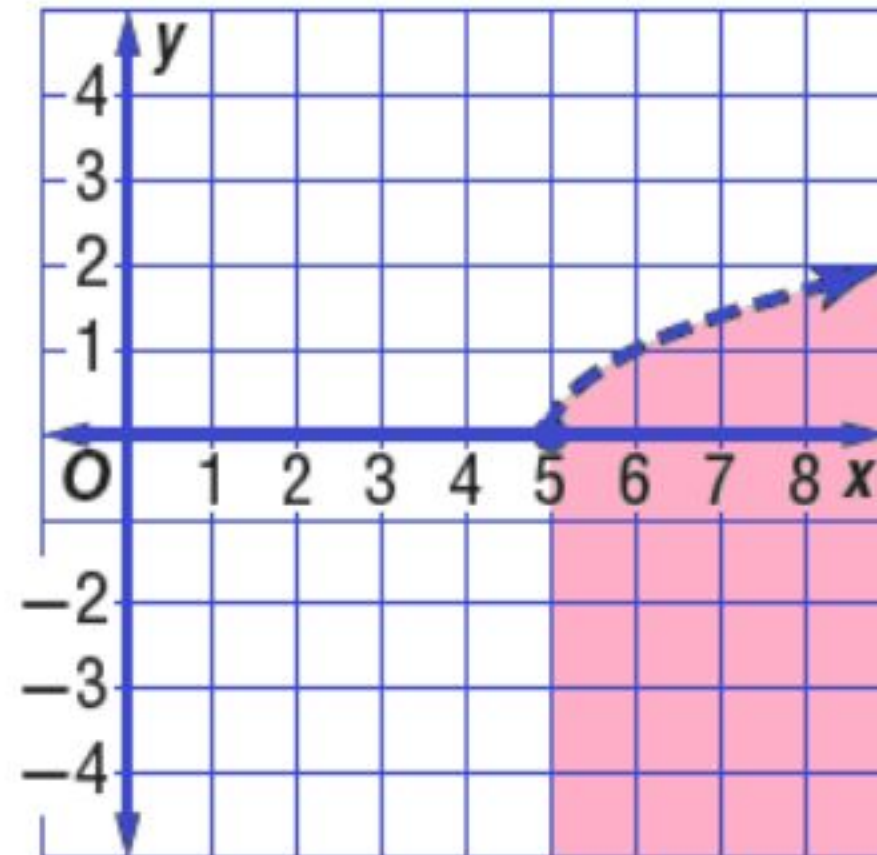
$$f^{-1}(h) = \frac{1}{15}h - \frac{5}{3} \quad (a)$$

$f^{-1}(h)$ تمثل عدد ساعات العمل

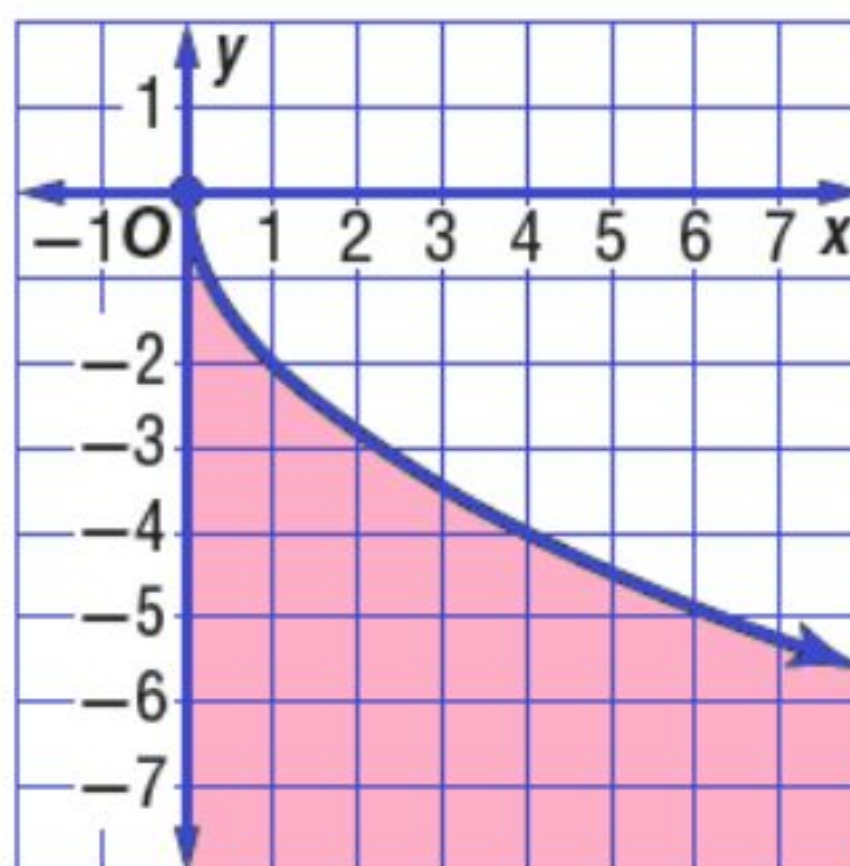
(b) عدد ساعات العمل في المؤسسة = 4 ساعات

مثل كل متباينة مما يأتي بيانياً:

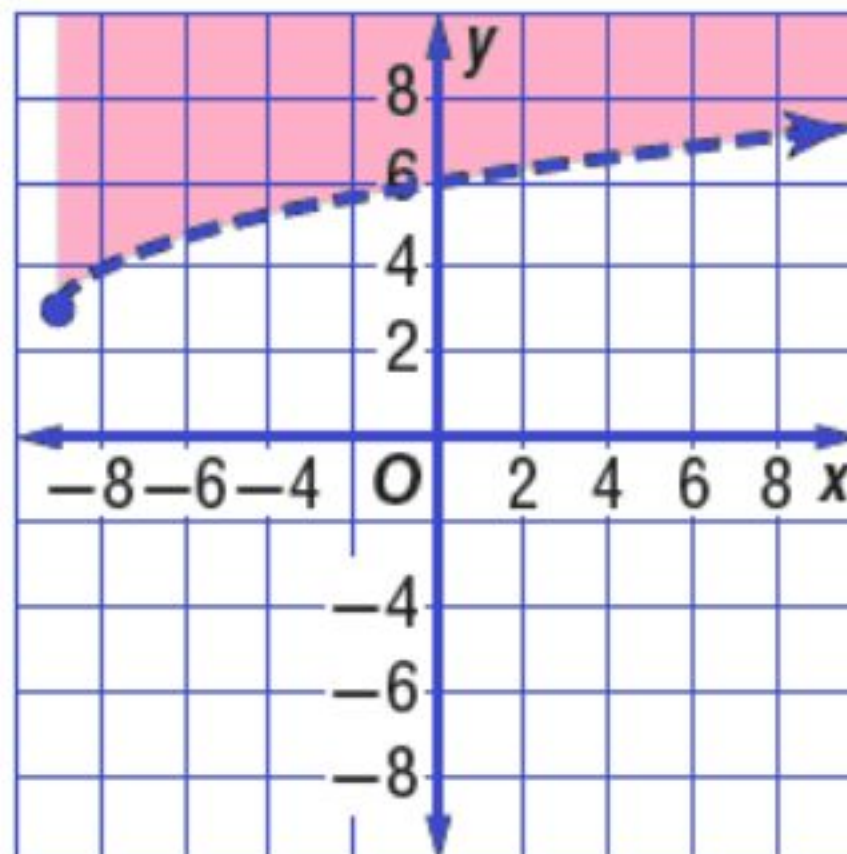
$$y < \sqrt{x-5} \quad (16)$$



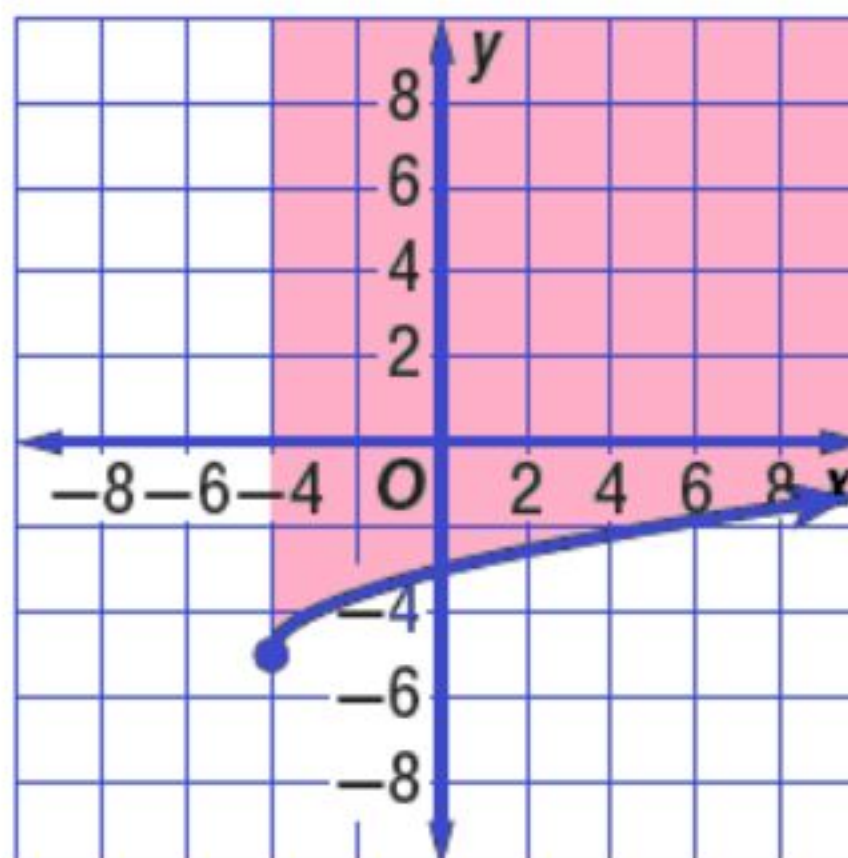
$$y \leq -2\sqrt{x} \quad (17)$$



$$y > \sqrt{x+9} + 3 \quad (18)$$

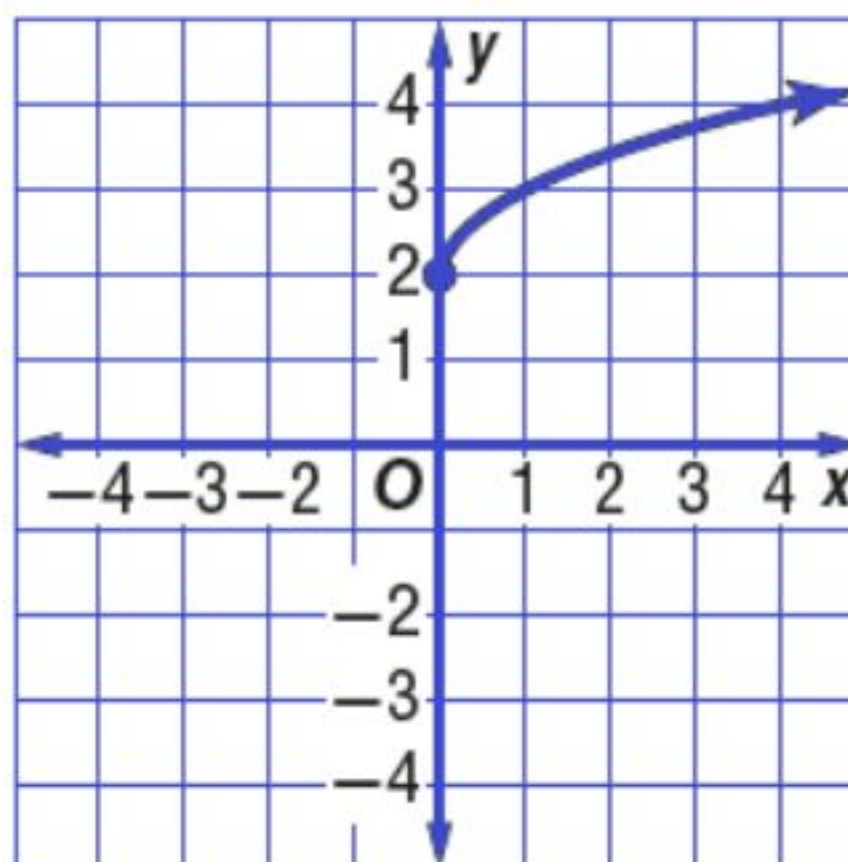


$$y \geq \sqrt{x+4} - 5 \quad (19)$$



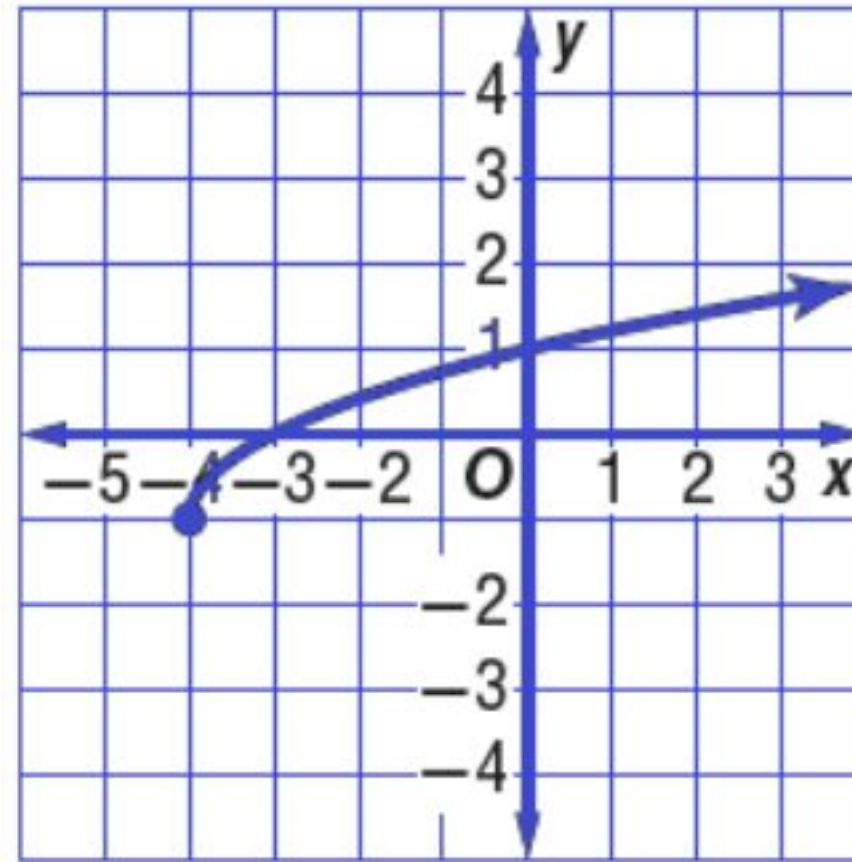
مثل كلاً من الدالتين الآتيتين بياناً، وحدد مجال كل منهما ومداها:

$$y = 2 + \sqrt{x} \quad (20)$$



المجال: $\{x | x \geq 0\}$ ؛ المدى: $\{y | y \geq 2\}$

$$y = \sqrt{x+4} - 1 \quad (21)$$



المجال: $\{x | x \geq -4\}$ ؛ المدى: $\{y | y \geq -1\}$

(22)

اختر من متعدد: ما مجال الدالة $f(x) = \sqrt{2x+5}$ ؟

$$\{x | x > \frac{5}{2}\} \quad C$$

$$\{x | x > \frac{5}{2}\} \quad A$$

$$\{x | x > -\frac{5}{2}\} \quad D$$

$$\{x | x > -\frac{5}{2}\} \quad B$$

الاختيار الصحيح: (D)

بسّط كلا مما يأتي:

$$11a^2 |b^9| = \sqrt{121a^4 b^{18}} \quad (23)$$

$$(x^4 + 3)^6 = \sqrt{(x^4 + 3)^{12}} \quad (24)$$

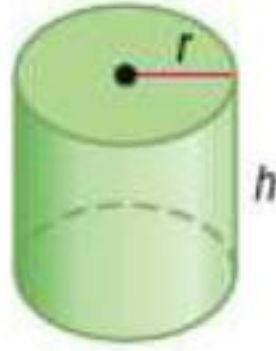
$$3(2x - 5)^5 = \sqrt[3]{27(2x - 5)^{15}} \quad (25)$$

$$-(y - 6)^4 = \sqrt[5]{-(y - 6)^{20}} \quad (26)$$

$$2(x+4)^2 = \sqrt[3]{8(x+4)^6} \quad (27)$$

$$2(y+x)^2 = \sqrt[4]{16(y+x)^8} \quad (28)$$

(29)



اختيار من متعدد: نصف قطر الأسطوانة أدناه يسوي

ارتفاعها. ويمكن إيجاد نصف قطرها r باستعمال الصيغة

$r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ حيث V حجم الأسطوانة. ما نصف القطر

التقريبي للأسطوانة إذا كان حجمها 500 in^3 ؟

2.53 in A

5.42 in B

7.94 in C

24.92 in D

الاختيار الصحيح: (B)

(30)

إنتاج: إذا كانت تكلفة إنتاج p قطعة بالريالات في مصنع يعبر

عنها بالدالة: $C(p) = 5p + 60$. وكان عدد القطع المنتجة في نهاية

h ساعة عمل يُعبر عنه بالدالة: $P(h) = 40h$.

(a) أوجد $C[P(h)]$.

(b) أوجد تكلفة الإنتاج في نهاية 8 ساعات عمل.

$$C[P(h)] = 200h + 60 \quad (a)$$

$$\text{تكلفة الإنتاج} = 1660 \text{ SR} \quad (b)$$

العمليات على العبارات الجذرية
Operations with Radical Expressions

4-5

تحقق

$$2c^2d\sqrt{3dc^3} = \sqrt{12d^3c^{12}} \quad (1A)$$

$$3y^4z^2\sqrt[3]{z} = \sqrt{27y^{12}z^7} \quad (1B)$$

$$\frac{a^4\sqrt{ab}}{b^3} = \frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}} \quad (2A)$$

$$\frac{\sqrt[5]{24y^4}}{2y} = \sqrt[5]{\frac{3}{4y}} \quad (2B)$$

بسّط العبارات الجذرية الآتية:

$$96c^2d^4 = 6\sqrt{8c^3d^5} \cdot 4\sqrt{2cd^3} \quad (3A)$$

$$12x^2|y| = 2\sqrt[4]{8x^3y^2} \cdot 3\sqrt[4]{2x^5y^2} \quad (3B)$$

$$23\sqrt{2} = 4\sqrt{8} + 3\sqrt{50} \quad (4A)$$

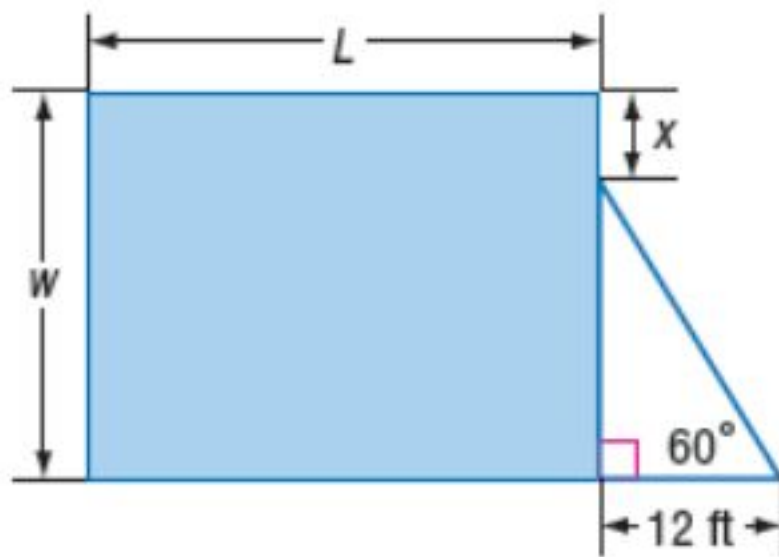
$$23\sqrt{2} = 5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{128} \quad (4B)$$

$$(6\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}) \quad (5A)$$

$$= 12\sqrt{15} - 10\sqrt{5} + 24\sqrt{6} - 20\sqrt{2}$$

$$71 = (7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) \quad (5B)$$

(6)



هندسة: إذا كانت مساحة المستطيل في الشكل المجاور تساوي 900 ft^2 ، فاكتب معادلة تمثل طول المستطيل L بدلالة x ، ثم بسطها

$$\frac{10800\sqrt{3} - 900x}{432 - x^2}$$



بسّط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$6b^2c^2\sqrt{ac} = \sqrt{36ab^4c^5} \quad (1)$$

$$12x^3y^2\sqrt{xy} = \sqrt{144x^7y^5} \quad (2)$$

$$\frac{c^2\sqrt{cd}}{d^5} = \frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt{d^9}} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt[4]{10xy^3}}{2y} = \sqrt[4]{\frac{5x}{8y}} \quad (4)$$

$$60x = 5\sqrt{2x} \cdot 3\sqrt{8x} \quad (5)$$

$$36xy = 3\sqrt[3]{36xy} \cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2} \quad (6)$$

$$3xy = \sqrt[4]{3x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{27xy^2} \quad (7)$$

$$20\sqrt{2} + 13\sqrt{3} = 5\sqrt{32} + \sqrt{27} + 2\sqrt{75} \quad (8)$$

$$12\sqrt{3} + 16\sqrt{5} = (4 + 2\sqrt{5})(3\sqrt{3} + 4\sqrt{5}) \quad (9)$$

$$184 = (8\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(8\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) \quad (10)$$

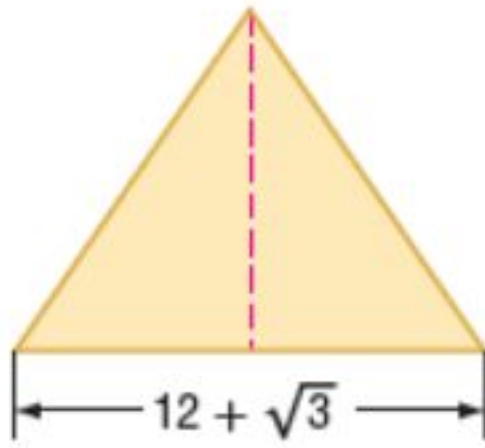
$$\frac{15 - 5\sqrt{2}}{7} = \frac{5}{\sqrt{2} + 3} \quad (11)$$

$$\frac{-40 - 8\sqrt{6}}{19} = \frac{8}{\sqrt{6} - 5} \quad (12)$$

$$-2 - \sqrt{2} = \frac{4 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 3} \quad (13)$$

$$\frac{27 - 10\sqrt{3}}{13} = \frac{6 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 4} \quad (14)$$

(15)



هندسة : أوجد ارتفاع المثلث في الشكل المجاور في أبسط صورة إذا كانت مساحته $189 + 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

$$\text{ارتفاع المثلث} = 32 - 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

تدرب وحل المسائل

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$6a^4b^2\sqrt{2b} = \sqrt{72a^8b^5} \quad (16)$$

$$3a^7b\sqrt{ab} = \sqrt{9a^{15}b^3} \quad (17)$$

$$3|a^3|bc^2\sqrt{2bc} = \sqrt{18a^6b^3c^5} \quad (18)$$

$$\frac{\sqrt{70xy}}{10y^2} = \sqrt{\frac{7x}{10y^3}} \quad (19)$$

$$\frac{\sqrt[3]{150x^2y^2}}{5y} = \frac{\sqrt[3]{6x^2}}{\sqrt[3]{5y}} \quad (20)$$

$$\frac{\sqrt[4]{28b^2x^3}}{2|b|} = \sqrt[4]{\frac{7x^3}{4b^2}} \quad (21)$$

$$120y\sqrt{2z} = 3\sqrt{5y} \cdot 8\sqrt{10yz} \quad (22)$$

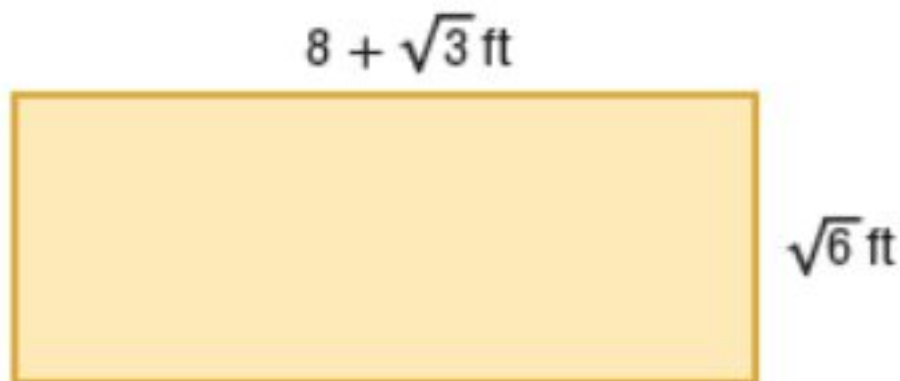
$$120y\sqrt{2z} = 2\sqrt{32a^3b^5} \cdot \sqrt{8a^7b^2} \quad (23)$$

$$9\sqrt{10} + 8\sqrt{5} + 9\sqrt{2} = 3\sqrt{90} + 4\sqrt{20} + \sqrt{162} \quad (24)$$

$$8\sqrt{7} - 72\sqrt{10} + 2\sqrt{11} = 4\sqrt{28} - 8\sqrt{810} + \sqrt{44} \quad (25)$$

$$(26)$$

هندسة : أوجد محيط المستطيل في الشكل المجاور واكتبه في أبسط صورة. ثم أوجد مساحته واكتبها في أبسط صورة.



$$\text{محيط المستطيل} = 16 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \text{ ft}$$

$$\text{مساحة المستطيل} = 8\sqrt{6} + 3\sqrt{2} \text{ ft}^2$$

بسط كلاً من العبارات الجذرية الآتية:

$$56\sqrt{3} + 42\sqrt{6} - 36\sqrt{2} - 54 = (7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(4\sqrt{6} + 3\sqrt{12}) \quad (27)$$

$$36\sqrt{2} + 36\sqrt{6} + 20\sqrt{3} + 60 = (6\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(2\sqrt{6} + 3\sqrt{8}) \quad (28)$$

$$6\sqrt{3} + 6\sqrt{2} = \frac{6}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \quad (29)$$

$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \quad (30)$$

$$\frac{20 - 7\sqrt{3}}{11} = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 6} \quad (31)$$

$$2 = \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \quad (32)$$

بسّط كلّاً من العبارات الجذرية الآتية:

$$-3x^2y^3\sqrt[3]{2y^2} = \sqrt[3]{-54x^6y^{11}} \quad (33)$$

$$\frac{\sqrt[4]{1500a^2b^3x^3y^2}}{5|a|b} = \sqrt[4]{\frac{12x^3y^2}{5a^2b}} \quad (34)$$

$$\frac{\sqrt[3]{450y^2z^2}}{5z} = \frac{\sqrt[3]{36xy^2}}{\sqrt[3]{10xz}} \quad (35)$$

$$\frac{(x+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1} \quad (36)$$

$$\frac{\sqrt{x^2-4}}{x+2} = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}} \quad (37)$$

$$\frac{\sqrt{x^3-x}}{x^2-1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}} \quad (38)$$

(39)

تفاح، يرتبط قطر التفاحة مع كتلتها بالصيغة $d = \sqrt[3]{3w}$ حيث d تمثل القطر بالهوصة، w الكتلة بالأونصات. أوجد قطر تفاحة كتلتها 6.47 أونصات.

قطر التفاحة = 2.69 بوصة تقريباً

بسط كل عبارة جذرية فيما يأتي، حيث b عدد زوجي:

$$|a| = \sqrt[b]{a^b} \quad (40)$$

$$a^4 = \sqrt[b]{a^{4b}} \quad (41)$$

$$a^2 = \sqrt[b]{a^{2b}} \quad (42)$$

$$|a^3| = \sqrt[b]{a^{3b}} \quad (43)$$

(44)

تمثيلات متعددة، سنستكشف في هذا السؤال العمليات على الجذور المشابهة.



(a) عددياً، انقل الشكل المجاور على ورقة نقطية. واستعمل نظرية فيثاغورس لإثبات أن طول القطعة المستقيمة الحمراء يساوي $\sqrt{2}$ وحدة.

(b) بيانيّاً، زد طول القطعة المستقيمة الحمراء ليصبح $\sqrt{2} + \sqrt{2}$.

(c) تحليليّاً، استعمل الشكل الذي رسمته لتبين أن: $\sqrt{2} + \sqrt{2} \neq \sqrt{2} + 2 = 2$.

(d) بيانيّاً، استعمل الورقة النقطية لرسم مربع طول ضلعه $\sqrt{2}$ وحدة.

(e) عدديّاً، برهن على أن مساحة المربع تساوي $2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ وحدة مربعة.

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (a)$$

$$1^2 + 1^2 = c^2$$

$$2 = c^2$$

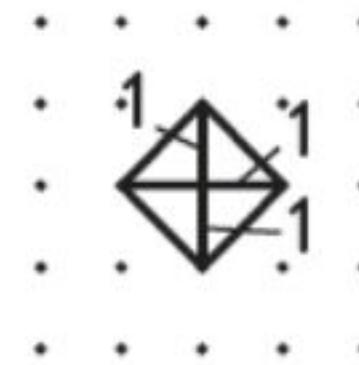
$$\sqrt{2} = c$$

(b)



(c) طول وتر المثلث القائم الزاوية متطابق الضلعين و الذي طول كل منهما وحدتان يساوي $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ وحدة، لذا فإن $\sqrt{2} + \sqrt{2} > 2$

(d)



(e) بما أن المربع ينتج أربعة مثلثات طول قاعدة كل منها وحدة واحدة، وارتفاعه وحدة واحدة، لذا فمساحة كل منها هي: $\frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}$

$$(1)(1) = \frac{1}{2} \cdot 4 \left(\frac{1}{2} \right) = 2$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \quad , \quad 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) = 2$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(45)

اكتشف الخطأ: بسط كل من خالد وناصر العبارة الجذرية $4\sqrt{32} + 6\sqrt{18}$ ، فمن منهما إجابته صحيحة؟ وضح إجابتك.

ناصر

$$\begin{aligned} 4\sqrt{32} + 6\sqrt{18} \\ &= 4\sqrt{16 \cdot 2} + 6\sqrt{9 \cdot 2} \\ &= 64\sqrt{2} + 54\sqrt{2} \\ &= 118\sqrt{2} \end{aligned}$$

خالد

$$\begin{aligned} 4\sqrt{32} + 6\sqrt{18} \\ &= 4\sqrt{4^2 \cdot 2} + 6\sqrt{3^2 \cdot 2} \\ &= 16\sqrt{2} + 18\sqrt{2} \\ &= 34\sqrt{2} \end{aligned}$$

خالد: أخطأ ناصر؛ لأنه ضرب العدد 4 في العدد 16 بدلاً من ضرب العدد 4 في العدد 4 كذلك ضرب العدد 6 في العدد 9 بدلاً من ضرب العدد 6 في العدد 3.

(46)

تحذّر: بين أن $\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ هو جذر تكعيبي للعدد 1.

$$\begin{aligned} \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^3 &= \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= \frac{(-1-i\sqrt{3})(-1-i\sqrt{3})(-1-i\sqrt{3})}{8} \\ &= \frac{(1+i\sqrt{3}+i\sqrt{3}+3i^2)(-1-i\sqrt{3})}{8} \\ &= \frac{(2i\sqrt{3}-2)(-1-i\sqrt{3})}{8} \\ &= \frac{-2i\sqrt{3}-6i^2+2+2i\sqrt{3}}{8} \end{aligned}$$

$$= \frac{-6i^2 + 2}{8}$$

$$= \frac{8}{8}$$

$$= 1$$

(47)

لتبرير ما قيم a التي تجعل العبارة الجذرية $\sqrt{a} + \sqrt{-a}$ عدداً حقيقياً؟ فسر إجابتك.

0 هي القيمة الوحيدة الممكنة للعدد a لأنه $\sqrt{a}$ يساوي عدد حقيقي عندما $a \geq 0$ ، وكذلك $\sqrt{-a}$ يساوي عدد حقيقي عندما $a \leq 0$

(48)

مسألة مفتوحة. أوجد عدداً غير الواحد الصحيح بحيث يكون كل من جذوره: التربيعي، والتكعيبي، والرابع عدداً كلياً موجباً.

4096

(49)

اكتب وضع متى يكون وضع رمز القيمة المطلقة ضرورياً، أو غير ضروري في ناتج تبسيط الجذر النوني لعبارة ما.

إذا كان n عدداً فردياً فهناك فقط جذر حقيقي واحد، و بناء على ذلك فلا حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة، أما إذا كان n عدداً زوجياً فإن $\sqrt[n]{x^n} = |x|$

تدريب على اختيار

(50)

أيّ العبارات الجذرية الآتية تكافئ العبارة الجذرية $4\sqrt{180a^2b^8}$

$36\sqrt{5|a|b^4}$ D

$3\sqrt{10|a|b^4}$ C

$6\sqrt{5|a|b^4}$ B

$5\sqrt{6|a|b^4}$ A

الاختيار الصحيح: (B)

مراجعة قراكمية

بسّط كلاً من العبارات الجذرية الآتية:

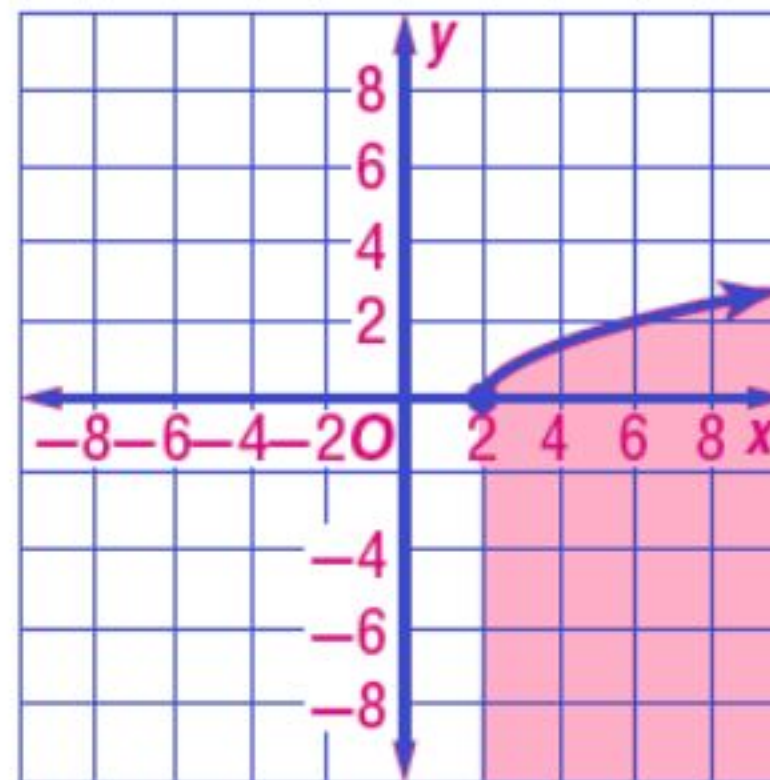
$$9|x^3| = \sqrt{81x^6} \quad (51)$$

$$9ab^3 = \sqrt[3]{729a^3b^9} \quad (52)$$

$$|g+5| = \sqrt{(g+5)^2} \quad (53)$$

(54)

مثل المتباينة $y \leq \sqrt{x-2}$ بيانياً.



حل كل معادلة مما يأتي:

$$x^4 - 34x^2 + 225 = 0 \quad (55)$$

$$x = -5, \quad x = -3, \quad x = 3, \quad x = 5$$

$$x^4 + 6x^2 - 27 = 0 \quad (56)$$

$$x = -\sqrt{3}, \quad x = \sqrt{3}, \quad x = 3i, \quad x = -3i$$

$$27x^3 + 1 = 0 \quad (57)$$

$$x = -\frac{1}{3}, \quad x = \frac{1+i\sqrt{3}}{6}, \quad x = \frac{1-i\sqrt{3}}{6}$$

(58)

قوارب: تبيع شركة لصناعة القوارب، 5000 ريال من صنع القارب الصغير، و 9000 ريال من صنع القارب الكبير، فإذا زاد عدد ما أنتجته الشركة من القوارب الصغيرة 5 قوارب على عدد القوارب الكبيرة خلال فصلي الصيف والربيع، وربحت مقابل ذلك 81000 ريال، فكم عدد القوارب التي أنتجتها الشركة من كل نوع؟ (الدرس: 3-8)

4 قوارب كبيرة ، 9 قوارب صغيرة

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$\frac{3}{8} = 3\left(\frac{1}{8}\right) \quad (59)$$

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \quad (60)$$

$$\frac{13}{30} = \frac{5}{6} - \frac{2}{5} \quad (61)$$

4-6

الأسس النسبية Rational Exponents



(1A) اكتب $a^{\frac{1}{3}}$ على الصورة الجذرية.

$$\sqrt[3]{a}$$

(1B) اكتب $\sqrt[5]{c}$ على الصورة الأسية.

$$c^{\frac{1}{5}}$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$-\frac{1}{5} = -3125^{-\frac{1}{5}} \quad (2A)$$

$$8 = 256^{\frac{3}{8}} \quad (2B)$$

(3) ثقافه مالية:

افترض أن ثمن لتر الحليب الآن 4 ريالات. فكم سيزيد الثمن بعد تسعة أشهر، إذا كان معدل التضخم العالي السنوي 5.3%؟

مقدار زيادة الثمن = 0.29 تقريباً

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$p^{\frac{5}{2}} = p^{\frac{1}{4}} \cdot p^{\frac{9}{4}} \quad (4A)$$

$$\frac{r^{\frac{1}{5}}}{r} = r^{-\frac{4}{5}} \quad (4B)$$

$$\frac{y + 4y^{\frac{1}{2}} + 4}{y - 4} = \frac{y^{\frac{1}{2}} + 3}{y^{\frac{1}{2}} - 2} \quad (4C)$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$\sqrt[12]{2^{11}} = \frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{2}} \quad (5A)$$

$$2x\sqrt[3]{2x} = \sqrt[3]{16x^4} \quad (5B)$$



اكتب العبارة الأسية على الصورة الجذرية، والعبارة الجذرية على الصورة الأسية في كل مما يأتي:

$$\sqrt[4]{10} = 10^{\frac{1}{4}} \quad (1)$$

$$\sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}} \quad (2)$$

$$15^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{15} \quad (3)$$

$$7^{\frac{1}{4}} x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{9}{4}} = \sqrt[4]{7x^6y^9} \quad (4)$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$7 = 343^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} = 32^{-\frac{1}{5}} \quad (6)$$

$$25 = 125^{\frac{2}{3}} \quad (7)$$

$$3 = \frac{24}{4^{\frac{3}{2}}} \quad (8)$$

(9)

إذا علمت مساحة مربع، فإنه يمكن إيجاد طول ضلعه ℓ باستعمال القانون $\ell = A^{\frac{1}{2}}$. فإذا علمت أن مساحة حديقة مربعة الشكل $169m^2$ ، فما طول ضلعها؟

$$\text{طول ضلعها} = 13 \text{ m}$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$a^{\frac{5}{4}} = a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$x^{\frac{3}{5}} = \frac{x^{\frac{4}{5}}}{x^{\frac{1}{5}}} \quad (11)$$

$$b^{\frac{8}{3}} c^{\frac{1}{2}} = \frac{b^3}{c^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{c}{b^{\frac{1}{3}}} \quad (12)$$

$$4z^2 = \sqrt[3]{64z^6} \quad (13)$$

$$\sqrt[5]{16} = 2^{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{4}} \quad (14)$$

$$\frac{g - 2g^{\frac{1}{2}} + 1}{g - 1} = \frac{g^{\frac{1}{2}} - 1}{g^{\frac{1}{2}} + 1} \quad (15)$$

تدرب وحل المسائل

اكتب العبارة الأسية على الصورة الجذرية، والعبارة الجذرية على الصورة الأسية في كل مما يأتي:

$$\sqrt[5]{8} = 8^{\frac{1}{5}} \quad (16)$$

$$\sqrt{x^9} = (x^3)^{\frac{3}{2}} \quad (17)$$

$$17^{\frac{1}{2}} = \sqrt{17} \quad (18)$$

$$5x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{625x^2} \quad (19)$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$3 = 27^{\frac{1}{3}} \quad (20)$$

$$4 = 256^{\frac{1}{4}} \quad (21)$$

$$\frac{1}{4} = 16^{-\frac{1}{2}} \quad (22)$$

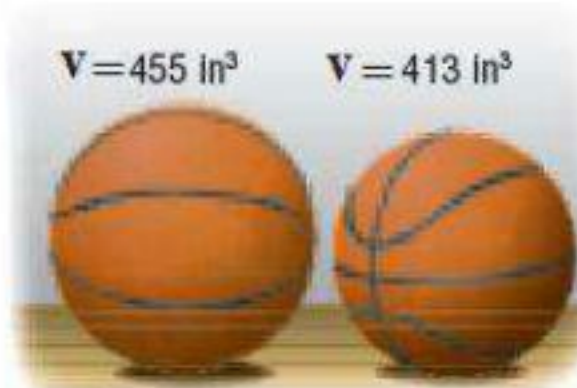
$$\frac{1}{9} = (-27)^{-\frac{2}{3}} \quad (23)$$

(24)

كرة سلة: يوجد حجمان لكرة السلة؛ حجم كبير وآخر صغير، كما في الصورة جانباً. فإذا كان نصف قطر الكرة r التي تسع V وحدة مكعبة من الهواء يعبر عنه بالعلاقة $r = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$

(a) فأوجد نصف قطر كرة السلة ذات الحجم الصغير.

(b) أوجد نصف قطر كرة السلة ذات الحجم الكبير.



(a) نصف قطر كرة السلة ذات الحجم الصغير $\approx 4.62 \text{ in}$ تقريباً

(b) نصف قطر كرة السلة ذات الحجم الكبير $\approx 4.77 \text{ in}$ تقريباً

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$x^{\frac{11}{15}} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}} \quad (25)$$

$$\frac{y^{\frac{1}{5}}}{y} = y^{-\frac{4}{5}} \quad (26)$$

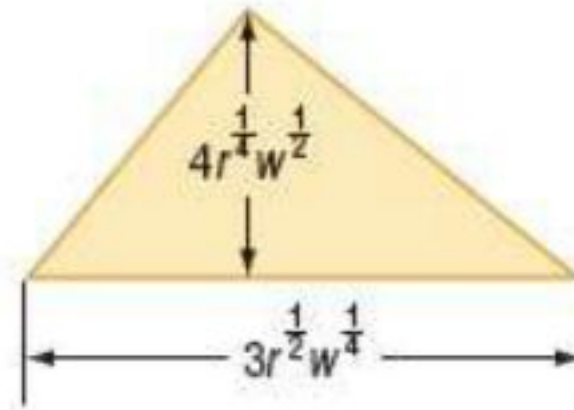
$$\sqrt[3]{3} = \frac{\sqrt[8]{81}}{\sqrt[6]{3}} \quad (27)$$

$$\sqrt{5x} = \sqrt[4]{25x^2} \quad (28)$$

$$\frac{x + 4x^{\frac{3}{4}} + 8x^{\frac{1}{2}} + 16x^{\frac{1}{4}} + 16}{x - 16} = \frac{x^{\frac{1}{4}} + 2}{x^{\frac{1}{4}} - 2} \quad (29)$$

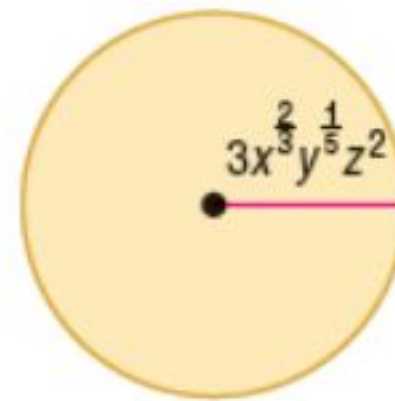
هندسة، أوجد مساحة كل شكل فيما يأتي:

(30)



المساحة = $6r^{\frac{3}{4}}w^{\frac{3}{4}}$ وحدة مربعة

(31)



المساحة = $28.27x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{2}{5}}z^4$ وحدة مربعة

(32)

ما أبسط صورة للعبارة $18^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} - 32^{\frac{1}{2}}$ ؟

$$0 = 18^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} - 32^{\frac{1}{2}}$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$a^3 = a^{\frac{7}{4}} \cdot a^{\frac{5}{4}} \quad (33)$$

$$y^{\frac{3}{20}} = \left(y^{-\frac{3}{5}} \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (34)$$

$$\sqrt{6} = \sqrt[6]{216} \quad (35)$$

$$\frac{w^{\frac{1}{8}}}{w} = w^{-\frac{7}{8}} \quad (36)$$

(37)

محميات: إذا افترضنا أن عدد الغزلان يتضاعف في المحميات الطبيعية كل سنتين، فإذا كان في المحمية

100 غزال، وكان عدد الغزلان D بعد t من السنوات يعبر عنه بالصيغة $D = 100 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$ ، فأجب عما يأتي:

(a) ماذا يصبح عدد الغزلان بعد أربع سنوات ونصف؟

(b) اعمل جدولاً يحدد عدد الغزلان في كل سنة من السنوات الخمس القادمة.

(c) مثل بيانيًا بيانات الجدول الذي كوّنته في الفرع b.

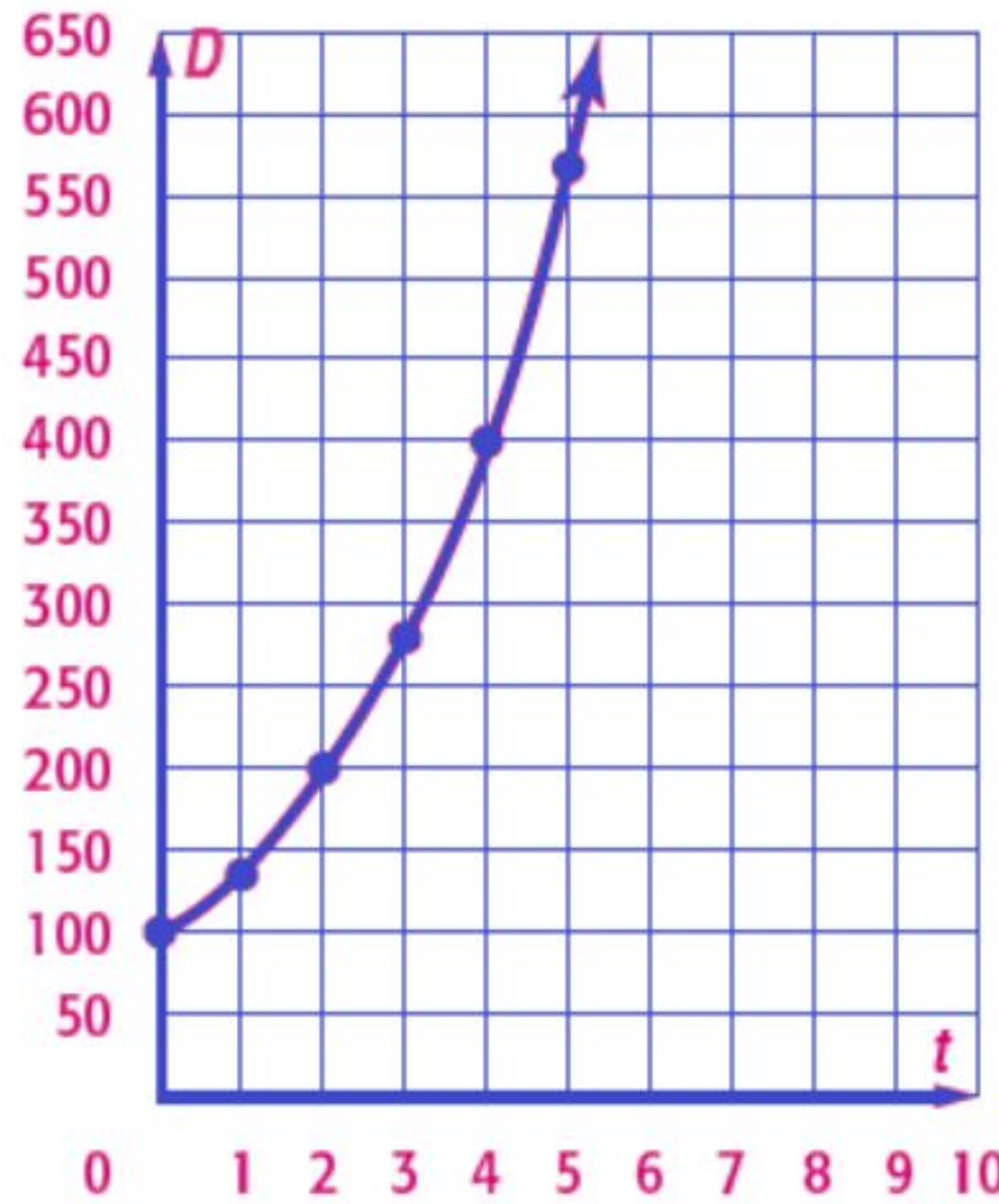
(d) قرّر باستعمال الجدول، والتمثيل البياني: هل عدد الغزلان في المحمية معقول على المدى البعيد أم لا؟ ووضح إجابتك.

(a) عدد الغزلان = 475 تقريباً

(b)

السنة	0	1	2	3	4	5
عدد الغزلان	100	141	200	282	400	565

(c)



(d) لا؛ ليس معقولا القول بأن العدد سيستمر بالزيادة دون حدود. و هو لم يأخذ بعين الاعتبار معدل التفوق للغزلان.

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$\frac{f^{\frac{7}{12}}}{4f} = \frac{f^{-\frac{1}{4}}}{4f^{\frac{1}{2}} \cdot f^{-\frac{1}{3}}} \quad (38)$$

$$\frac{g^3-2g^{\frac{5}{2}}}{g-4}=\frac{g^{\frac{5}{2}}}{g^{\frac{1}{2}}+2} \quad (39)$$

$$c^{\frac{1}{2}}=\frac{c^{\frac{2}{3}}}{c^{\frac{1}{6}}} \quad (40)$$

$$23\sqrt[6]{23}=\sqrt{23}\cdot\sqrt[3]{23^2} \quad (41)$$

$$3=\sqrt{\sqrt{81}} \quad (42)$$

$$2=\sqrt[4]{\sqrt{256}} \quad (43)$$

$$\frac{xy\sqrt[3]{z^2}}{z}=\frac{xy}{\sqrt[3]{z}} \quad (44)$$

$$2\sqrt{2}-5=\frac{8^{\frac{1}{6}}-9^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad (45)$$

(46)

تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذا السؤال الدالتين:

$$f(x) = x^3, g(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

(a) جدولياً: انسخ الجدول المجاور، وأكمله.

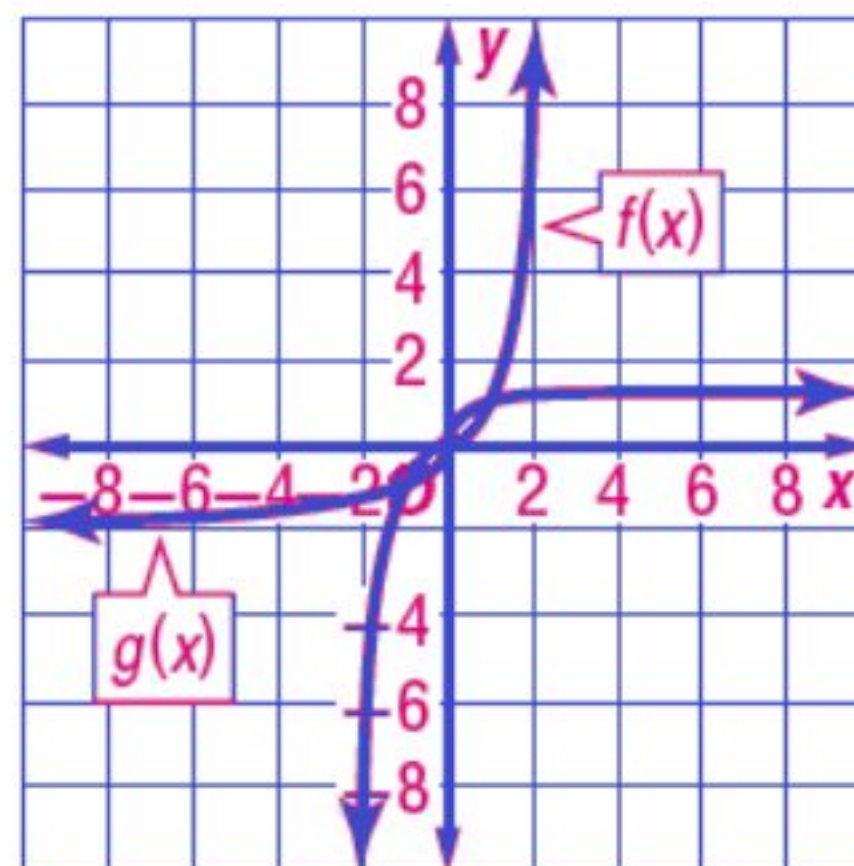
(b) بيانياً: مثل بيانياً كلاً من: $f(x)$, $g(x)$.

(c) لفظياً: ما التحويل الهندسي الذي يصف العلاقة بين تمثيليهما البيانيين؟

(a)

x	$f(x)$	$g(x)$
-2	-8	-1.26
-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1
2	8	1.26

(b)



(c) انعكاس حول المحور $y = x$

(47)

تبرير: حدد ما إذا كانت المعادلة $-x^{-2} = (-x)^{-2}$ صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً. وضع إجابتك.

غير صحيحة أبداً؛ فعندما يكون معامل الأساس سالباً و الأس زوجياً يكون الناتج موجباً. و إذا ضربت القوة ذات الأس الزوجي في عدد سالب يكون الناتج سالباً.

(48)

اكتشف الخطأ: بسّط كل من محمود وعلي العبارة $\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}}$ ، فهل إجابة أي منهما صحيحة؟

علي	محمود
$\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}$ $= x^{\frac{3}{4} + \frac{2}{4}}$ $= x^{\frac{5}{4}}$	$\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}$ $= x^{\frac{3}{4} - \frac{2}{4}}$ $= x^{\frac{1}{4}}$

إجابتهما خاطئة؛ لأن علي قسم الأسس و محمود جمع الأسس، كان يجب عليهما طرح الأسس

(49)

مسألة مفتوحة: أوجد عبارتين مختلفتين على الصورة $x^{\frac{1}{2}}$ بحيث تكون قيمة كل منهما 2.

$$4^{\frac{1}{2}}, 16^{\frac{1}{4}}$$

(50)

اكتب، وضح كيف يمكن أن يكون استعمال الأسس النسبية لتبسيط عبارة أسهل من استعمال الجذور.
قد يكون من الأسهل تبسيط عبارات بأسس تتضمن أسساً نسبية؛ لأنه يمكن تطبيق جميع خصائص الأسس عليها، على حين لا يوجد الكثير من الخصائص للجذور. حيث، يمكننا تحويل كل عبارة جذرية إلى عبارة بأس نسبي، ثم استعمال خصائص الأسس للتبسيط.

تدريب على اختبار

(51)

تكون العبارة $\sqrt{56 - c}$ مساوية لعدد صحيح موجب عندما تكون قيمة c هي:

8 A -8 B 56 C 36 D

الاختيار الصحيح: (B)

(52)

ما قيمة p التي تحقق المعادلة: $3^5 \cdot p = 3^3$ ؟

2⁻³ A 3⁻² B 3² C 2³ D

الاختيار الصحيح: (B)

مراجعة تراكمية

بسط كلا مما يأتي:

$$9\sqrt{3} = \sqrt{243} \quad (53)$$

$$2y\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16y^3} \quad (54)$$

$$6y^2z\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{56y^6z^3} \quad (55)$$

(52)

فيزياء: تعطى سرعة الصوت في سائل بالعلاقة $s = \sqrt{\frac{B}{d}}$ ، حيث B معامل تغير حجم السائل، d كثافة السائل. أما بالنسبة للماء، فإن $B = 2.1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ، $d = 10^3 \text{ kg/m}^3$. أوجد سرعة الصوت في الماء لأقرب متر لكل ثانية. (البيس: 4-5)

سرعة الصوت = 1449 m/s تقريباً

أوجد $p(-4)$ ، $p(x+h)$ لكل دالة مما يأتي:

$$p(x) = x - 2 \quad (57)$$

$$p(x) = -6, \quad p(x+h) = x+h-2$$

$$p(x) = -x + 4 \quad (58)$$

$$p(x) = 8, \quad p(x+h) = -x-h+4$$

$$p(x) = 6x + 3 \quad (59)$$

$$p(x) = 8, \quad p(x+h) = -x-h+4$$

$$p(x) = x^2 + 5 \quad (60)$$

$$p(x) = 21, \quad p(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 + 5$$

$$p(x) = x^2 - x \quad (61)$$

$$p(x) = 20, \quad p(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 - x - h$$

$$p(x) = 2x^3 - 1 \quad (62)$$

$$p(x) = 21, \quad p(x+h) = 6x + 6h + 3$$

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل دالتين فيما يأتي:

$$f(x) = -x^2 + 6, \quad g(x) = 2x^2 + 3x - 5 \quad (63)$$

$$(f + g)(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$(f - g)(x) = -3x^2 - 3x + 11$$

$$(f \cdot g)(x) = -2x^4 - 3x^3 + 17x^2 + 18x - 30$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{-x^2 + 6}{2x^2 + 3x - 5}$$

$$f(x) = 2x^2, \quad g(x) = 8 - x \quad (64)$$

$$(f + g)(x) = 2x^2 - x + 8$$

$$(f - g)(x) = 2x^2 + x - 8$$

$$(f \cdot g)(x) = 16x^2 - 2x^3$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{2x^2}{8 - x}$$

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$x - 3 = \left(\sqrt{x - 3}\right)^2 \quad (65)$$

$$3x - 4 = \left(\sqrt[3]{3x - 4}\right)^3 \quad (66)$$

$$4x - 20\sqrt{x} + 25 = \left(2\sqrt{x} - 5\right)^2 \quad (67)$$

حل المعادلات والمتباينات الجذرية Solving Radical Equations and Inequalities

4-7

تحقق

حل كلًا من المعادلتين الآتيتين:

$$5 = \sqrt{x-2} - 1 \quad (1A)$$

$$x = 38$$

$$\sqrt{x+15} = 5 + \sqrt{x} \quad (1B)$$

لا يوجد حل حقيقي

$$(3n+2)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0 \quad (2A)$$

$$n = -1$$

$$3(5y-1)^{\frac{1}{3}} - 2 = 0 \quad (2B)$$

$$y = \frac{7}{27}$$

(3)

ما حل المعادلة: $4(3x+6)^{\frac{1}{4}} - 12 = 0$ ؟

$$x = 37 \quad D$$

$$x = 29 \quad C$$

$$x = 25 \quad B$$

$$x = 7 \quad A$$

الاختيار الصحيح: (B)

حل كل متباينة مما يأتي:

$$\sqrt{2x+2}+1 \geq 5 \quad (4A)$$

$$x \geq 7$$

$$\sqrt{4x-4}-2 < 4 \quad (4B)$$

$$1 \leq x < 10$$



حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{x-4}+6=10 \quad (1)$$

$$x=20$$

$$\sqrt{x+13}-8=-2 \quad (2)$$

$$x=23$$

$$8-\sqrt{x+12}=3 \quad (3)$$

$$x=13$$

$$\sqrt[3]{x-2}=3 \quad (4)$$

$$x=29$$

$$(x-5)^{\frac{1}{3}}-4=-2 \quad (5)$$

$$x = 13$$

$$(4y)^{\frac{1}{3}} + 3 = 5 \quad (6)$$

$$y = 2$$

$$\sqrt{y} - 7 = 0 \quad (7)$$

$$y = 49$$

$$2 + 4z^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (8)$$

لا يوجد حل

$$5 + \sqrt{4y - 5} = 12 \quad (9)$$

$$y = \frac{27}{2}$$

$$\sqrt{2t - 7} = \sqrt{t + 2} \quad (10)$$

$$t = 9$$

(11)

فيزياء: يعطى الزمن الدوري للبندول بالصيغة $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ، حيث T الزمن بالثواني، L طول البندول بالأقدام، g تسارع السقوط الحر، ويساوي 32 ft/s^2 .

(a) ما الزمن الدوري لبندول صمّم طوله 73 ft؟

(b) يريد صانع ساعات أن يصنع بندولاً يستغرق 5 s لإتمام دورته. كم يجب أن يكون طول البندول؟

(a) الزمن الدوري للبندول $s = 9.49$ تقريباً

(b) يجب أن يكون طول البندول: 324 ft تقريباً

(12)

اختيار من متعدد: حل المعادلة $(2y + 6)^{\frac{1}{4}} - 2 = 0$ هو:

$$y = 15 \quad D$$

$$y = 11 \quad C$$

$$y = 5 \quad B$$

$$y = 1 \quad A$$

الاختيار الصحيح: (B)

حل كل متباينة مما يأتي:

$$\sqrt{3x+4}-5 \leq 4 \quad (13)$$

$$-\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{77}{3}$$

$$\sqrt{b-7}+6 \leq 12 \quad (14)$$

$$7 \leq b \leq 43$$

$$2+\sqrt{4y-4} \leq 6 \quad (15)$$

$$1 \leq y \leq 5$$

$$\sqrt{3a+3}-1 \leq 2 \quad (16)$$

$$-1 \leq a < 2$$

$$1+\sqrt{7x-3} > 3 \quad (17)$$

$$x > 1$$

$$\sqrt{3x+6}+2 \leq 5 \quad (18)$$

$$-2 \leq x \leq 1$$

$$-2+\sqrt{9-5x} \geq 6 \quad (19)$$

$$x \leq -11$$

$$6-\sqrt{2y+1} < 3 \quad (20)$$

$$y > 4$$

تدريب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي:

$$6 + \sqrt{3x+1} = 11 \quad (21)$$
$$x = 8$$

$$\sqrt{x+6} = 5 - \sqrt{x+1} \quad (22)$$
$$x = 3$$

$$\sqrt{x-15} = 3 - \sqrt{x} \quad (23)$$

لا يوجد حل

$$2 + \sqrt{3y-5} = 10 \quad (24)$$
$$y = 23$$

$$\sqrt{7a-2} = \sqrt{a+3} \quad (25)$$
$$a = \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{b-6} + \sqrt{b} = 3 \quad (26)$$
$$b = \frac{25}{4}$$

(27)

فيزياء: تصف الصيغة: $t = \frac{1}{4}\sqrt{d-h}$ الزمن t بالثواني اللازم لوصول جسم إلى الارتفاع h عن سطح الأرض عند سقوطه من ارتفاع قدره d متر عن سطح الأرض، إذا سقطت مفاتيح بندر من ارتفاع 65 m من أعالي المعجلة النذارة في مدينة الأحساء، فما الارتفاع المفاتيح عن سطح الأرض بالأمتر بعد مرور ثنتين؟

ارتفاع المفاتيح = 1 m

حل كل معادلة مما يأتي:

$$(5n-6)^{\frac{1}{3}} + 3 = 4 \quad (28)$$

$$n = \frac{7}{5}$$

$$(6q+1)^{\frac{1}{4}} + 2 = 5 \quad (29)$$

$$q = \frac{40}{3}$$

$$(4z-1)^{\frac{1}{5}} - 1 = 2 \quad (30)$$

$$z = 61$$

$$3(x+5)^{\frac{1}{3}} - 6 = 0 \quad (31)$$

$$x = 3$$

$$\sqrt[3]{4n-8} - 4 = 0 \quad (32)$$

$$n = 18$$

$$\frac{1}{7}(14a)^{\frac{1}{3}} = 1 \quad (33)$$

$$a = 24.5$$

(34)

اختيار من متعدد: حل المعادلة: $\sqrt[3]{y+2} + 9 = 14$ هو:

623 D

123 C

53 B

23 A

الاختيار الصحيح: (D)

حل كل متباينة مما يأتي:

$$\sqrt{2x+14} - 6 \geq 4 \quad (35)$$

$$x \geq 43$$

$$10 - \sqrt{2x+7} \leq 3 \quad (36)$$

$$x \geq 21$$

$$6 + \sqrt{3y+4} < 6 \quad (37)$$

لا يوجد حل

$$\sqrt{2y+5} + 3 \leq 6 \quad (38)$$

$$-\frac{5}{2} \leq y \leq 2$$

$$-2 + \sqrt{8-4z} \geq 8 \quad (39)$$

$$z \leq -23$$

$$-3 + \sqrt{6a + 1} > 4 \quad (40)$$

$$a > 8$$

(41)

(41) **فيزياء:** الصيغة $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$ تمثل الزمن الدوري للبندول بالشواني، حيث L طول البندول بالأقدام. احسب طول البندول الذي يستغرق 1.5 ثانية لإتمام دورته.

$$\text{طول البندول} = 1.82 \text{ ft تقريباً}$$

(42)

أسماك: يمكن تقريب العلاقة بين طول سمكة وكتلتها بالمعادلة: $L = 0.46\sqrt[3]{M}$ ، حيث L الطول بالأمتار، M الكتلة بالكيلوجرامات. حل هذه المعادلة بالنسبة للمتغير M .

$$M = \left(\frac{L}{0.46}\right)^3$$

(43)

زمن التحليق: عُُد إلى الفقرة الواردة في بداية الدرس، ووصف كيف يرتبط ارتفاع القفزة بزمن التحليق. واكتب توضيحاً مفصلاً لكيفية تحديد ارتفاع قفزة زمن تحليقها 0.98 ثانية.

إذا أمكن الربط بين ارتفاع قفزة الشخص و الزمن الذي يمضيه في الهواء بمعادلة جذرية، فإنه يمكن إيجاد ذلك الزمن من خلال حل تلك المعادلة

(44)

رفع الأثقال: يمكن استعمال الصيغة $M = 512 - 146230B^{-\frac{5}{3}}$ لتقدير الكتلة العظمى M التي يستطيع رافع أثقال كتلته B كيلوجرام رفعها. استخدم هذه الصيغة في إيجاد كتلة رافع أثقال يستطيع رفع 470kg على الأكثر؟

$$\text{كتلة رافع الأثقال على الأكثر} = 163 \text{ kg تقريباً}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(45)

تحديد: قالت عائشة: إنه بإمكانها الحكم بعدم وجود حل حقيقي للمعادلة $(x+5)^2 = -4$ دون حلها. فهل ما تقول صحيح؟ وضح إجابتك.

نعم؛ بما أن $\sqrt{x+5} \geq 0$ ، فإن الطرف الأيسر للمعادلة غير سالب. لذا فإنه لن يساوي -4 . فالمعادلة ليس لها حل حقيقي.

(46)

أي معادلة مما يأتي ليس لها حل؟

$$\sqrt{x+1} + 3 = 4$$

$$\sqrt{x-1} + 3 = 4$$

$$\sqrt{x+2} - 7 = -10$$

$$\sqrt{x-2} + 7 = 10$$

المعادلة: $\sqrt{x+2} - 7 = -10$

(47)

تبرير: حدد ما إذا كانت $x = \frac{\sqrt{(x^2)^2}}{-x}$ ، صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً،

وذلك إذا كان x عدداً حقيقياً. وضح إجابتك.

غير صحيحة أبداً؛

$$\frac{\sqrt{(x^2)^2}}{-x} = x$$

$$\frac{x^2}{-x} = x$$

$$x^2 = (x)(-x)$$

$$x^2 \neq -x^2$$

(48)

مسألة مفتوحة اختر عددًا كليًا، واعمل بشكل عكسي، لكتابة معادلتين جذريتين يكون حلها ذلك العدد الكلي، بحيث تكون إحداهما معادلة جذر تربيعي، والأخرى معادلة جذر تكعيبي.

العدد : 6

$$\sqrt{x-2} = 2$$

$$(x+21)^{\frac{1}{3}} = 3$$

(49)

مسألة مفتوحة اكتب معادلة يمكن حلها برفع كلا الطرفين للأس المعطى:

$$\frac{7}{8} \quad (c)$$

$$\frac{5}{4} \quad (b)$$

$$\frac{3}{2} \quad (a)$$

$$0 = 6x^{\frac{2}{3}} - 5 \quad (a)$$

$$0 = x^{\frac{4}{5}} - 9 \quad (b)$$

$$10x^{\frac{8}{7}} = -1 \quad (c)$$

(50)

تحذّر حلّ المعادلة: $7^{3x-1} = 49^x + 1$. (إرشاد: $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$).

$$x = 3$$

(51)

اكتب وضع العلاقة بين دليل جذر المتغير في المعادلة الجذرية والأس الذي ترفع طرفي المعادلة له عند حلها.

هما عمليتان عكسيتان لبعضهما البعض

تدريب على اختبار

(52)

أي المجموعات الآتية تمثل دالة؟

A $\{(3, 0), (-2, 5), (2, -1), (2, 9)\}$

B $\{(-3, 5), (-2, 3), (-1, 5), (0, 7)\}$

C $\{(2, 5), (2, 4), (2, 3), (2, 2)\}$

D $\{(3, 1), (-3, 2), (3, 3), (-3, 4)\}$

الاختيار الصحيح: (B)

(53)

إجابة قصيرة، محيط مثلث متطابق الضلعين 56 in. فإذا كان طول أحد الضلعين المتطابقين 20 in، فما طول الضلع الثالث؟

طول الضلع الثالث = 16 in

(54)

ما حل المعادلة $\sqrt{x+5} + 1 = 4$ ؟

A 4 B 10 C 11 D 20

الاختيار الصحيح: (A)

مراجعة تراكمية

احسب قيمة كل مما يأتي:

$$\frac{1}{9} = 27^{-\frac{2}{3}} \quad (55)$$

$$81 = 9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{5}{3}} \quad (56)$$

$$\frac{9}{4} = \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} \quad (57)$$

(58)

هندسة: العبارتان $4x^2y^2$ ، $8x^2y^2$ تمثلان طولَي ساقَي القائمة في مثلث قائم الزاوية، أوجد عبارة ثالثة تمثل طول الوتر باستعمال نظرية فيثاغورس، ثم بسّطها. (الدرس 4-6)

$$\text{طول الوتر} = 4\sqrt{5}x^2y^2$$

أوجد معكوس كل دالة مما يأتي:

$$y = 3x - 4 \quad (59)$$

$$y = \frac{x+4}{3}$$

$$y = -2x - 3 \quad (60)$$

$$y = \frac{-x-3}{2}$$

$$y = x^2 \quad (61)$$

$$y = \pm\sqrt{x}$$

$$y = (2x+3)^2 \quad (62)$$

$$y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{x} - \frac{3}{2}$$

حل كل معادلة مما يأتي، واكتب الحل في أبسط صورة:

$$\frac{3}{10} = \frac{12}{25}a \quad (63)$$

$$a = \frac{5}{8}$$

$$\frac{6}{7} = 9m \quad (64)$$

$$m = \frac{2}{21}$$

$$\frac{9}{8}b = 18 \quad (65)$$

$$b = 16$$

$$\frac{1}{3}p = \frac{5}{6} \quad (66)$$

$$p = 2\frac{1}{2}$$



استعمل طريقة التمثيل الباني لحل كل معادلة أو متباينة مما يأتي:

$$\sqrt{x+4} = 3 \quad (1)$$

$$x = 5$$

$$\sqrt{x+5} = \sqrt{3x+4} \quad (2)$$

$$x = 0.5$$

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = 4 \quad (3)$$

$$x \approx 3.89$$

$$\sqrt{x-3} \geq 2 \quad (4)$$

$$x \geq 7$$

$$\sqrt{x+3} > 2\sqrt{x} \quad (5)$$

$$0 \leq x < 1$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-1} < 4 \quad (6)$$

$$1 \leq x < 4.52$$

اكتب، وضع كيف يمكنك تطبيق الأسلوب المتبع في حل المثال الأول لحل متباينة؟

أعد كتابة المتباينة، بحيث يصبح أحد طرفيها صفراً، ثم الطرف الآخر بيانياً،
و أوجد قيم x التي يكون عندها التمثيل البياني فوق محور x أو تحته
بالاعتماد على رمز المتباينة. و استعمل ميزة الصفر لتقريب الإحداثي x
لنقطة التي يقطعها عندها التمثيل البياني محور x .

اختبر مفرادتك

اختر المفردة المناسبة من القائمة السابقة لإكمال كل جملة فيما يأتي:

(1)

عند _____، تستعمل قيم دالة منها لحساب قيم الدالة الأخرى.

تركيب دالتين

(2)

عندما يكون هناك أكثر من جذر حقيقي، فإن الجذر غير السالب يُسمى _____.

الجذر الرئيس

(3)

للتخلص من الجذور في المقام، فإنك تستعمل عملية تُسمى _____.

إنطاق المقام

(4)

عند حل معادلات جذرية، نحصل أحياناً على عدد لا يحقق المعادلة الأصلية. ويُسمى مثل هذا العدد _____.

الحل الدخيل

(5)

دالة الجذر التربيعي هي نوع من أنواع _____.

الدوال الجذرية

(6)

_____ هي مجموعة من الأزواج المرتبة التي نحصل عليها عن طريق تبديل إحداثيات كل زوج مرتب للعلاقة الأصلية.

العلاقة العكسية

(7)

إذا ساوى كل من تركيبى دالتين الدالة المحايدة فإن كليهما تكون _____ للآخرى.

دالة عكسية

(8)

نعد $\sqrt{x-3} > 5$ مثلاً على: _____

متباينة الجذر التربيعي

مراجعة الدروس

4-1 العمليات على الدوال

أوجد $[f \circ g](x)$, $[g \circ f](x)$ لكل مما يأتي:

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = 4x - 5 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= 8x - 9 \\ [g \circ f](x) &= 8x - 1 \end{aligned}$$

$$f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = x - 7 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= x^2 - 14x + 50 \\ [g \circ f](x) &= x^2 - 6 \end{aligned}$$

$$f(x) = x^3, \quad g(x) = x - 1 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \\ [g \circ f](x) &= x^3 - 1 \end{aligned}$$

$$f(x) = 4x, \quad g(x) = 5x - 1 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} [f \circ g](x) &= 20x - 4 \\ [g \circ f](x) &= 20x - 1 \end{aligned}$$

(13)

قياسات: تستعمل الصيغة $f = 3y$ لتحويل الياردات y إلى أقدام f ، كذلك تستعمل الصيغة $f = \frac{n}{12}$ لتحويل البوصات n إلى أقدام f . اكتب الصيغة التي تحول الياردات إلى بوصات.

$$n = 36y$$

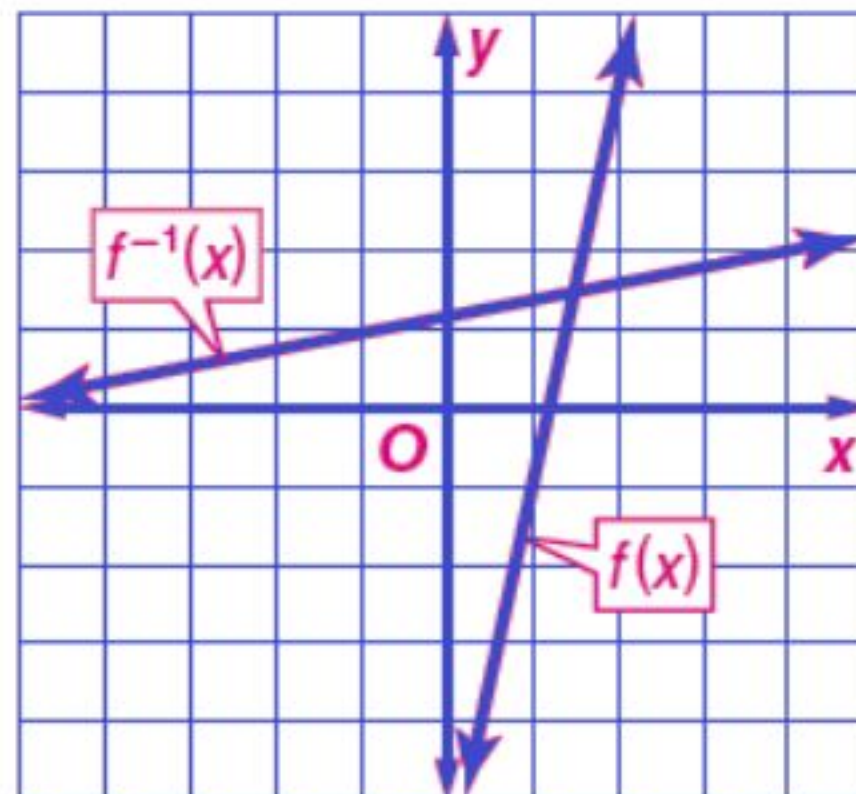
العلاقات والدوال العكسية

4-2

أوجد معكوس كل دالة مما يأتي، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانياً على مستوى إحداثي واحد:

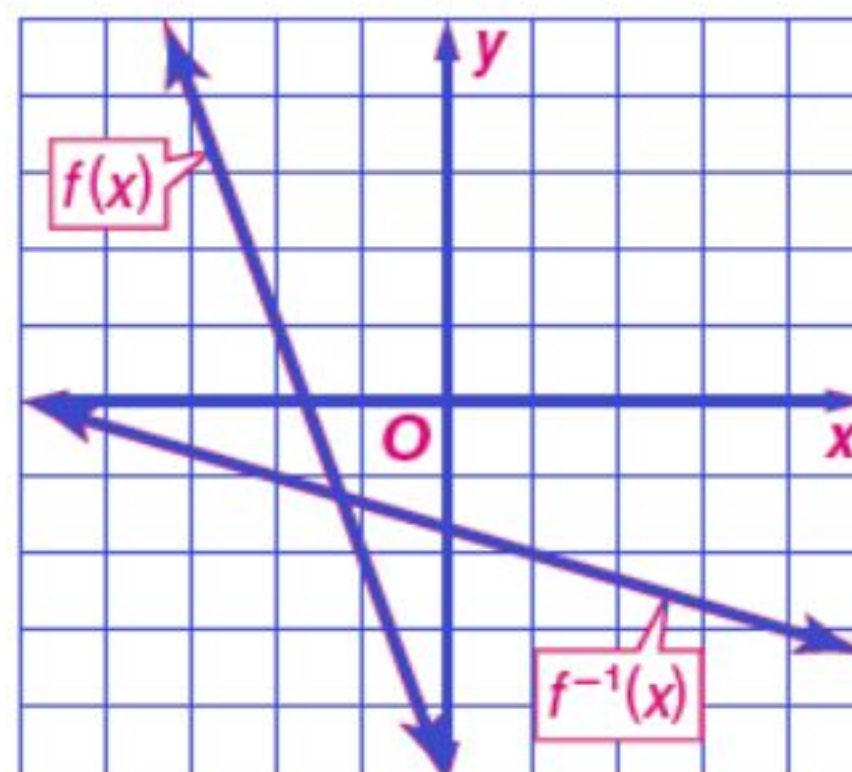
$$f(x) = 5x - 6 \quad (14)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+6}{5}$$



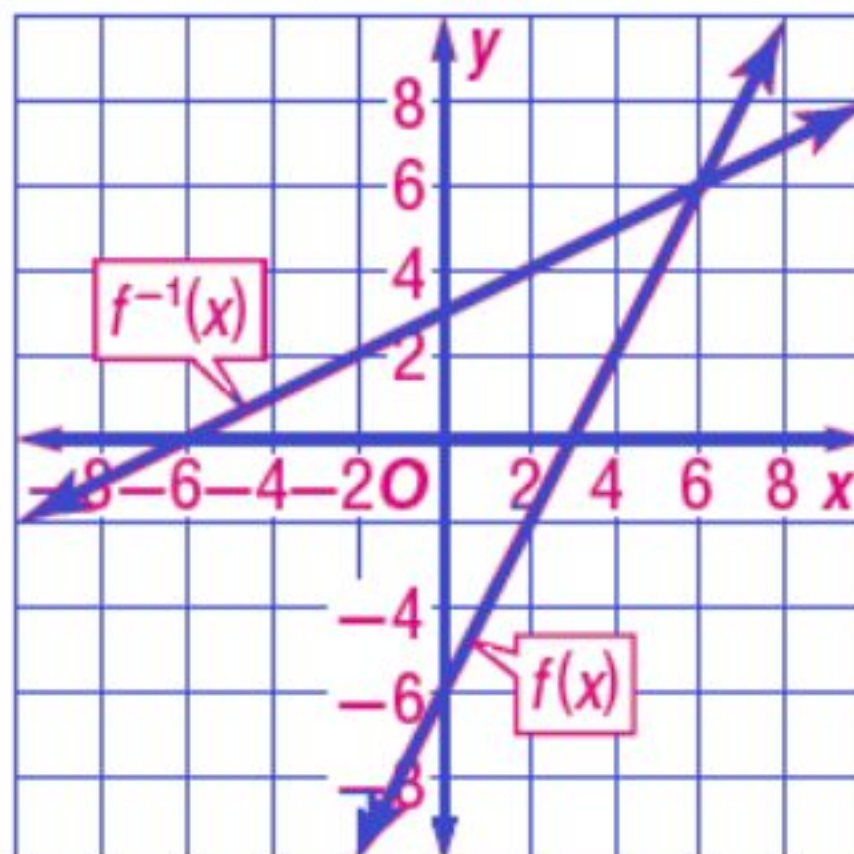
$$f(x) = -3x - 5 \quad (15)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{-3}$$



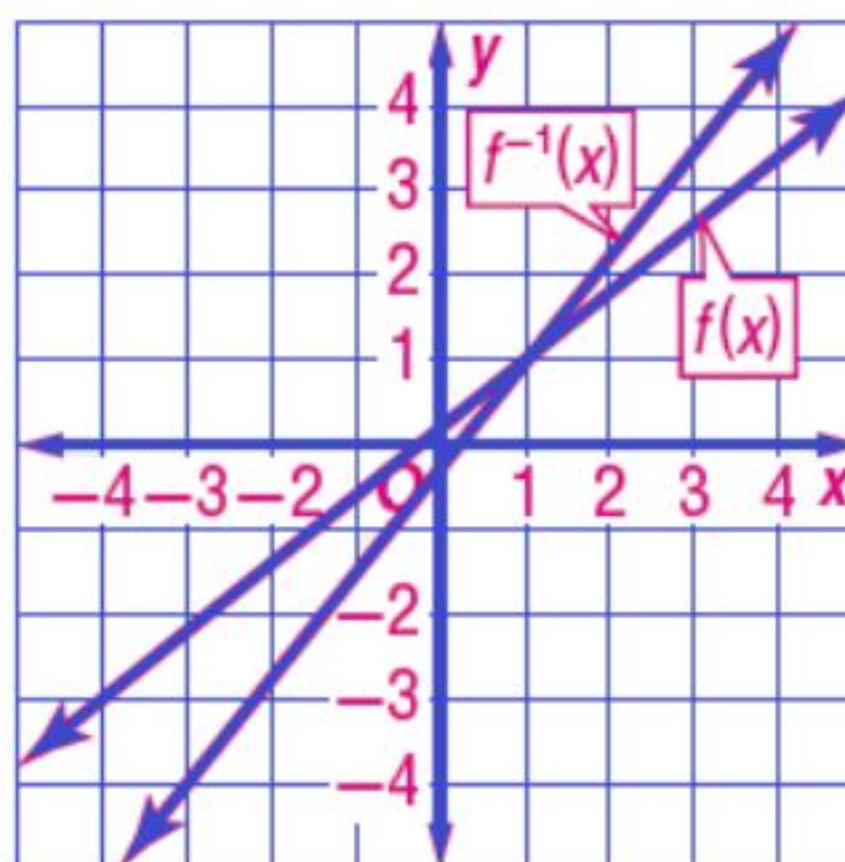
$$f(x) = \frac{1}{2}x + 3 \quad (16)$$

$$f^{-1}(x) = 2x - 6$$



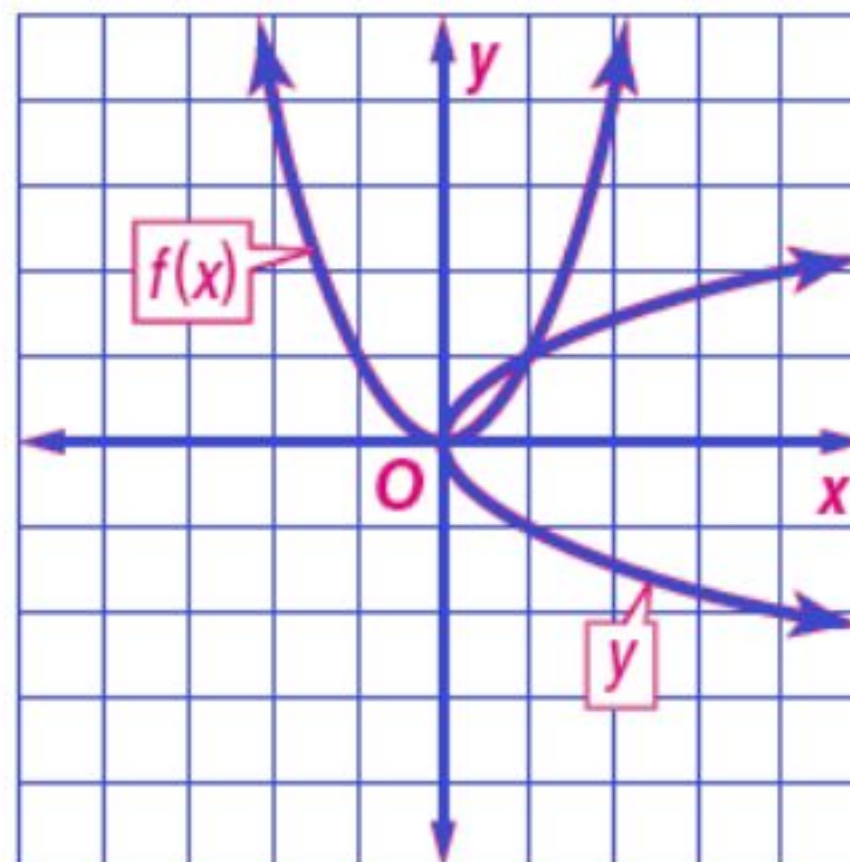
$$f(x) = \frac{4x+1}{5} \quad (17)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{5x-1}{4}$$



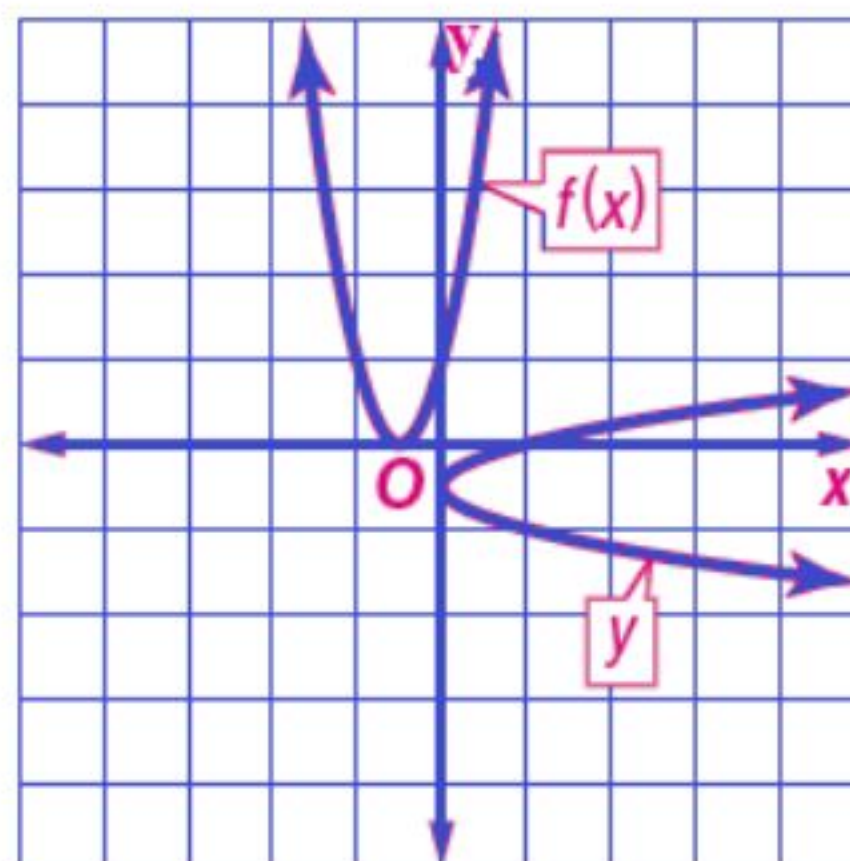
$$f(x) = x^2 \quad (18)$$

$$f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x}$$



$$f(x) = (2x+1)^2 \quad (19)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-1 \pm \sqrt{x}}{2}$$



في كل زوج مما يأتي حدّد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى
أم لا، وضح إجابتك.

لا

$$(20) \quad f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = x - 2$$

نعم

$$(21) \quad f(x) = x^3, \quad g(x) = \sqrt[3]{x}$$

(22)

ثقافة مالية: قام عبدالله بالنشاطات المالية الآتية خلال الشهر الماضي: أودع مبلغاً يعادل مثلي رصيده الأصلي، ثم أودع مبلغين قيمة كل منهما 450 ريالاً، ثم سحب مبلغ 350 ريالاً خمس مرات من رصيده. إذا كان رصيده الآن 1890 ريالاً، فأكتب معادلة تمثل هذه المسألة، وماذا كان رصيده في بداية الشهر؟

$$x + 2x + 2(450) - 5(350) = 1890$$

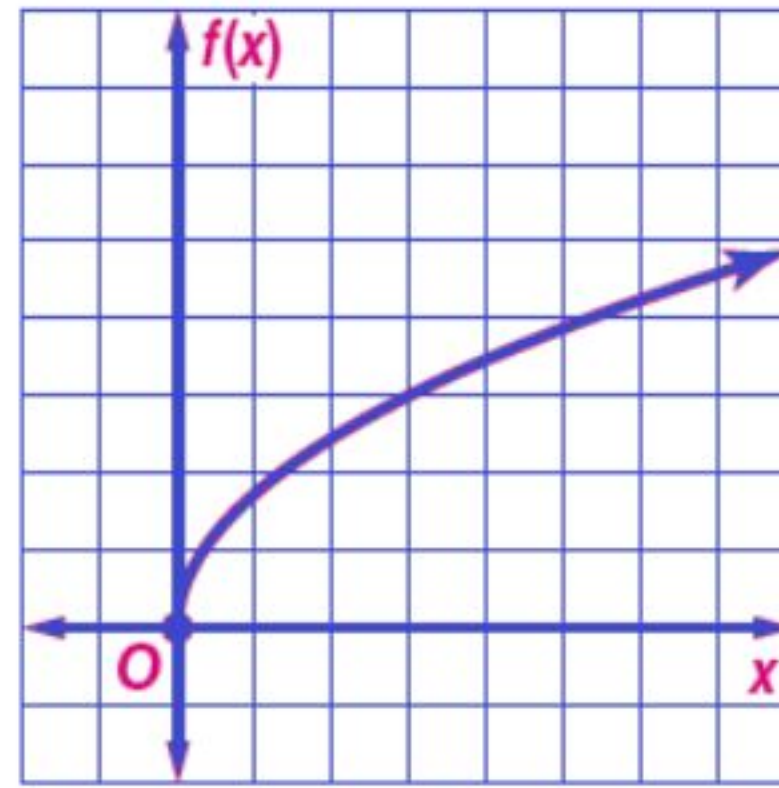
كان رصيده: **913.33 تقريباً**

دوال ومتباينات الجذر التربيعي

4-3

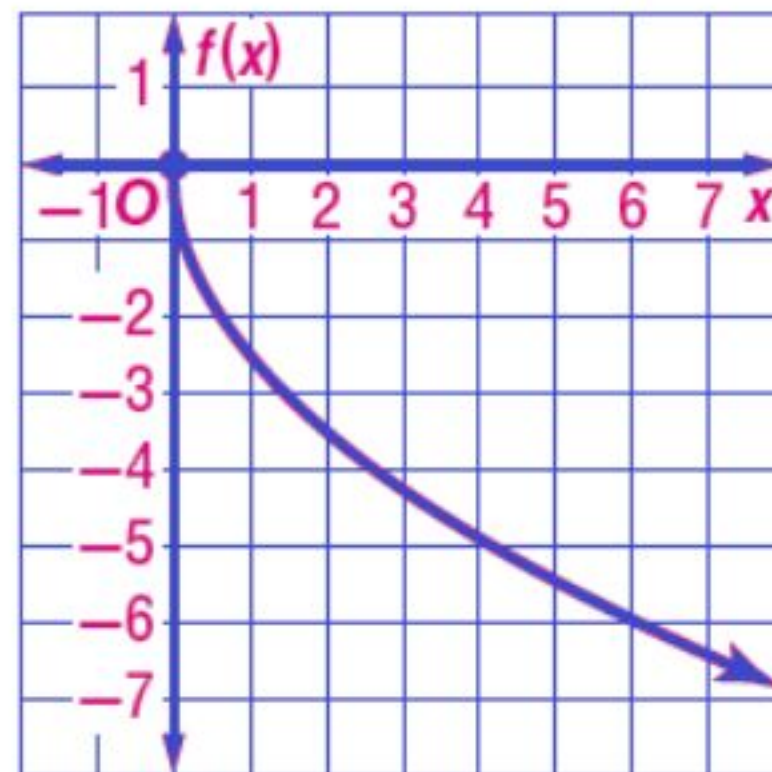
مثل بيانيًا كل دالة فيما يأتي، وحدد مجالها ومدنها:

$$f(x) = \sqrt{3x} \quad (23)$$



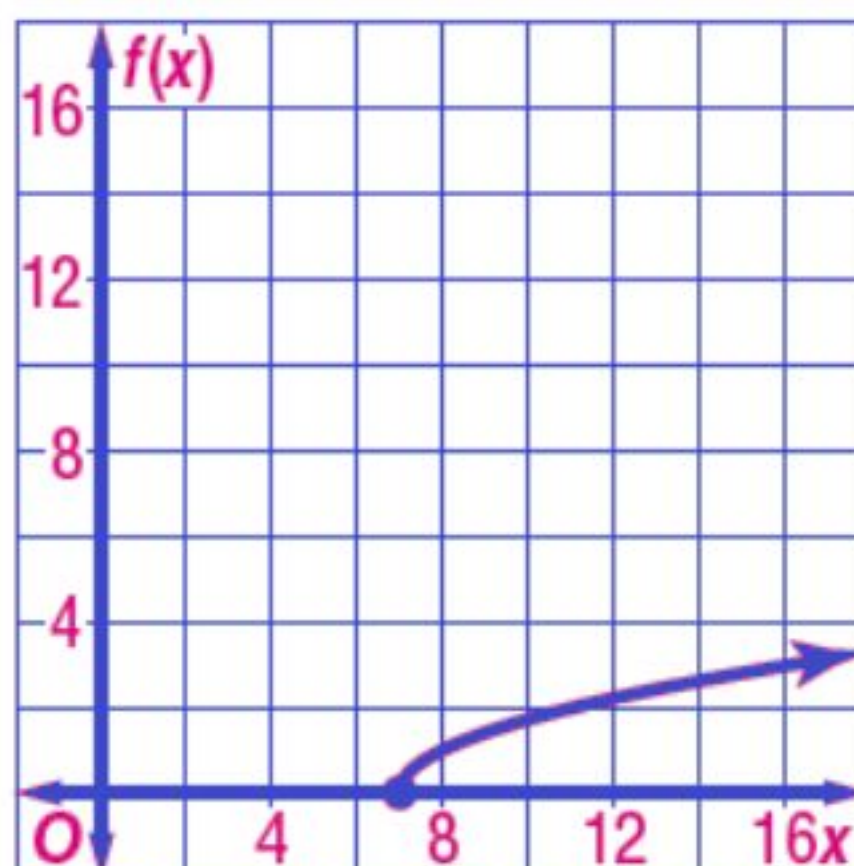
المجال: $\{x | x \geq 0\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = -\sqrt{6x} \quad (24)$$



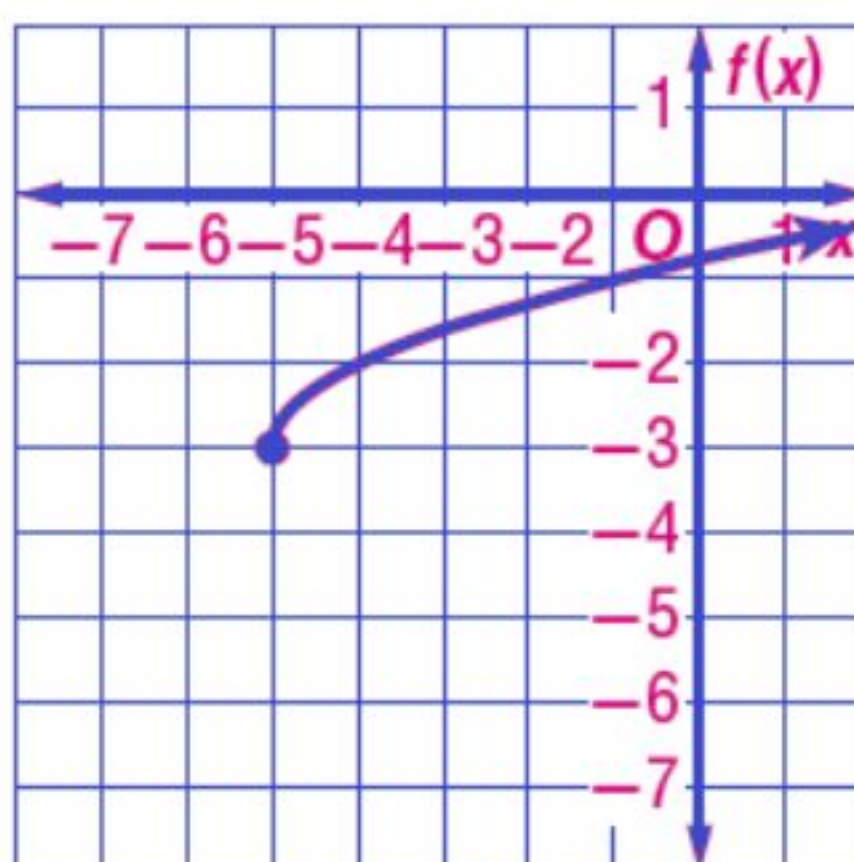
المجال: $\{x | x \geq 0\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \leq 0\}$

$$f(x) = \sqrt{x-7} \quad (25)$$



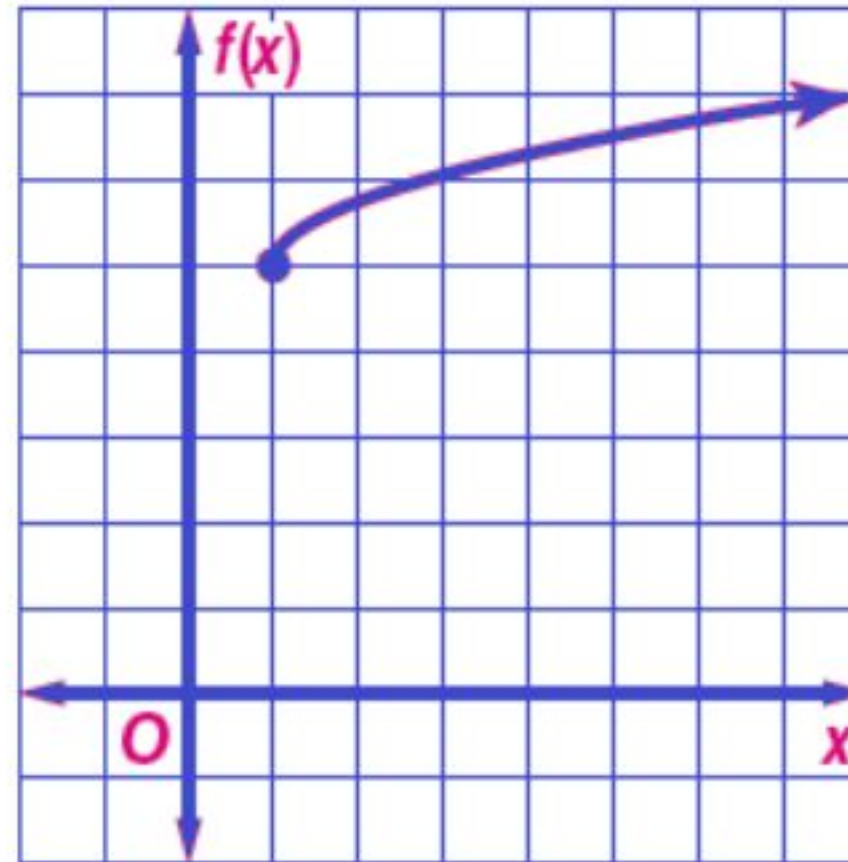
المجال: $\{x | x \geq 7\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

$$f(x) = \sqrt{x+5} - 3 \quad (26)$$



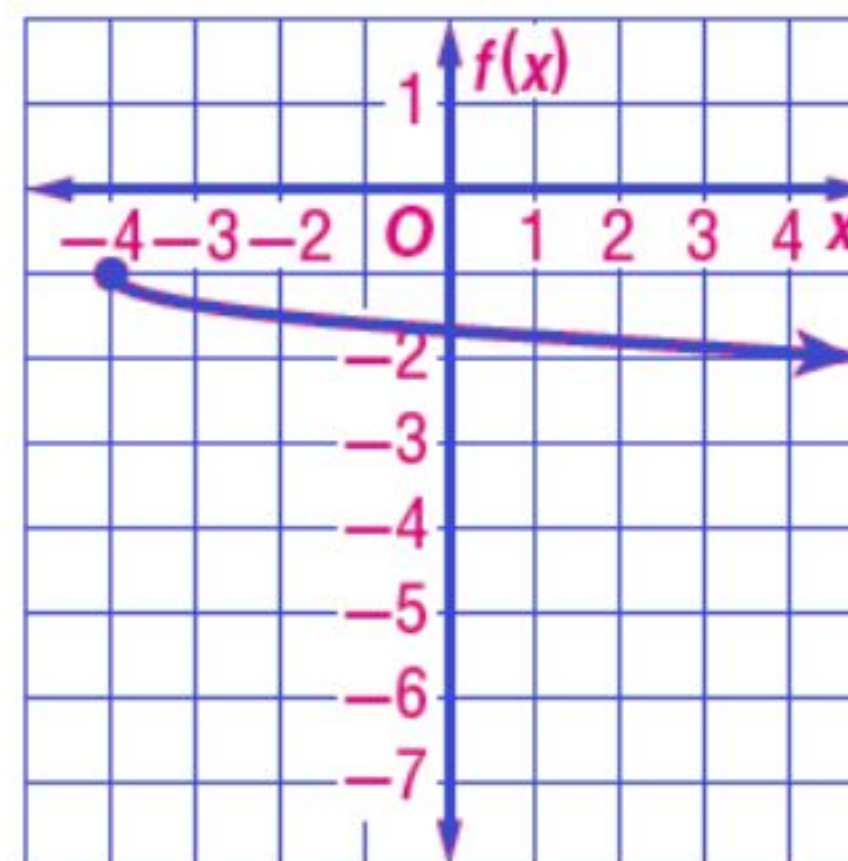
المجال: $\{x | x \geq -5\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq -3\}$

$$f(x) = \frac{3}{4}\sqrt{x-1} + 5 \quad (27)$$



المجال: $\{x | x \geq 1\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 5\}$

$$f(x) = -\frac{1}{3}\sqrt{x+4} - 1 \quad (28)$$



المجال: $\{x | x \geq -4\}$ ؛ المدى: $\{f(x) | f(x) \leq -1\}$

(29)

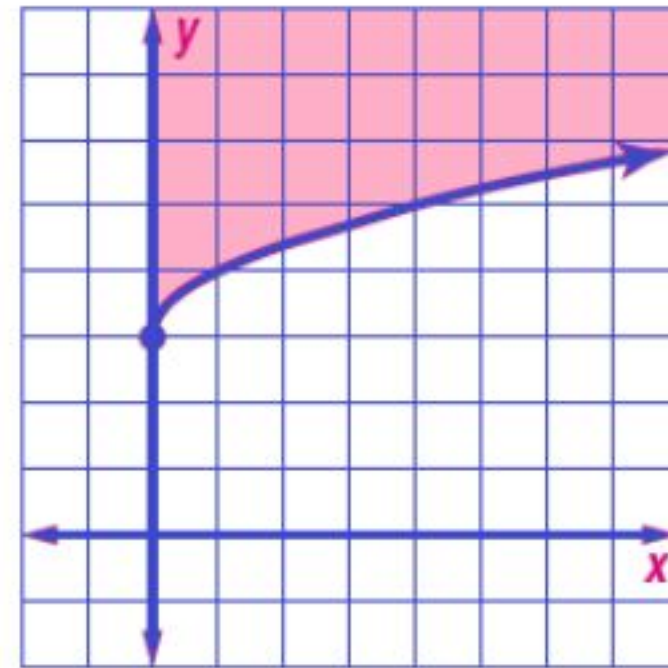
هندسة : يُعبر عن مساحة الدائرة بالفانوس $A = \pi r^2$. فما

نصف قطر دائرة مساحتها 300 cm^2 ؟

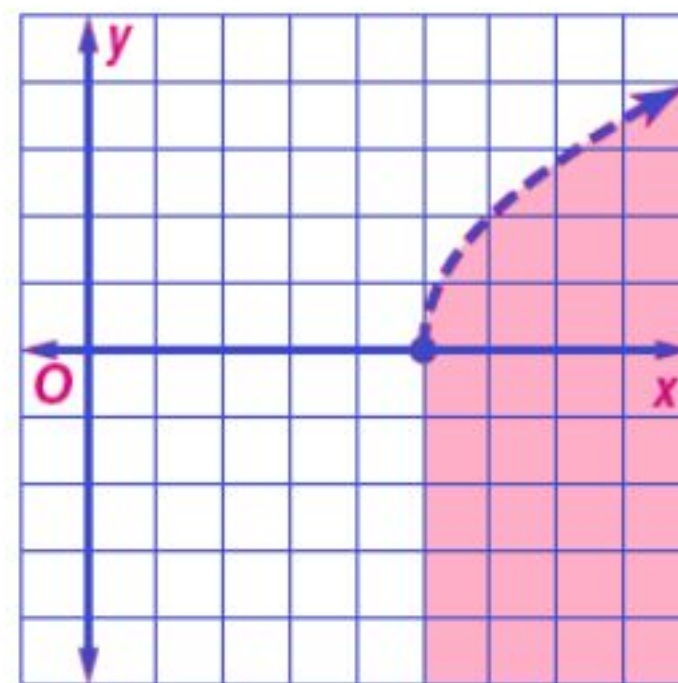
نصف قطر الدائرة = 9.8 cm تقريباً

مثل بياناً كل متباينة فيما يأتي :

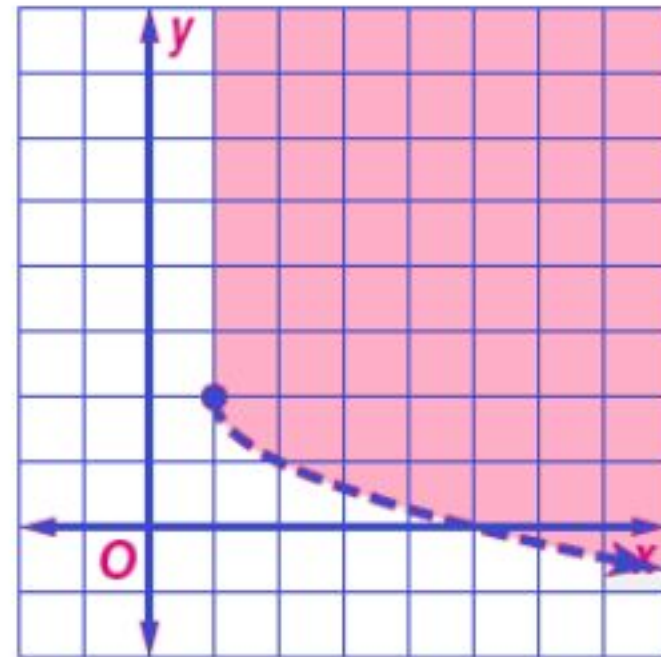
(30) $y \geq \sqrt{x} + 3$



(31) $y < 2\sqrt{x-5}$



$$y > -\sqrt{x-1} + 2 \quad (32)$$



بسط كلا مما يأتي:

$$\pm 11 = \pm \sqrt{121} \quad (33)$$

$$-5 = \sqrt[3]{-125} \quad (34)$$

$$6 = \sqrt{(-6)^2} \quad (35)$$

$$(x^2 + 2)^3 = \sqrt[6]{(x^2 + 2)^{18}} \quad (36)$$

$$3(x + 3) = \sqrt[3]{27(x + 3)^3} \quad (37)$$

$$a^2 |b^3| = \sqrt[4]{a^8 b^{12}} \quad (38)$$

$$3x^2 y^5 = \sqrt[5]{243 x^{10} y^{25}} \quad (39)$$

(40)

فيزياء: تستعمل الصيغة $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ لحساب سرعة جسم v ، حيث v السرعة بالأمتر لكل ثانية، m كتلة الجسم بالجرام، K الطاقة الحركية بالجول. أوجد السرعة بالأمتر لكل ثانية لجسم كتلته 17 جراماً وطاقته الحركية 850 جولاً.

$$\text{السرعة} = 10 \text{ m/s}$$

4-5 العمليات على العبارات الجذرية

بسّط كل عبارة جذرية فيما يأتي:

$$3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{54} \quad (41)$$

$$12ab^2\sqrt{ab} = \sqrt[4]{144a^3b^5} \quad (42)$$

$$12|x|y\sqrt{42} = 4\sqrt{6y} \cdot 3\sqrt{7x^2y} \quad (43)$$

$$80\sqrt{2} = 6\sqrt{72} + 7\sqrt{98} - \sqrt{50} \quad (44)$$

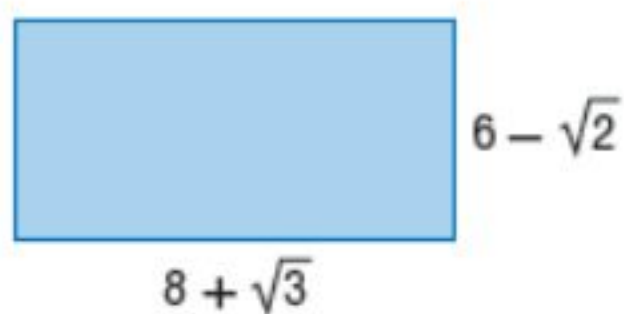
$$74 + 18\sqrt{10} = (6\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(3\sqrt{5} + 4\sqrt{2}) \quad (45)$$

$$\frac{m^2\sqrt{6mp}}{p^6} = \frac{\sqrt{6m^5}}{\sqrt{p^{11}}} \quad (46)$$

$$\frac{15 - 3\sqrt{2}}{23} = \frac{3}{5 + \sqrt{2}} \quad (47)$$

$$-\sqrt{15} - 3\sqrt{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{6}} \quad (48)$$

(49)



هندسة ، أوجد محيط المستطيل في الشكل أدناه ومساحته.

$$\text{المحيط} = 28 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$$

$$\text{المساحة} = 48 + 6\sqrt{3} - 8\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

الأسس النسبية

4-6

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$x^{\frac{7}{6}} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \quad (50)$$

$$\frac{m^{\frac{1}{4}}}{m} = m^{-\frac{3}{4}} \quad (51)$$

$$\frac{d^{\frac{5}{12}}}{d} = \frac{d^{\frac{1}{6}}}{d^{\frac{3}{4}}} \quad (52)$$

بسط كل عبارة مما يأتي:

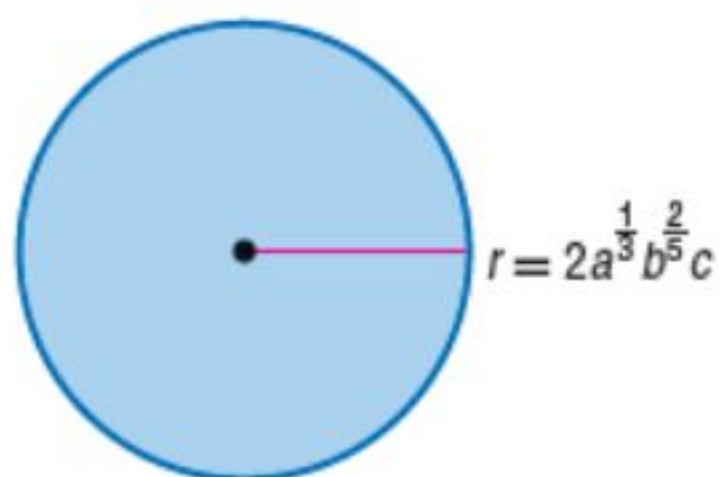
$$\frac{y^{\frac{3}{4}}}{y} = \frac{1}{y^{\frac{1}{4}}} \quad (53)$$

$$3 = \sqrt[3]{\sqrt{729}} \quad (54)$$

$$x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{2}{3}} = \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} \quad (55)$$

(56)

هندسة : ما مساحة الدائرة في الشكل أدناه ؟



المساحة = $4a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{5}}c^2\pi$ وحدة مربعة

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{x-3} + 5 = 15 \quad (57)$$

$$x = 103$$

$$-\sqrt{x-11} = 3 - \sqrt{x} \quad (58)$$

$$x = \frac{100}{9}$$

$$4 + \sqrt{3x-1} = 8 \quad (59)$$

$$x = \frac{17}{3}$$

$$\sqrt{m+3} = \sqrt{2m+1} \quad (60)$$

$$m = 2$$

$$\sqrt{2x+3} = 3 \quad (61)$$

$$x = 3$$

$$(x+1)^{\frac{1}{4}} = -3 \quad (62)$$

لا يوجد حل

$$a^{\frac{1}{3}} - 4 = 0 \quad (63)$$

$$a = 64$$

$$3(3x-1)^{\frac{1}{3}} - 6 = 0 \quad (64)$$

$$x = 3$$

(65)

فيزياء: تُعطى المسافة الأفقية d بالكيلومترات التي يمكن أن يراها شخص بالعلاقة $d = 3.57 \sqrt{L}$ ، حيث L تمثل ارتفاع النقطة التي ينظر منها الشخص عن الأرض ويقاس بالأمتار. فإذا كانت المسافة الأفقية التي يراها شخص هي 71.4 كيلومتراً، فكم مترًا ترتفع النقطة التي ينظر منها الشخص عن الأرض؟

ارتفاع النقطة $m = 400000$ تقريباً

حل كل متباينة مما يأتي:

$$2 + \sqrt{3x - 1} < 5 \quad (66)$$

$$\frac{1}{3} \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\sqrt{3x + 13} - 5 \geq 5 \quad (67)$$

$$x \geq 29$$

$$6 - \sqrt{3x + 5} \leq 3 \quad (68)$$

$$x \geq \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{-3x + 4} - 5 \geq 3 \quad (69)$$

$$x \leq -20$$

$$5 + \sqrt{2y - 7} < 5 \quad (70)$$

لا يوجد حل

$$3 + \sqrt{2x - 3} \geq 3 \quad (71)$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{3x + 1} - \sqrt{6 + x} > 0 \quad (72)$$

$$x > \frac{5}{2}$$

الفصل 4 اختبار الفصل

في كل زوج مما يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى، أم لا ؟

(1) $f(x) = 3x + 8$, $g(x) = \frac{x-8}{3}$ **نعم**

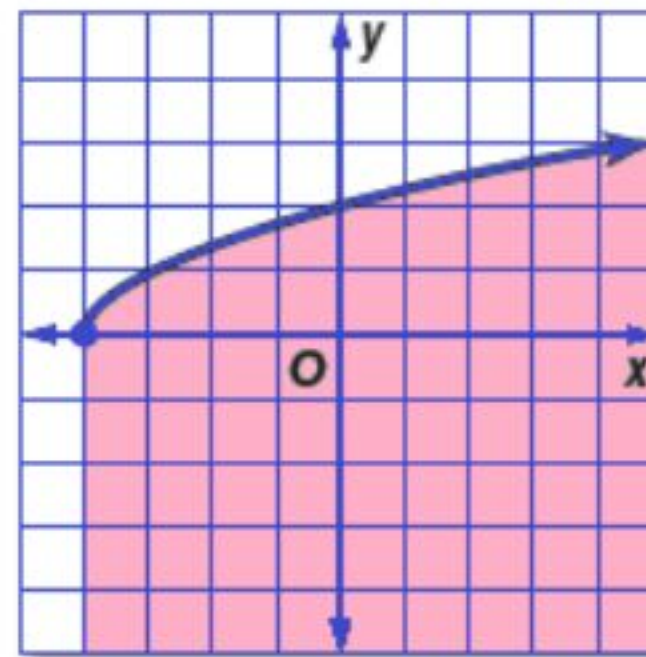
(2) $f(x) = \frac{1}{3}x + 5$, $g(x) = 3x - 15$ **نعم**

(3) $f(x) = x + 7$, $g(x) = x - 7$ **نعم**

(4) $f(x) = \frac{x-2}{3}$, $g(x) = 3x - 2$ **لا**

(5)

اختيار من متعدد: أي المنبئات الآتية لها التمثيل البياني
الظاهر في الشكل أدناه ؟



$y \geq \sqrt{x-4}$ C

$y \geq \sqrt{x+4}$ A

$y \leq \sqrt{x-4}$ D

$y \leq \sqrt{x+4}$ B

الاختيار الصحيح: (B)

إذا كان $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = x^2 - 2x + 1$ فأوجد كل دالة مما يأتي:

$$(f + g)(x) \quad (6)$$

$$(f + g)(x) = x^2 + x + 3$$

$$(f \cdot g)(x) \quad (7)$$

$$(f \cdot g)(x) = 3x^3 - 4x^2 - x + 2$$

$$(f - g)(x) \quad (8)$$

$$(f - g)(x) = -x^2 + 5x + 1$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) \quad (9)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$$

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\sqrt{a + 12} = \sqrt{5a - 4} \quad (10)$$

$$a = 4$$

$$\sqrt{3x} = \sqrt{x - 2} \quad (11)$$

لا يوجد حل

$$4\left(\sqrt[4]{3x+1}\right)-8=0 \quad (12)$$

$$x=5$$

$$\sqrt[3]{5m+6}+15=21 \quad (13)$$

$$m=42$$

$$1+\sqrt{x+11}=\sqrt{2x+15} \quad (14)$$

$$x=5$$

$$\sqrt{x-6}-\sqrt{x}=3 \quad (15)$$

لا يوجد حل

(16)

اختيار من متعدد: قيمة العبارة $125^{-\frac{1}{3}}$ هي:

5 D

$\frac{1}{5}$ C

$-\frac{1}{5}$ B

-5 A

الاختيار الصحيح: (C)

بسط كلاً مما يأتي:

$$-3=(2+\sqrt{5})(6-3\sqrt{5}) \quad (17)$$

$$17\sqrt{2}-25=(3+2\sqrt{2})(-7+\sqrt{2}) \quad (18)$$

$$12\sqrt{3}+24=\frac{12}{2-\sqrt{3}} \quad (19)$$

$$\frac{2m - 3m^{\frac{1}{2}} + 1}{4m - 1} = \frac{m^{\frac{1}{2}} - 1}{2m^{\frac{1}{2}} + 1} \quad (20)$$

$$-28\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 8\sqrt{48} \quad (21)$$

$$25 = 5^2 = 5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{5}{6}} \quad (22)$$

$$3ab^4\sqrt{a} = \sqrt[6]{729a^9b^{24}} \quad (23)$$

$$2x^3y^2 = \sqrt[5]{32x^{15}y^{10}} \quad (24)$$

$$\frac{w^{\frac{1}{5}}}{w} = w^{-\frac{4}{5}} \quad (25)$$

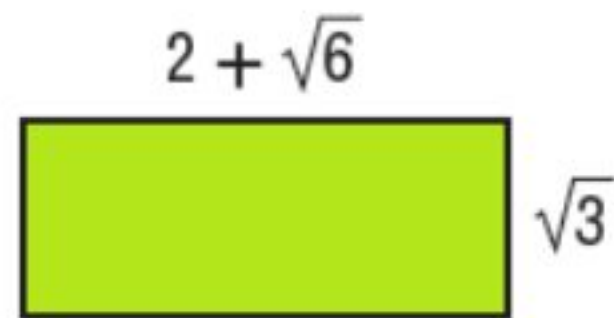
$$r^{\frac{1}{2}} = \frac{r^{\frac{2}{3}}}{r^{\frac{1}{6}}} \quad (26)$$

$$\frac{a^{\frac{5}{12}}}{6a} = \frac{a^{-\frac{1}{2}}}{6a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{4}}} \quad (27)$$

$$\frac{y^2 - 2y^{\frac{3}{2}}}{y - 4} = \frac{y^{\frac{3}{2}}}{y^{\frac{1}{2}} + 2} \quad (28)$$

(29)

اختيار من متعدد : ما مساحة المستطيل في الشكل أدناه؟



A $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ وحدة مربعة

B $4 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}$ وحدة مربعة

C $2\sqrt{3} + \sqrt{6}$ وحدة مربعة

D $2\sqrt{3} + 3$ وحدة مربعة

حل كل متباينة مما يأتي:

(30) $\sqrt{4x-3} < 5$

$\frac{3}{4} \leq x < 7$

(31) $2 + \sqrt{4x-4} \leq 6$

$1 \leq x \leq 5$

(32) $\sqrt{2x+3} - 4 \leq 5$

$-\frac{3}{2} \leq x \leq 39$

(33) $\sqrt{b+12} - \sqrt{b} > 2$

$0 \leq b < 4$

(34) $\sqrt{y-7} + 5 \geq 10$

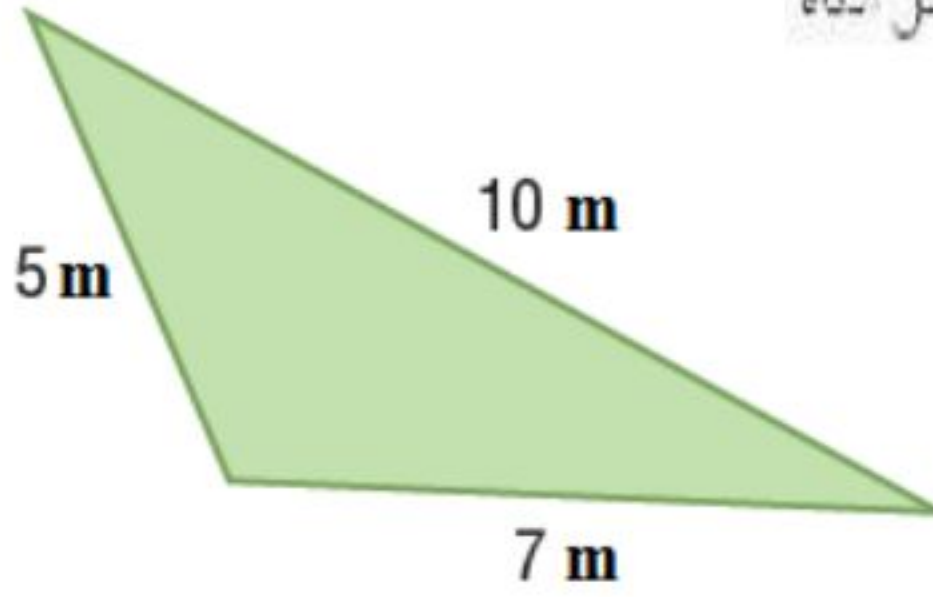
$y \geq 32$

هندسة: يمكن إيجاد مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

من القانون: a, b, c

حيث $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$. اكتب مساحة المثلث في الشكل أدناه على الصورة الجذرية في أبسط صورة.



$$\text{مساحة المثلث} = 2\sqrt{66} \text{ m}^2$$

تمارين ومسائل

(1)

قذف جسم رأسياً إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها 800 ft/s . إذا كان ارتفاع الجسم h بالأقدام بعد t ثانية فإنه يُعبر عنه بالمعادلة:
 $h = -16t^2 + 800t$. فبعد كم ثانية يصل الجسم إلى ارتفاع 10000 ft ؟

A 10 ثوانٍ

B 25 ثانية

C 100 ثانية

D 625 ثانية

الاختيار الصحيح: (B)

(2)

يقوم علي بعمل نموذج لسيارة مستعملاً مقياس رسم، فوجد أن ارتفاع نموذج السيارة يعادل $\frac{1}{32}$ من ارتفاع السيارة الحقيقي x .
 فأأي المعادلات الآتية تمثل هذه العلاقة؟

$$y = \frac{1}{32}x \quad \text{H}$$

$$y = x - \frac{1}{32} \quad \text{F}$$

$$y = x + \frac{1}{32} \quad \text{J}$$

$$y = \frac{1}{32}x \quad \text{G}$$

الاختيار الصحيح: (H)

اسئلة الاختيار من متعدد

(1)

يقدم محل خصمًا نسبته 20% على جميع لوازم التخيم. ويملك بدر فسيمة حسم إضافية بقيمة 5 ريالات عند أي عملية شراء من المحل. إذا استعمل بدر الفسيمة بعد الخصم لشراء خيمة، فأبي الدول الآتية يمكن أن نستعمل لإيجاد سعر خيمة سعرها الأصلي d ريالاً؟

$P(d) = 0.8 \times (d + 5)$ A

$P(d) = (0.8 \times d) - 5$ B

$P(d) = 0.2 \times (d - 5)$ C

$P(d) = 0.8 \times (d - 5)$ D

الاختيار الصحيح: (B)

(2)

إذا كان $X = \begin{bmatrix} a+b & 2 \\ 7 & c+d \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} 8 & d \\ b & a \end{bmatrix}$ وكانت $X = Y$ فإن قيمة c تساوي:

-1 A

2 B

-2 C

1 D

الاختيار الصحيح: (A)

(3)

أيُّ العبارات الآتية تكافئ: $3a(2a+1)-(2a-2)(a+3)$ ؟

$2a^2 + 6a + 7$ A

$4a^2 - a + 6$ B

$4a^2 + 6a - 6$ C

$4a^2 - 3a + 7$ D

الاختيار الصحيح: (B)

(4)

اشترى سلمان سيارة مستعملة، أضيف إلى ثمنها 6.5% بدل صيانة دورية، ودفع 150 ريالاً رسوم نقل الملكية، أوجد ثمن السيارة إذا كان مجموع ما دفعه سلمان 68310 ريال.

64140 A

64000 C

68000 B

68160 D

الاختيار الصحيح: (C)

(5)

(5) ما أبسط صورة للعبارة: $\sqrt[3]{-27b^6c^{12}}$.

$3b^2c^4$ C

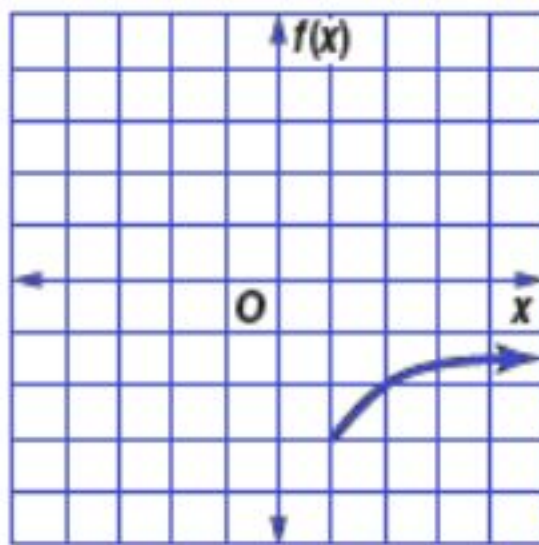
$-3b^3c^6$ A

$3b^3c^6$ D

$-3b^2c^4$ B

الاختيار الصحيح: (B)

(6)



$f(x) = \sqrt{x-3} - 1$ A

$f(x) = \sqrt{x+1} - 3$ B

$f(x) = \sqrt{x+3} + 1$ C

$f(x) = \sqrt{x-1} - 3$ D

أي دوال الجذر التربيعي الآتية لها التمثيل البياني في الشكل المجاور؟

الاختيار الصحيح: (D)

(7)

ما حل المعادلة: $\sqrt[3]{5x} = 10$ ؟

200 C

2 A

1000 D

20 B

الاختيار الصحيح: (C)

(8)

أوجد الدالة العكسية للدالة: $f(x) = x - 5$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{5}$ C

$f^{-1}(x) = x + 5$ A

$f^{-1}(x) = 5 - x$ D

$f^{-1}(x) = 5x$ B

الاختيار الصحيح: (A)

(9)

أي المعادلات الآتية لها جذران نسبيان مختلفان؟

I. $3x^2 + x - 2 = 0$

II. $x^2 - 2x + 1 = 0$

III. $x^2 + 2x + 5 = 0$

A فقط I فقط

B فقط II فقط

C II، III فقط

D I، III فقط

الاختيار الصحيح: (A)

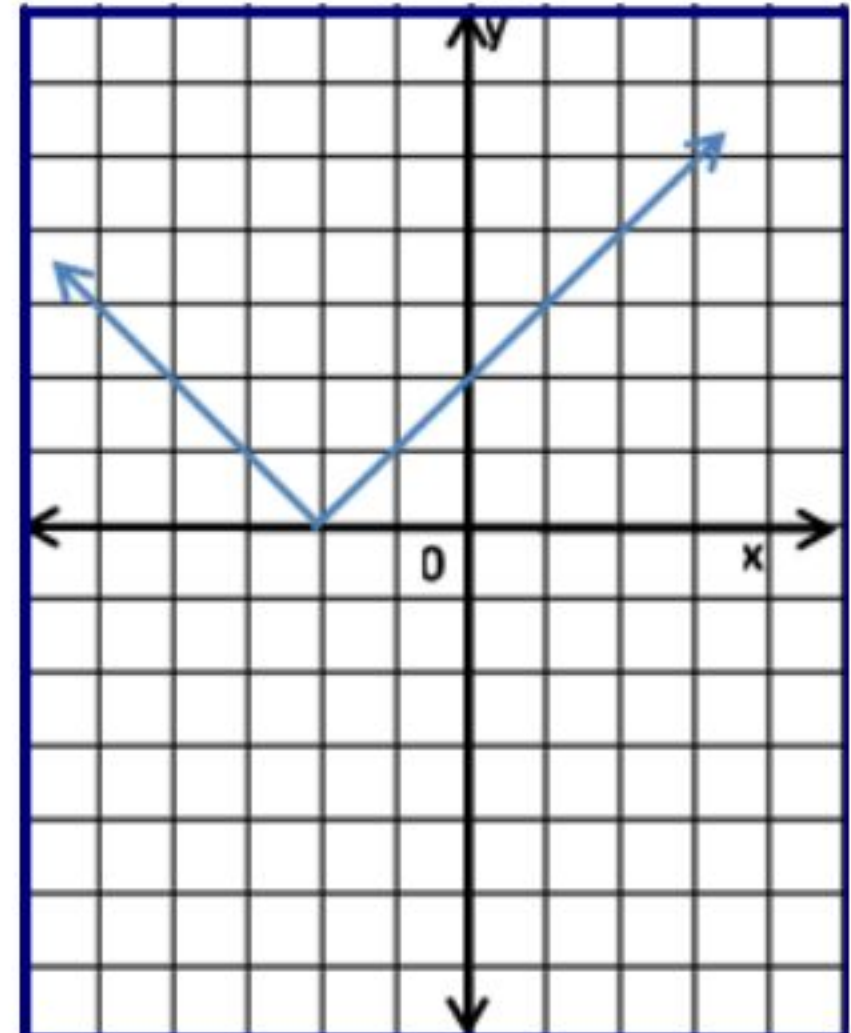
أسئلة مقالية

إجابات قصيرة

أجب عن كل مما يلي:

(10)

مثل الدالة $f(x) = |x + 2|$ بيانياً، ثم حدد مجالها ومداها.



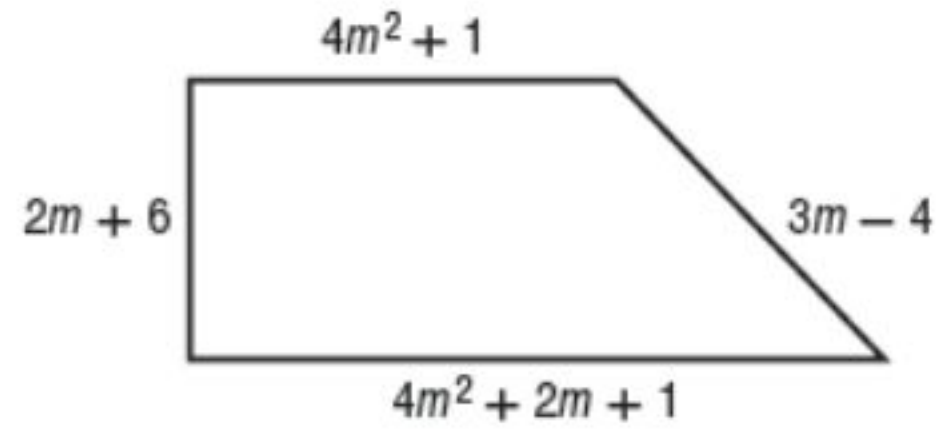
(11)

أ. قُذِفَ جسم من منصة إلى أعلى. وتستخدم الصيغة الآتية
لإيجاد ارتفاع الجسم h بالأقدام عن
سطح الأرض بعد مرور t ثانية من لحظة القذف. فما أعلى ارتفاع
يصل إليه الجسم؟

$$95 \text{ ft} = \text{أعلى ارتفاع يصل إليه الجسم}$$

(12)

إذا كان محيط الشكل الرباعي أدناه 160 وحدة، فما قيمة m ؟



$$m = 4$$

إجابات مطولة

أجب عن كل مما يلي موضحاً خطوات الحل:

(13)

عمر أب وابنه 56 عاماً فإذا كان عمر الأب يزيد على مثلي عمر الابن بـ 20 عاماً:

(a) اكتب نظاماً من المعادلات الخطية يمثل المسألة.

(b) اكتب معادلة مصفوية يمكن استعمالها لحل النظام في a

(c) أوجد النظير العكسي لمصفوفة المعاملات، وحل المعادلة المصفوية لإيجاد عمر كل من الأب وابنه.

$$\begin{aligned} x + y &= 56 \\ x - 2y &= 20 \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56 \\ 20 \end{bmatrix} \quad (b)$$

$$-\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \quad (c)$$

$$-\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 56 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 44 \end{bmatrix}$$

عمر الأب 44 عاماً، عمر الابن 12 عاماً

(14)

إذا كانت $f(x)$ و $g(x)$ دالتين كل منهما دالة عكسية للأخرى،

(a) فصف التمثيل البياني لكلتا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ على مستوى إحداثي واحد.

(b) ما قيمة $f[g(2)]$ ؟ وضح إجابتك.

(a) سيكونان انعكاساً لبعضهما بعضاً حول المستقيم $y = x$

(b) 2؛ بما أن كلا من f و g معكوس للأخرى، فإن أي عملية تقوم بها الدالة g على 2 تبطلها الدالة f ، لذا فإن المخرجات ستكون هي المدخلات نفسها.