

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



المملكة العربية السعودية

الرياضيات 2

التعليم الثانوي - نظام المسارات

السنة الثانية

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين



وزارة التعليم
Ministry of Education
2023 - 1445

طبعة 1445 - 2023

المصفوفات Matrices

الفصل 2

فيما سبق:

درستُ حل نظام من المعادلات .

والآن:

- أنظم البيانات في مصفوفة.
- أجري العمليات على المصفوفات.
- أحسب المحددات.
- أجد التطير الضربي لمصفوفة من الرتبة 2×2 .
- أستعمل المصفوفات لحل نظام من المعادلات.

لماذا؟

تنظيم البيانات: غالباً ما تستعمل المصفوفات لتنظيم البيانات، فمثلاً إذا نُظِم الطلاب المشاركون في الألعاب الرياضية المختلفة من مدرستين ثانويتين في مصفوفات مختلفة، فإن أعداد جميع الطلاب المشاركين في هذه الألعاب يمكن الحصول عليها بجمع المصفوفات.

منظم أفكار

المستويات

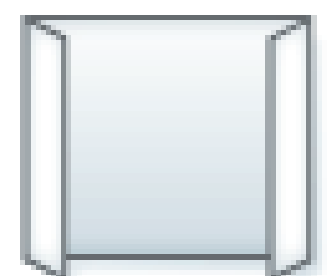
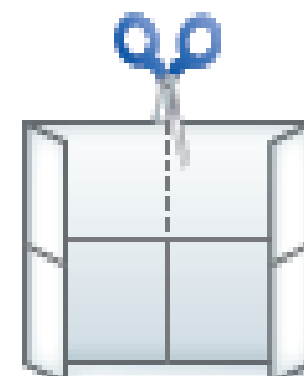
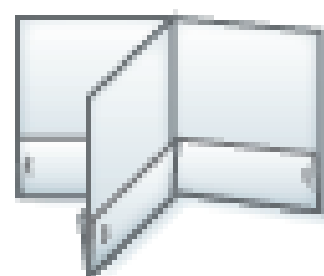
المصفوفات: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المصفوفات، مبتدئاً بورقة A4.

1 اثنِ حافة الورقة بعرض 2cm بموازة الضلعين القصيرين.

2 اطيء الورقة الناتجة إلى أرباع، ثم قص كما في الشكل.

3 أعد الطي، ثم ثبت الجيوب مستعملاً الدباسة.

4 اكتب على كل جيب عنواناً لدرس من دروس الفصل، وكتب عنوان الفصل.





أوجد كلا من النظير الجمعي و الضربي لكل عدد مما يأتي:

- (1) $-4, \frac{1}{4}$
(2) $15, -\frac{1}{15}$
(3) $-0.2, 5$
(4) $1.35, -\frac{20}{27}$
(5) $\frac{3}{4}, -\frac{4}{3}$
(6) $-2\frac{1}{3}, \frac{3}{7}$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

- (7) $6x + 12y$
(8) $4x + 17 = 4x + 20 - 3$
(9) $-19x + 6 = -12x - 7x + 6$
(10) $\frac{26}{3}x - \frac{76}{3} = 10x - 25 - \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$
(11) $17x - 3y - 9 = 12x - 6 - 3y + 3x + 2x - 3$

حل نظام المعادلتين في كل مما يأتي جبرياً

$$\begin{aligned} 2x - y &= -1 \\ y &= x + 3 \end{aligned} \quad (12)$$

$$2x - x - 3 = -1$$

$$x = 2$$

$$y = 2 + 3 = 5$$

$$(2, 5)$$

$$\begin{array}{l} 2x - 5y = -18 \\ 3x + 4y = 19 \end{array} \quad (13)$$

$$2x - 5y = 18 \rightarrow (1)$$

$$3x + 4y = 19 \rightarrow (2)$$

$$3 \times (1) \rightarrow 6x - 15y = -54$$

$$2 \times (2) \rightarrow (-) \begin{array}{r} +6x + 8y = +38 \\ \hline -23y = -92 \end{array}$$

$$\frac{-23y}{-23} = \frac{-92}{-23}$$

$$y = 4$$

$$2x - 5(4) = -18$$

$$2x - 20 = -18$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$(1, 4)$$

$$\begin{array}{l} 4y + 6x = -6 \\ 5y + x = 35 \end{array} \quad (14)$$

$$4y + 6x = -6$$

$$30y - 6x = 210$$

$$\frac{34y}{34} = \frac{204}{34}$$

$$\frac{34y}{34} = \frac{204}{34}$$

$$y = 6$$

$$4(6) + 6x = -6$$

$$6x = -6 + (-24)$$

$$x = -5$$

$$(-5, 6)$$

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 4 \\ x &= y - 8 \end{aligned} \quad (15)$$

$$4(y - 8) + 2y = 4$$

$$4y - 32 + 2y = 4$$

$$6y - 32 = 4$$

$$6y = 36$$

$$y = 6$$

$$x = 6 - 8$$

$$x = -2$$

$$(-2, 6)$$

(16) جوائز:

$$30x + 9y = 534$$

$$25x + 8y = 448$$

$$16 = \text{عدد الحقائب}$$

$$6 = \text{عدد الأقلام}$$

2-1

مقدم فلي المصفوفات

تلق

(1) استعمل المصفوفة $B = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -2 & 19 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$ للإجابة عن كل مما يأتي

(1A) ما رتبة B ؟ 3×2

(1B) ما قيمة b_{32} ؟ -1

(2) بيتزا: (A) نظم هذه البيانات في مصفوفة، على أن تكون الأسعار مرتبة تصاعدياً.

	كبيرة	وسط	صغيرة
الزعر	4	3	2
الجبن	5	3.5	2.5
البيض	5.5	4	3
اللحم	6	5	4

(B) حدد رتبة المصفوفة

4×3

(C) ما قيمة العنصر a_{21} ؟

٣ ريال

(3) محافظات:
(A) نظم البيانات في مصفوفة.

مكة المكرمة	9	7
الرياض	12	8
المدينة المنورة	4	4
القصيم	5	7

(B) اجمع عناصر كل عمود، و فسر النتائج.
مجموع عناصر كل من العمودين الأول و الثاني هما 30, 26، و يمثلان عدد المحافظات في كل منهما الفئتين أ و ب

(C) اجمع عناصر كل صف، و فسر النتائج.
مجموع عناصر كل من الصفوف الأول و الثاني و الثالث و الرابع هي على الترتيب 16 ثم 20 ثم 8 ثم 12، و تمثل عدد المحافظات من الفئتين أ و ب في كل من مكة المكرمة و الرياض و المدينة المنورة و القصيم على الترتيب.

(D) هل إيجاد معدل عناصر كل صف أو عناصر كل عمود يعطي بيانات ذات معنى؟
معدل عناصر كل صف أو كل عمود ليس له معنى.



حدد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي:

$$2 \times 4 \quad (1) \quad \begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 6 & -8 \end{bmatrix}$$

$$4 \times 1 \quad (2) \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$3 \times 2 \quad (3) \quad \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 9 \\ 17 & 21 \end{bmatrix}$$

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & -6 & x & -4 \\ -2 & 3 & -1 & 9 \\ 5 & -8 & 2 & 12 \end{bmatrix}$ فحدد كل عنصر فيما يأتي:

$$-8 = a_{32} \quad (4)$$

$$1 = a_{11} \quad (5)$$

$$2 = a_{33} \quad (6)$$

$$9 = a_{24} \quad (7)$$

(8) زراعة:

(a) نظم البيانات في مصفوفة

$$\begin{bmatrix} 540 & 570 & 488 & 500 \\ 850 & 1015 & 800 & 820 \end{bmatrix}$$

(b) ما النوع الأقل إنتاجاً؟

الباذنجان

اجمع عناصر كل صف، هل لهذه المجاميع معني. و فسر إجابتك.

- الصف 1: 2098 ، و يمثل إجمالي عدد صناديق الخضروات المذكورة التي تنتجها المزرعة 1.
- الصف 2 : 3485 ، و يمثل إجمالي عدد صناديق الخضروات المذكورة التي تنتجها المزرعة 2 .
- (d) اجمع عناصر كل عمود؟ فسر إجابتك.
- المجاميع هي 1390 ، 1585 ، 1288 ، 1320
- تمثل إجمالي عدد الصناديق التي تنتجها المزرعتان معاً من الخيار و الكوسة و الباذنجان و الطماطم على الترتيب.

تدرب وحل المسائل

حدد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي:

(9) 1×2 $\begin{bmatrix} -9 & 6 \end{bmatrix}$

(10) 2×2 $\begin{bmatrix} 15 & y \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$

(11) 2×4 $\begin{bmatrix} 6 & 11 & -4 & -2 \\ -8 & 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

(12) 3×3 $\begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ x & 3y & 0 \\ 8 & 12 & 11 \end{bmatrix}$

(13) 3×1 $\begin{bmatrix} 2 \\ x \\ -3 \end{bmatrix}$

(14) 1×1 $[115]$

إذا كانت $B = \begin{bmatrix} 10 & -8 & 2x \\ -2 & 19 & 4 \end{bmatrix}$ ، فما قيمة كل عنصر فيما يأتي:

$$9 = a_{21} \quad (15)$$

$$19 = b_{22} \quad (16)$$

$$y = a_{12} \quad (18)$$

$$2x = b_{13} \quad (17)$$

نظم البيانات الآتية في مصفوفة:

$$\begin{matrix} \text{سعود} \\ \text{علي} \\ \text{مروان} \end{matrix} \begin{bmatrix} 221 & 201 & 185 & 607 \\ 168 & 233 & 159 & 560 \\ 187 & 189 & 211 & 587 \end{bmatrix} \quad (19)$$

(20) تخزين:

(a) نظم البيانات في مصفوفة على أن تكون محتويات المخازن أعمدة المصفوفة.

	المخزن الثالث	المخزن الثاني	المخزن الأول
خلاص	2750	3000	2000
برجي	1500	1175	1200
سكري	1300	2250	500

(b) أوجد مجموع عناصر كل عمود، و ماذا يمثل هذا المجموع؟

مخزن 1 : 3700

مخزن 2 : 6425

مخزن 3 : 5950

و تمثل عدد الكيلوجرامات من التمر التي يحويها كل مخزن.

(c) أوجد مجموع عناصر كل صف، و ماذا يمثل هذا المجموع؟

مجموع عناصر الصف الأول : 7750

مجموع عناصر الصف الثاني 3375

مجموع عناصر الصف الثالث 4450

و تمثل إجمالي الكيلوجرامات الموجودة في المخازن الثلاثة من كل نوع.

إذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} 9 & -3 & 7 \\ 4x & 18 & -6 \end{bmatrix}$ ، $\underline{A} = \begin{bmatrix} 23 & 11 \\ x & -5 \\ -12 & 15 \end{bmatrix}$ فحدد كل عنصر مما يأتي:

$$4x = b_{21} \quad (22)$$

$$15 = a_{32} \quad (21)$$

$$x = a_{21} \quad (24)$$

$$-3 = b_{12} \quad (23)$$

(25) حدد تسليح:

(a) اكتب مصفوفة تمثل البيانات المعطاه

$$\begin{bmatrix} 2410 & 2455 \\ 2210 & 2255 \\ 200 & 2245 \end{bmatrix}$$

(b) ما رتبة المصفوفة في فرع A؟

$$3 \times 2$$

إذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 & x & -2y \\ 5x & 3y & -4x \\ -y & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، $\underline{A} = \begin{bmatrix} x^2 + 4 & y + 6 \\ x - y & 2 - y \end{bmatrix}$ فحدد كل عنصر مما

يأتي:

$$2 - y = a_{22} \quad (27)$$

$$x^2 + 4 = a_{11} \quad (26)$$

$$-4x = a_{23} \quad (29)$$

$$-y = a_{31} \quad (28)$$

(30) فلك:

(a) نظم المسافات في مصفوفة.

عطارد

الزهرة

المريخ

المشتري

زحل

أورانوس

نبتون

36.00	57
67.24	26
141.71	35
483.88	370
887.14	744
1783.98	1607
2796.46	2680

(b) ما رتبة المصفوفة الناتجة؟

7×2

(c) ما قيمة العنصر a_{42}

370

(31) تمثيلات متعددة:

(a) جدولياً: نظم البيانات في مصفوفة على أن يمثل عدد الأهداف و عدد التمريرات عموداًها.

التمريرات	الأهداف
8	3
6	5
1	8
4	2

(b) أوجد مجاميع عناصر كل عمود.

الأهداف 18

التمريرات 19

(c) جدولياً: بدل البيانات في المصفوفة على أن تصبح عناصر الأعمدة هي عناصر الصفوف

التمريرات	الأهداف
8	3
6	5
1	8
4	2

(d) جبرياً: أوجد مجاميع عناصر كل صف.

الأهداف 18

التمريرات 19

(e) تحليلياً: هل هناك تأثير في البيانات عند تبديل عناصر الصفوف و الأعمدة. عند تبديل عناصر الصفوف و الأعمدة فإن البيانات لا تتأثر.

مسائل مهارات التفكير العليا

(32) تبرير:

(المصفوفة C مربعة و لها أربعة أعمدة، و تحوي العنصر c_{53}) عبارة خاطئة ، المصفوفة المربعة التي فيها اربع أعمدة فيها أربعة صفوف ، لذلك لن يكون فيها عنصر في الصف الخامس.

(33) أكتشف الخطأ:

لا؛ العنصر b_{32} هو العنصر الثاني في الصف الثالث و هو 2.

(34) تحد:

نكون نظام معادلات من الحدود المتناظرة:

$$\begin{cases} 7x - y - 9z = 1 & \leftarrow 2x - y = 9z - 5x + 1 \\ 7x - 3y - 4z = 0 & \leftarrow 7x - 8z = 3y - 4z \\ 5x - 5y + 4z = 0 & \leftarrow 3x + 4z = 5y - 2x \\ -12x + 3y + 12z = 0 & \leftarrow 5y + 12z = 12x + 2y \end{cases}$$

بحل نظام المعادلات باستخدام المصفوفات

$$\underline{A} = \left[\begin{array}{ccc|c} 7 & -1 & -9 & 1 \\ 7 & -3 & -4 & 0 \\ 5 & -5 & 4 & 0 \\ -12 & 3 & 12 & 0 \end{array} \right]$$

$$= \{ \{7, -1, -9, 1\}, \{7, -3, -4, 0\}, \{5, -5, 4, 0\}, \{-12, 3, 12, 0\} \}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

الحل
(-5, -12, -8)

(35) مسألة مفتوحة: أنشئ مصفوفة باستعمال بيانات من واقع الحياة تكون مجاميع عناصر أعمدتها ذات معنى، و مجاميع عناصر صفوفها ليست ذات معنى.

الطول	الوزن	العمر	
140	53	12	أحمد
150	60	15	محمد
130	45	12	حسن

(36) اكتب: اشرح كيف يمكن أن تساعدك المصفوفات عندما تقرر اختيار الجامعة التي ترغب في الالتحاق بها.

يمكن ترتيب البيانات المتعلقة بالتخصصات المختلفة و الجامعات في مصفوفة لتسهيل مقارنة البيانات بعضها ببعض.

تدريب على اختبار

(37) الاختيار الصحيح: (D) عدد الأصوات المؤيدة للمرشح الأول أكبر من عدد الأصوات المؤيدة للمرشح الثالث.

مراجعة تراكمية

(38) مجلس الإدارة:

$$\begin{aligned} (1) \quad & x + y + z = 490 \\ (2) \quad & 3x + 2y + z = 878 \\ (3) \quad & y = 2z + 4 \end{aligned}$$

بالتعويض عن قيمة y من المعادلة (3) في المعادلتين (1), (2)

$$\begin{aligned} x + 2z + 4 + z &= 490 & @ & 3x + 2(2z + 4) + z = 878 \\ x + 3z &= 486 & @ & 3x + 4z + 8 + z = 878 \\ & & & 3x + 5z = 870 \end{aligned}$$

بضرب المعادلة $x + 3z = 486$ في 3 و بالطرح

$$\begin{array}{r} 3x + 5z = 870 \\ (-) \quad 3x + 9z = 1458 \\ \hline -4z = -588 \end{array}$$

بالقسمة على (-4)

$$z = \frac{-588}{-4}$$

$$z = 147$$

بالتعويض عن قيمة z في المعادلة $x + 3z = 486$ لإيجاد قيمة x

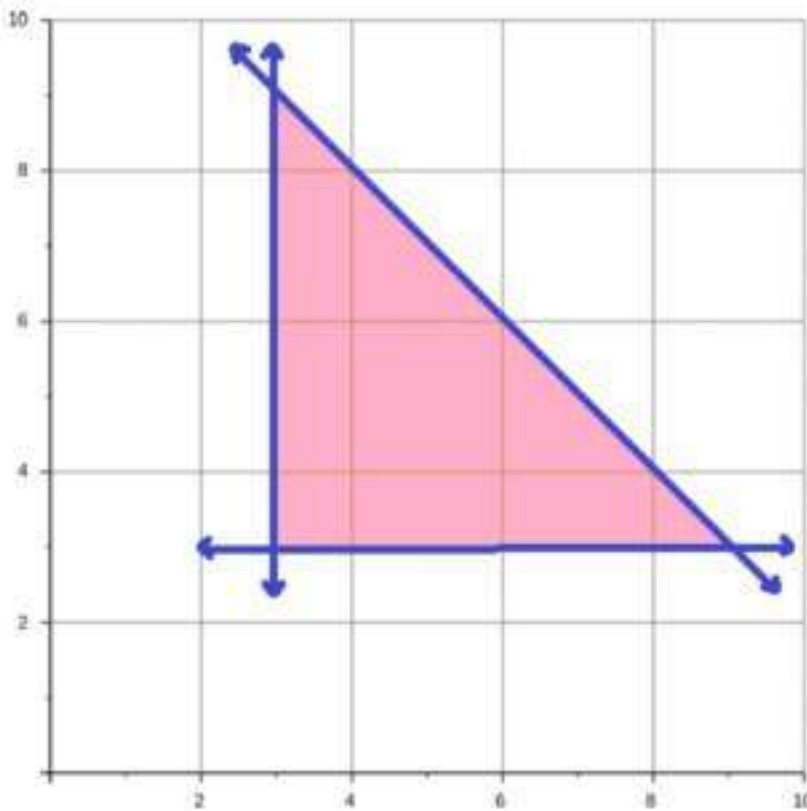
$$\begin{array}{r} z + 3(147) = 486 \\ x + 441 = 486 \\ x = 45 \end{array}$$

بالتعويض عن قيمة z في المعادلة (3) لإيجاد قيمة y .

$$\begin{array}{r} y = 2z + 4 \\ y = 2(147) + 4 \\ y = 294 + 4 \\ y = 298 \end{array}$$

أول: 45
ثاني: 298
ثالث: 147

(39) ثقافة مالية:



الربح في كعكة الفواكه $x = 26 = 39 - 13$
الربح في كعكة الشوكولاتة $y = 25 = 44 - 19$

الربح $26x + 25y$

$$\begin{array}{r} x + y \geq 6 \\ x + y \leq 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \geq 3 \\ y \geq 3 \end{array}$$

(x, y)	$26x + 25y$	$f(x, y)$
(3, 9)	$26(3) + 25(9)$	303
(3, 3)	$26(3) + 25(3)$	153
(9, 3)	$26(9) + 25(3)$	309

يكون الربح أكبر ما يمكن 309

3 كعكات شوكولاتة و 9 كعكات فواكه

احسب قيمة كل عبارة مما يأتي إذا كان $w = 3$ ، $x = -2$ ، $y = 4$ ، $z=0.5$

$$\begin{aligned} & 4x - 6y + 2z \quad (40) \\ & 4(-2) - 6(4) + 2(0.5) \\ & -8 - 24 + 1 \\ & -31 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 5w + 2(x - z) + 2y \quad (41) \\ & 5(3) + 2(-2 - 0.5) + 2(4) \\ & 15 + 2(-2.5) + 8 \\ & 15 - 5 + 8 \\ & 18 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4[3(2z + y) - 2(w + x)] \quad (42) \\ & 4(3(2(0.5) + 4) - 2(3 + (-2))) \\ & 4(3(5) - 2) \\ & 4(15 - 2) \\ & 52 = \end{aligned}$$

قوس

معمل الجداول الإلكترونية

تنظيم البيانات

2-1

(1) يدخل الطالب البيانات في برنامج الجداول الإلكترونية.

(2) كلاهما يستعمل الصفوف والأعمدة لكن في برنامج الجداول الإلكترونية تتميز الصفوف باستعمال الأعداد على حين تتميز الأعمدة باستعمال الحروف. أما في المصفوفة تتميز كل من الصفوف والأعمدة باستعمال الأعداد.

(3a) مجاميع عناصر الأعمدة 223, 234, 236, 346 وتمثل إجمالي ما بيع من التمور في الأسابيع الأربعة.

(3b) خلاص 73 ومكتومي 116 و خضري 231 و سلج 214 وعجوة 115 وسكري 76 ومنيفي 102 وصقعي 112 ، تمثل مجاميع الصفوف إجمالي ما بيع بالكيلو جرام من كل نوع من أنواع التمور في الأسابيع الأربعة.

(3c) المجموع في كلتا المجموعتين هو 1039 ومجموع حاصل جمع الصفوف يساوي مجموع حاصل جمع الأعمدة لأن كلا منهما تمثل مجموع ما بيع من كل أنواع التمور في جميع الأسابيع.

2-2

العمليات على المصفوفات

تلق

$$\begin{bmatrix} 1 & -8 \\ -17 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix} \quad (1A)$$

$$\begin{bmatrix} -13 & 5 & 9 \\ -11 & -1 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix} \quad (1B)$$

$$(2) \text{ إذا كانت } \underline{T} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix} \text{ ، فأوجد } -4\underline{T}$$

$$-4\underline{T} = \begin{bmatrix} -32 & 0 & -12 & 8 \\ 4 & 16 & 8 & -36 \end{bmatrix}$$

(3) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-6\underline{B} + 7\underline{A}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

$$7\underline{A} = \begin{bmatrix} -35 & 21 \\ 42 & -56 \\ 14 & 63 \end{bmatrix} , \quad -6\underline{B} = \begin{bmatrix} -72 & -30 \\ -30 & 24 \\ -24 & 42 \end{bmatrix}$$

$$-6\underline{B} + 7\underline{A} = \begin{bmatrix} -107 & -9 \\ 12 & -32 \\ -10 & 105 \end{bmatrix}$$

(4)

	النفقات	المبيعات
المعرض (1)	241800	19578000
المعرض (2)	312000	26286000
المعرض (3)	327600	31226000



أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$(1) \begin{bmatrix} 3 & -5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 & -7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 9 & -8 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 \end{bmatrix} = \text{غير ممكن.}$$

$$(3) \begin{bmatrix} -2 & 18 \\ 11 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -12 \\ 15 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 7 & 31 & -14 \\ 1 & -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 13 & -6 \\ 3 & -17 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -18 & 8 \\ 2 & -11 & 0 \end{bmatrix}$$

أوجد الناتج في كل مما يأتي:

$$(5) \begin{bmatrix} 18 & 12 & 0 \\ -6 & 42 & -24 \\ -12 & -18 & 21 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(6) \begin{bmatrix} -90 & 54 & -12 & -18 \\ -36 & 66 & -84 & 12 \\ -24 & 48 & 60 & -162 \end{bmatrix} = -6 \begin{bmatrix} 15 & -9 & 2 & 3 \\ 6 & -11 & 14 & -2 \\ 4 & -8 & -10 & 27 \end{bmatrix}$$

إذا كان $\underline{A} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ @ $\underline{B} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$ @ $\underline{C} = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix}$
 فأوجد ناتج كل مما يأتي:

$4\underline{B} - 2\underline{A}$ (7)

$$4 \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = 4\underline{B} - 2\underline{A}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot 8 & 4 \cdot (-1) \\ 4 \cdot (-2) & 4 \cdot 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \cdot 6 & 2 \cdot (-4) \\ 2 \cdot 3 & 2 \cdot (-5) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 32 & -4 \\ -8 & 28 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 6 & -10 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 32 - 12 & (-4) - (-8) \\ (-8) - 6 & 28 - (-10) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 20 & 4 \\ -14 & 38 \end{bmatrix} =$$

$-8\underline{C} + 3\underline{A}$ (8)

$$-8 \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = -8\underline{C} + 3\underline{A}$$

$$\begin{bmatrix} 32 & 48 \\ -96 & 56 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 18 & -12 \\ 9 & -15 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 50 & 36 \\ -87 & 41 \end{bmatrix} =$$

(9) درجات حرارة:

الفرق بين المعدل الشهري لدرجات الحرارة العظمى و الصغرى $H-L =$

$$\begin{bmatrix} 39.9 & 45.2 & 55.3 \\ 65.1 & 74.0 & 82.3 \\ 85.9 & 84.6 & 78.1 \\ 66.9 & 54.5 & 44.3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 24.1 & 27.7 & 35.9 \\ 44.1 & 53.6 & 62.2 \\ 66.4 & 64.9 & 57.9 \\ 46.4 & 37.3 & 28.4 \end{bmatrix} =$$
$$\begin{bmatrix} 15.8 & 17.5 & 19.4 \\ 21 & 20.4 & 20.1 \\ 19.5 & 19.7 & 20.2 \\ 20.5 & 17.2 & 15.9 \end{bmatrix} =$$

تدرب وحل المسائل

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً

$$\begin{bmatrix} 12 & -5 \\ -8 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 11 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} 12 + (-6) & -5 + 11 \\ -8 + (-7) & -3 + 2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -15 & -1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ -2 & 16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & -3 & 7 \\ 12 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

غير ممكن

(12) مشروبات:

(a) اكتب المصفوفة $\underline{C}$ التي تمثل الأسعار الحالية.

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

(b) ما العدد الذي يمكن أن نضرب المصفوفة $\underline{C}$ فيه لإيجاد المصفوفة $\underline{N}$ التي تمثل الأسعار الجديدة؟

$$1.1 = 1 + 0.1$$

(c) جد المصفوفة $\underline{N}$.

$$\underline{N} = 1.1 \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.3 & 4.4 & 5.5 \\ 2.2 & 3.3 & 4.4 \\ 2.2 & 3.3 & 4.4 \\ 4.4 & 5.5 & 6.6 \end{bmatrix}$$

(d) جد المصفوفة $\underline{N} - \underline{C}$. ماذا تمثل هذه المصفوفة في هذه الحالة؟

$$\begin{bmatrix} 3.3 & 4.4 & 5.5 \\ 2.2 & 3.3 & 4.4 \\ 2.2 & 3.3 & 4.4 \\ 4.4 & 5.5 & 6.6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \underline{N} - \underline{C}$$

$$\begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 \end{bmatrix} =$$

تمثل هذه المصفوفة الزيادة في سعر كل صنف.

أوجد الناتج في كل مما يأتي إن أمكن، و إذا تعذر ذلك فأكتب "لا يمكن"
مع ذكر السبب:

(13)

$$\begin{bmatrix} 24 \\ -10 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ -2 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 8 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(14)

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & -9 \\ 3 & 17 & -2 \\ 1 & -23 & 14 \\ 13 & -40 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 3 \\ -8 & 12 & 1 \\ 0 & -1 & 5 \\ 7 & -9 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & -8 & 12 \\ -11 & -5 & 3 \\ -1 & 22 & -9 \\ -6 & 31 & 9 \end{bmatrix}$$

(15) لا يمكن لإختلاف رتبة المصفوفتين

(16)

$$\begin{bmatrix} -6 & 13 & 14 \\ -11 & -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 11 \\ -6 & 12 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & -9 & -3 \\ 5 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5+(-3) \\ -9+(-7) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 \\ 16 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} 2-9 \\ -16-16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 16 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 \\ 16 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -7 \\ -32 \end{bmatrix} =$$

(18) لا يمكن لإختلاف رتب المصفوفات.

(19) كتب:

(a) رتب أعداد الكتب في كل مكتبة في مصفوفات، و ارمز إليها بالرموز $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$

$$\begin{bmatrix} 10000 \\ 5000 \\ 5000 \end{bmatrix} \underline{A} \text{ مكتبة}$$

$$\begin{bmatrix} 15000 \\ 10000 \\ 2500 \end{bmatrix} \underline{B} \text{ مكتبة}$$

$$\begin{bmatrix} 4000 \\ 700 \\ 800 \end{bmatrix} \underline{C} \text{ مكتبة}$$

(b) أوجد العدد الكلي للكتب من كل نوع في المكتبات الثلاثة و عبر عن ذلك بمصفوفة.

$$\begin{bmatrix} 10000 \\ 5000 \\ 5000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15000 \\ 10000 \\ 2500 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4000 \\ 700 \\ 800 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 10000 + 15000 + 4000 \\ 5000 + 10000 + 700 \\ 5000 + 2500 + 800 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 29000 \\ 15700 \\ 8300 \end{bmatrix} =$$

يوجد 29000 كتاب علمي ، 15700 كتاب تاريخي، كتاب تاريخي، 8300 كتاب أدبي

(c) كم يزيد عدد الكتب من كل نوع في المكتبة A على التي في المكتبة C ؟

$$\begin{bmatrix} 10000 - 4000 \\ 5000 - 700 \\ 5000 - 800 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10000 \\ 5000 \\ 5000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4000 \\ 700 \\ 800 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6000 \\ 4300 \\ 4200 \end{bmatrix} =$$

(d) أوجد المصفوفة A + B . هل لهذه المصفوفة معنى في هذه الحالة؟ فسر إجابتك.

$$\begin{bmatrix} 10000 \\ 5000 \\ 5000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15000 \\ 10000 \\ 2500 \end{bmatrix} = \underline{A} + \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} 10000 + 15000 \\ 5000 + 10000 \\ 5000 + 2500 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 25000 \\ 15000 \\ 7500 \end{bmatrix} =$$

أوجد الناتج في كل مما يأتي إن أمكن، و إذا تعذر ذلك فاكتب "لا يمكن" مع ذكر السبب.

(20)

$$\begin{bmatrix} 18 \cdot (-3) & (-6) \cdot (-3) & (-8) \cdot (-3) \\ (-5) \cdot (-3) & (-3) \cdot (-3) & 12 \cdot (-3) \\ 0 \cdot (-3) & 3x \cdot (-3) & (-y) \cdot (-3) \end{bmatrix} = -3 \begin{bmatrix} 18 & -6 & -8 \\ -5 & -3 & 12 \\ 0 & 3x & -y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -54 & 18 & 24 \\ 15 & 9 & -36 \\ 0 & -9x & 3y \end{bmatrix} =$$

(21)

$$= -4 \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -8 \\ 3x \\ -9 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 4 \\ x-6 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 28 \\ -16 \\ 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -24 \\ 9x \\ -27 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -20 \\ -5x+30 \\ -60 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 28 + (-24) + (-20) \\ -16 + 9x + (-5x + 30) \\ 12 + (-27) + (-60) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -16 \\ 4x + 14 \\ -75 \end{bmatrix} =$$

(22)

$$= -5 \left(\begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 8 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix} \right)$$

باستخدام خاصية التوزيع

$$-5 \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 8 & -9 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -5(4) & -5(-8) \\ -5(8) & -5(-9) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5(4) & 5(-2) \\ 5(-3) & 5(-6) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -20 & 40 \\ -40 & 45 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 20 & -10 \\ -15 & -30 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -40 & 50 \\ -25 & 75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 - 20 & 40 + 10 \\ -40 + 15 & 45 + 30 \end{bmatrix} =$$

(23)

$$= -6 \left(\begin{bmatrix} 6 & 3y \\ 4x+1 & -2 \\ -9 & xy \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & -6 \\ 8 & -7 \\ x+2 & 2x \end{bmatrix} \right)$$

$$-6 \left(\begin{bmatrix} 6 + (-5) & 3y + (-6) \\ 4x + 1 + 8 & -2 + (-7) \\ -9 + (x + 2) & xy + 2x \end{bmatrix} \right) =$$

$$-6 \left(\begin{bmatrix} 1 & 3y - 6 \\ 4x + 9 & -9 \\ x - 7 & xy + 2x \end{bmatrix} \right) =$$

$$\begin{bmatrix} 1(-6) & (3y-6)(-6) \\ (4x+9)(-6) & -9(-6) \\ (x-7)(-6) & (xy+2x)(-6) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -18y+36 \\ -24x-54 & 54 \\ -6x+42 & -6xy-12x \end{bmatrix} =$$

أجر العمليات على المصفوفات الآتية إن أمكن، و إذا تعذر ذلك فأكتب "لا يمكن"
مع ذكر السبب.

(24)

$$= -2 \begin{bmatrix} -9.2 & -8.4 \\ 5.6 & -4.3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 4.1 & -2.9 \\ 7.2 & -8.2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 18.4 & 16.8 \\ -11.2 & 8.6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 16.4 & -15.6 \\ 28.8 & -32.8 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 32.4 \\ -40 & 41.4 \end{bmatrix} =$$

(25)

$$-\frac{3}{4} \begin{bmatrix} 12 & -16 \\ 15 & 8 \end{bmatrix} + \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 21 & 18 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 12 \\ -\frac{45}{4} & -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 14 & 12 \\ \frac{8}{3} & -4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 24 \\ -\frac{103}{12} & -10 \end{bmatrix} =$$

(26) برهان: برهن على أن عملية جمع المصفوفات من النوع 2×2 تبديلية.

افرض أن $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$. لتوضيح أن خاصية الإبدال على جمع المصفوفات صحيحة للمصفوفة من النوع 2×2 ،

بين أن $\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$

البرهان:

بالتعويض $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \underline{A} + \underline{B}$

تعريف الجمع على المصفوفات $\begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix} =$

خاصية الإبدال على جمع الأعداد الحقيقية $\begin{bmatrix} e+a & f+b \\ g+c & h+d \end{bmatrix} =$

تعريف الجمع على المصفوفات $\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} =$

بالتعويض $\underline{B} + \underline{A} =$

(27) برهان: برهن على أن عملية جمع المصفوفات من النوع 2×2 تجميعية.

افرض أن $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$, $\underline{C} = \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix}$ ، لإثبات أن خاصية التجميع صحيحة على جميع المصفوفات من النوع 2×2

بين أن $(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C})$

$$\text{بالتعويض} \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix} = (\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C}$$

$$\text{تعريف الجمع على المصفوفات} \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix} =$$

$$\text{تعريف الجمع على المصفوفات} \begin{bmatrix} a+e+j & b+f+k \\ c+g+m & d+h+n \end{bmatrix} =$$

$$\text{خاصية التجميع على الجمع على الأعداد الحقيقية} \begin{bmatrix} a+(e+j) & b+(f+k) \\ c+(g+m) & d+(h+n) \end{bmatrix} =$$

$$\text{تعريف الجمع على المصفوفات} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e+j & f+k \\ g+m & h+n \end{bmatrix} =$$

$$\text{تعريف الجمع على المصفوفات} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix} \right) =$$

$$\text{بالتعويض} \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C}) =$$

(28) تحد: إذا كانت

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}, \quad 3\underline{A} - 4\underline{B} + 6\underline{C} = \begin{bmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

فأوجد عناصر المصفوفة $\underline{C}$.

نفرض أن $\underline{C} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{bmatrix}$

$$3 \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} + 6 \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9 & -12 \\ 24 & 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 20 & -4 \\ 8 & -16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6c_1 & 6c_2 \\ 6c_3 & 6c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9 - 20 + 6c_1 & -12 - (-4) + 6c_2 \\ 24 - 8 + 6c_3 & 18 - (-16) + 6c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -29 + 6c_1 & -8 + 6c_2 \\ 16 + 6c_3 & 34 + 6c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان فقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متساوية

$c_1 = 7$	←	$6c_1 = 42$	←	$-29 + 6c_1 = 13$
$c_2 = 5$	←	$6c_2 = 30$	←	$-8 + 6c_2 = 22$
$c_3 = -1$	←	$6c_3 = -6$	←	$16 + 6c_3 = 10$
$c_4 = -5$	←	$6c_4 = -30$	←	$34 + 6c_4 = 4$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

(29) تبرير:

(a) إذا كانت $\underline{A} + \underline{B}$ معرفة، فإن $\underline{A} - \underline{B}$ معرفة.
دائماً؛ إذا كانت $\underline{A} + \underline{B}$ معرفة، فإن $\underline{A}, \underline{B}$ لهما نفس الرتبة. و إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ لهما نفس الرتبة، فإن $\underline{A} - \underline{B}$ معرفة.

(b) إذا كان k عدداً حقيقياً، فإن $k\underline{A}, k\underline{B}$ معرفتان.
دائماً

(c) إذا كانت $\underline{A} - \underline{B}$ غير معرفة، فإن $\underline{B} - \underline{A}$ غير معرفة.
دائماً؛ يجب أن يكون للمصفوفتين الرتبة نفسها حتى يمكن إجراء عملية الجمع عليهما

(d) إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ لهما عدد العناصر نفسه، فإن $\underline{A} + \underline{B}$ معرفة.
أحياناً؛ يجب أن يكون للمصفوفتين الرتبة نفسها حتى يمكن إجراء عملية الجمع عليهما.

(e) إذا كانت $k\underline{A}, k\underline{B}$ معرفتين، فإن $k\underline{A} + k\underline{B}$ معرفة.
أحياناً؛ يجب أن يكون للمصفوفتين الرتبة نفسها حتى يمكن إجراء عملية الجمع عليهما.

(30) مسألة مفتوحة: أعط مثالا على مصفوفتين $\underline{A}, \underline{B}$ ، على أن تكون

$$4\underline{B} - 3\underline{A} = \begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \underline{A}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \underline{B}$$

(31) اكتب: اشرح كيف تجد $4D - 3C$ لأي مصفوفتين D, C لهما الرتبة نفسها.

أولاً: نضرب كل عنصر في $4D$

ثانياً: نضرب كل عنصر في $3C$

نطرح عناصر $3C$ من العناصر المناظرة في $4D$

النتيجة هي المصفوفة المكافئة لـ $4D - 3C$

تدريب على اختبار

(32) حل النظام:

الإختيار الصحيح: (C) $(-2, 0.25)$

(33) رتبة المصفوفة:

الإختيار الصحيح: (B) 5×3

مراجعة تراكمية

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -5 & x \\ 8 & 4y \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} 16 & 4 \\ x & -2 \\ 9 & y \end{bmatrix}$, $\underline{C} = \begin{bmatrix} 9 & -5 & 3 & 2 \\ 0 & -6 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

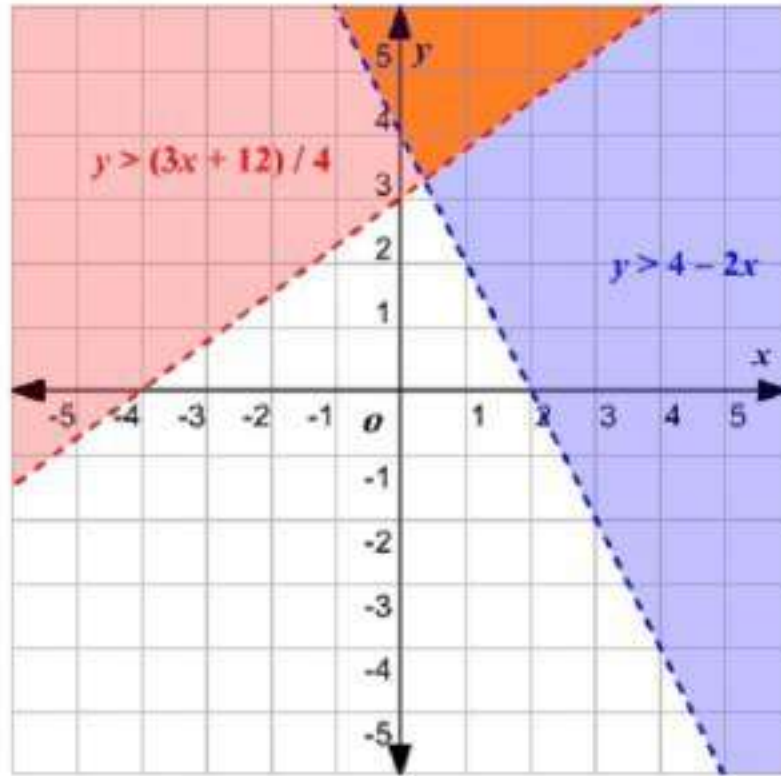
فحدد كل عنصر مما يأتي:

(34) a_{32} $4y$

(35) c_{13} 3

(36) b_{32} غير موجودة

(37) حل بيانياً النظام أدناه:



$$4x + 2y > 8$$

$$4y - 3x \leq 12$$

منطقة الحل هي الملونة باللون البرتقالي

(38) سكان:

$$474059 - x = 115393$$

$$474059 - 115393 = x$$

$$358666 = x$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$4(2x - 3y) + 2(5x - 6y) \quad (39)$$

$$8x - 12y + 10x - 12y =$$

$$18x - 24y =$$

$$-3(2a - 5b) - 4(4b + a) \quad (40)$$

$$-6a + 15b - 16b - 4a =$$

$$-10a - b =$$

$$-7(x - y) + 5(y - x) \quad (41)$$

$$-7x + 7y + 5y - 5x =$$

$$-12x + 12y =$$

2-3

ضرب المصفوفات

تلق

$\underline{A}_{3 \times 2}$, $\underline{B}_{3 \times 2}$ (1B)
غير معرفة

$\underline{A}_{4 \times 6}$, $\underline{B}_{6 \times 2}$ (1A)
 4×2

(2) إذا كانت $\underline{V} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$, فأوجد $\underline{UV}$.

$$\begin{bmatrix} 5(2)+9(6) & 5(-1)+9(-5) \\ (-3)(2)+(-2)(6) & (-3)(-1)+(-2)(-5) \end{bmatrix} = \underline{UV}$$

$$\begin{bmatrix} 64 & -50 \\ -18 & 13 \end{bmatrix} =$$

(3) مبيعات:

$$\begin{bmatrix} 153 & 217 & 197 & 249 \\ 12 & 6 & 7 & 8 \\ 82 & 146 & 102 & 158 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 273 & 527 & 422 & 433 \end{bmatrix}$$

شهر المحرم 237

شهر صفر 527

شهر ربيع اول 422

شهر ربيع ثان 433

(4) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، فهل $\underline{AB} = \underline{BA}$ ؟

$$\underline{AB} = \begin{bmatrix} -8 & 19 \\ -7 & 20 \end{bmatrix} , \quad \underline{BA} = \begin{bmatrix} 18 & -9 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\underline{AB} \neq \underline{BA}$$

(5) إذا كان $\underline{R} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ، $\underline{S} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ ، $\underline{T} = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ فحدد ما

إذا كان $(\underline{S} + \underline{T})\underline{R} = \underline{SR} + \underline{TR}$ أم لا.

$$(\underline{S} + \underline{T})\underline{R} = \begin{bmatrix} 15 & 38 \\ 1 & 45 \end{bmatrix}$$

$$\underline{SR} + \underline{TR} = \begin{bmatrix} 15 & 38 \\ 1 & 45 \end{bmatrix}$$

$$(\underline{S} + \underline{T})\underline{R} = \underline{SR} + \underline{TR}$$

نعم



حدد إذا كانت عملية الضرب معرفة في كل مما يأتي أم لا، و إن كانت معرفة فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة.

$$(1) \quad \underline{A}_{2 \times 4} \cdot \underline{B}_{4 \times 3} \quad \text{معرفة؛} \quad 2 \times 3$$

$$(2) \quad \underline{C}_{5 \times 4} \cdot \underline{D}_{5 \times 4} \quad \text{غير معرفة}$$

$$(3) \quad \underline{E}_{8 \times 6} \cdot \underline{F}_{6 \times 10} \quad \text{معرفة،} \quad 8 \times 10$$

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً.

$$(4) \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2(-6) + 1(-2) & 2(3) + 1(-4) \\ 7(-6) + (-5)(-2) & 7(3) + (-5)(-4) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -14 & 2 \\ -32 & 41 \end{bmatrix} =$$

$$(5) \quad \begin{bmatrix} 10 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10(1) + (-2)(5) & 10(4) + (-2)(-2) \\ (-7)(1) + 3(5) & (-7)(4) + 3(-2) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 44 \\ 8 & -34 \end{bmatrix} =$$

$$[9 \quad -2] \cdot \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[-30 \quad 50] =$$

$$\begin{bmatrix} -9 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot [-1 \quad -10 \quad 1] \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} (-9)(-1) & (-9)(-10) & (-9)(1) \\ (6)(-1) & (6)(-10) & (6)(1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 90 & -9 \\ -6 & -60 & 6 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 7 & 4 \\ -5 & -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

غير معرفة

$$\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} 2(6) + 8(-7) \\ 3(6) + (-1)(-7) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -44 \\ 25 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 8 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} (-4)2 + 3(8) + 2(5) & (-4)(1) + 3(4) + 2(3) & (-4)6 + 3(-1) + 2(-2) \\ (-1)2 + (-5)8 + 4(5) & (-1)(1) + (-5)(4) + 4(3) & (-1)6 + (-5)(-1) + 4(-2) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 26 & 14 & -31 \\ -22 & -9 & -9 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 8 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -7 & 1 \\ 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} 2(6) + 5(-7) + 3(2) + (-1)(-1) & 2(-3) + 5(1) + 3(0) + (-1)(0) \\ (-3)(6) + 1(-7) + 8(2) + (-3)(-1) & (-3)(-3) + 1(1) + 8(0) + (-3)(0) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -16 & -1 \\ -6 & 10 \end{bmatrix} =$$

(12) لياقة بدنية:

$$[110 \quad 156 \quad 439] \cdot \begin{bmatrix} 35 & 28 \\ 32 & 17 \\ 18 & 12 \end{bmatrix} = (a)$$

$$110(35 + 28) + 156(32 + 17) + 439(18 + 12) = \text{المبلغ الكلي (b)}$$

$$= 28185 \text{ ريالاً}$$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}, \underline{Y} = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}, \underline{Z} = \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix} \text{ إذا كانت}$$

فحدد إذا كانت المعادلات الآتية صحيحة للمصفوفات المعطاة:

$$\underline{XY} = \underline{YX} \quad (13)$$

لا؛

$$\begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} = \underline{XY}$$

$$\begin{bmatrix} (-10)(-5) + (-3)(-1) & (-10)6 + (-3)9 \\ 2(-5) + (-8)(-1) & 2(6) + (-8)9 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 53 & -87 \\ -2 & -60 \end{bmatrix} = \underline{XY}$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} = \underline{YX}$$

$$\begin{bmatrix} (-5)(-10) + 6(2) & (-5)(-3) + 6(-8) \\ (-1)(-10) + 9(2) & (-1)(-3) + 9(-8) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 62 & -33 \\ 28 & -69 \end{bmatrix} = \underline{YX}$$

واضح أن $\underline{XY} \neq \underline{YX}$

$$\underline{X}(\underline{Y}\underline{Z}) = (\underline{X}\underline{Y})\underline{Z} \quad (14)$$

نعم

$$\begin{bmatrix} 431 & 295 \\ 490 & 242 \end{bmatrix} = \underline{X}(\underline{Y}\underline{Z})$$

$$\begin{bmatrix} 431 & 295 \\ 490 & 242 \end{bmatrix} = (\underline{X}\underline{Y})\underline{Z}$$

تدرب وحل المسائل

حدد إذا كانت عملية الضرب معرفة في كل مما يأتي، و إن كانت معرفة فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة.

$$\underline{M}_{3 \times 1} \cdot \underline{N}_{2 \times 3} \quad (17)$$

$$\underline{A}_{5 \times 5} \cdot \underline{B}_{5 \times 5} \quad (16)$$

$$\underline{P}_{2 \times 3} \cdot \underline{Q}_{3 \times 4} \quad (15)$$

معرفة؛ 2×4 معرفة؛ 5×5 غير معرفة

$$\underline{S}_{5 \times 2} \cdot \underline{T}_{2 \times 4} \quad (20)$$

$$\underline{J}_{2 \times 1} \cdot \underline{K}_{2 \times 1} \quad (19)$$

$$\underline{X}_{2 \times 6} \cdot \underline{Y}_{6 \times 3} \quad (18)$$

معرفة؛ 2×3 غير معرفة 5×4 معرفة

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$[1(-10) + 6(6)] =$$

$$[26] =$$

(22)

$$\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6(2) & 6(-7) \\ (-3)(2) & (-3)(-7) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -42 \\ -6 & 21 \end{bmatrix} =$$

(23)

$$\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 9 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (-3)4 + (-7)9 & (-3)4 + (-7)(-3) \\ (-2)4 + (-1)9 & (-2)4 + (-1)(-3) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -75 & 9 \\ -17 & -5 \end{bmatrix} =$$

(24)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (-1)6 + 0(7) & (-1)(-3) + 0(-2) \\ 5(6) + 2(7) & 5(-3) + 2(-2) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 44 & -19 \end{bmatrix} =$$

(25)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 6 \\ -4 & -10 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & -9 \end{bmatrix}$$

غير معرفة

(26)

$$\begin{bmatrix} -6 & 4 & -9 \\ 2 & 8 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6(7) + 4(2) + (-9)4 \\ 2(7) + 8(2) + 7(4) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -70 \\ 58 \end{bmatrix} =$$

(27)

$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & -3 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2(4) + 9(-6) + (-3)(-2) & 2(2) + 9(7) + (-3)(1) \\ 4(4) + (-1)(-6) + 0(-2) & 4(2) + (-1)7 + 0(1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -40 & 64 \\ 22 & 1 \end{bmatrix} =$$

(28)

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (-4)(-3) & (-4)(-1) \\ 8(-3) & 8(-1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 4 \\ -24 & -8 \end{bmatrix} =$$

(29) أجنحة فندقية:

(a) أكتب مصفوفة تمثل تقسيمات الأبنية، ثم أكتب مصفوفة أسعار الغرف.

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} 220 \\ 250 \\ 360 \end{bmatrix}$$

(b) اكتب مصفوفة تمثل الدخل اليومي للمؤسسة، على فرض أن جميع الغرف تم تأجيرها.

$$\begin{bmatrix} 3(220) + 2(250) + 2(360) \\ 2(220) + 3(250) + 1(360) \\ 4(220) + 3(250) + 0(360) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{matrix} \text{ريالاً} \\ \text{ريالاً} \\ \text{ريالاً} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1880 \\ 1550 \\ 1630 \end{bmatrix} =$$

(c) استعمل ضرب المصفوفات؛ لإيجاد مقدار الدخل اليومي الكلي، على فرض أن جميع الغرف تم تأجيرها.

$$5060 = 1880 + 1550 + 1630 \text{ ريالاً}$$

إذا كان $\underline{P} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، $\underline{Q} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$ ، $\underline{R} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ ، $k = 2$

فحدد ما إذا كانت المعادلات الآتية صحيحة للمصفوفات المعطاة:

$$k(\underline{PQ}) = \underline{P}(k\underline{Q}) \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} 52 & 42 \\ 4 & -12 \end{bmatrix} = k(\underline{PQ})$$

$$\begin{bmatrix} 52 & 42 \\ 4 & -12 \end{bmatrix} = \underline{P}(k\underline{Q})$$

صحيحة؛

$$\underline{PQR} = \underline{RQP} \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} 26 & 21 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(6) + (-1)(-2) & 4(4) + (-1)(-5) \\ 1(6) + 2(-2) & 1(4) + 2(-5) \end{bmatrix} = \underline{PQ}$$

$$\begin{bmatrix} -22 & 240 \\ 44 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26(4) + 21(-6) & 26(6) + 21(4) \\ 2(4) + (-6)(-6) & 2(6) + (-6)4 \end{bmatrix} = \underline{PQR}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -14 \\ -44 & -44 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(6) + 6(-2) & 4(4) + 6(-5) \\ (-6)6 + 4(-2) & (-6)4 + 4(-5) \end{bmatrix} = \underline{RQ}$$

$$\begin{bmatrix} 34 & -40 \\ -220 & -44 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12(4) + (-14)(1) & 12(-1) + (-14)2 \\ (-44)4 + (-44)(1) & (-44)(-1) + (-44)2 \end{bmatrix} = \underline{RPQ}$$

غير صحيحة

$$\underline{P}\underline{R} + \underline{Q}\underline{R} = (\underline{P} + \underline{Q})\underline{R} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} 22 & 72 \\ 14 & -18 \end{bmatrix} = \underline{P}\underline{R} + \underline{Q}\underline{R}$$

$$\begin{bmatrix} 22 & 72 \\ 14 & -18 \end{bmatrix} = (\underline{P} + \underline{Q})\underline{R}$$

صحيحة

$$\underline{R}(\underline{P} + \underline{Q}) = \underline{P}\underline{R} + \underline{Q}\underline{R} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+6 & -1+4 \\ 1+(-2) & 2+(-5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} = \underline{P} + \underline{Q}$$

$$\begin{bmatrix} 4(10)+6(-1) & 4(3)+6(-3) \\ (-6)10+4(-1) & (-6)3+4(-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} = \underline{R}(\underline{P} + \underline{Q})$$

$$\begin{bmatrix} 34 & -6 \\ -64 & -20 \end{bmatrix} = \underline{R}(\underline{P} + \underline{Q})$$

$$\begin{bmatrix} 4(4)+(-1)(-6) & 4(6)+(-1)4 \\ 1(4)+2(-6) & 1(6)+2(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} = \underline{P}\underline{R}$$

$$\begin{bmatrix} 22 & 20 \\ -8 & 14 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 6(4)+4(-6) & 6(6)+4(4) \\ (-2)4+(-5)(-6) & (-2)6+(-5)4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} = \underline{Q}\underline{R}$$

$$\begin{bmatrix} 22+0 & 20+52 \\ -8+22 & 14+(-32) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 20 \\ -8 & 14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 52 \\ 22 & -32 \end{bmatrix} = \underline{PR} + \underline{QR}$$

$$\begin{bmatrix} 22 & 72 \\ 14 & -18 \end{bmatrix} = \underline{PR} + \underline{QR}$$

غير صحيحة

(34) تنسيق زهور:

(a) استخدم ضرب المصفوفات؛ لإستخدم ضرب المصفوفات؛ لإيجاد المبلغ الكلي لشراء الزهور.

$$525 = [525] = [200(0.5) + 150(1.5) + 100(2)] = \begin{bmatrix} 200 \\ 150 \\ 100 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(b) استعمل ضرب المصفوفات لإيجاد المبلغ الكلي الذي حصل عليه صاحب المحل من بيع الزهور.

$$2200 = [2200] = [200(3) + 150(6) + 100(7)] = \begin{bmatrix} 200 \\ 150 \\ 100 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

(c) استعمل العمليات على المصفوفات لإيجاد ربح المحل من بيع الزهور.

$$1675 = [525] - [2200] = \begin{bmatrix} 200 \\ 150 \\ 100 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.5 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 200 \\ 150 \\ 100 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

ربح المحل = 1675 ريالاً

استعمل المصفوفات $\underline{X} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3y & -4.5 \end{bmatrix}$, $\underline{Y} = \begin{bmatrix} -5 & -1.5 \\ x+2 & y \\ 13 & 1.2 \end{bmatrix}$, $\underline{Z} = \begin{bmatrix} -3 \\ x+y \end{bmatrix}$ لإيجاد ناتج الضرب في كل مما يأتي إذا كان ممكناً.

$\underline{XY}$ (35) غير معرفة

$\underline{YX}$ (36)

$$\begin{bmatrix} -5 & -1.5 \\ x+2 & y \\ 13 & 1.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3y & -4.5 \end{bmatrix} = \underline{YX}$$

$$\begin{bmatrix} (-5)2 + (-1.5)(3y) & (-5)(-6) + (-1.5)(-4.5) \\ (x+2)2 + 3(3y) & (x+2)(-6) + y(-4.5) \\ 13(2) + 1.2(3y) & 13(-6) + 1.2(-4.5) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -10 - 4.5y & 36.75 \\ 2x + 4 + 9y^2 & -6x - 4.5y - 12 \\ 3.6y + 26 & -83.4 \end{bmatrix} =$$

$\underline{ZY}$ (37) غير معرفة

$\underline{YZ}$ (38)

$$\begin{bmatrix} (-5)(-3) + (-1.5)(x+y) \\ (x+2)(-3) + y(x+y) \\ 13(-3) + 1.2(x+y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -1.5 \\ x+2 & y \\ 13 & 1.2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ x+y \end{bmatrix} = \underline{YZ}$$

$$\begin{bmatrix} -1.5x - 1.5y + 15 \\ y^2 + xy - 3x - 6 \\ 1.2x + 1.2y - 39 \end{bmatrix} =$$

غير معرفة $(\underline{XZ})\underline{X}$ (40)

غير معرفة $\underline{X}(\underline{ZZ})$ (41)

$(\underline{XX})\underline{Z}$ (42)

$$\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3y & -4.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3y & -4.5 \end{bmatrix} = \underline{XX}$$

$$\begin{bmatrix} 2(2) + (-6)3y & 2(-6) + (-6)(-4.5) \\ (3y)2 + (-4.5)(3y) & (3y)(-6) + (-4.5)(-4.5) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -18y + 4 & 15 \\ -7.5y & -18y + 20.25 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -18y + 4 & 15 \\ -7.5y & -18y + 20.25 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ x+y \end{bmatrix} = (\underline{XX})\underline{Z}$$

$$\begin{bmatrix} (-18y + 4)(-3) + 15(x+y) \\ (-7.5y)(-3) + (-18y + 20.25)(x+y) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 45y - 12 + 15x + 15y \\ 22.5y + 18xy - 18y^2 + 20.25x + 20.25y \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 15x + 69y - 12 \\ -18y^2 - 18xy + 20.25x + 42.75y \end{bmatrix} =$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(43) تبرير: إذا كانت رتبة المصفوفة $\underline{AB}$ هي 5×8 ، و رتبة المصفوفة $\underline{A}$ هي 5×6 ، فما رتبة المصفوفة $\underline{B}$ ؟ 6×8

(44) برهان: بين أن الخصائص الآتية صحيحة للمصفوفات من النوع 2×2 (a) خاصية التوزيع للضرب في عدد.

$$\text{بالتعويض} \quad c \left(\begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} \right) = c(\underline{A} + \underline{B})$$

$$\text{تعريف جمع المصفوفات} \quad c \begin{bmatrix} a+w & b+x \\ d+y & e+z \end{bmatrix} =$$

$$\text{تعريف ضرب المصفوفات في ثابت} \quad \begin{bmatrix} ca+cw & cb+cx \\ cd+cy & ce+cz \end{bmatrix} =$$

$$\text{تعريف جمع المصفوفات} \quad \begin{bmatrix} ca & cb \\ cd & ce \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cw & cx \\ cy & cz \end{bmatrix} =$$

$$\text{بالتعويض} \quad cA + cB =$$

(b) خاصية التوزيع للضرب على الجمع

بالتعويض $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j & k \\ m & n \end{bmatrix} \right) = \underline{C}(\underline{A} + \underline{B})$

تعريف جمع المصفوفات $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e+j & f+k \\ g+m & h+n \end{bmatrix} =$

تعريف ضرب المصفوفات $\begin{bmatrix} a(e+j)+b(g+m) & a(f+k)+b(h+n) \\ c(e+j)+d(g+m) & c(f+k)+d(h+n) \end{bmatrix} =$

خاصية التوزيع $\begin{bmatrix} ea+ja+gb+mb & fa+ka+hb+nb \\ ec+jc+gd+md & fc+kc+hd+nd \end{bmatrix} =$

خاصية الإبدال على الجمع $\begin{bmatrix} ea+gb+ja+mb & fa+hb+ka+nb \\ ec+gd+jc+md & fc+hd+kc+nd \end{bmatrix} =$

خاصية جمع المصفوفات $\begin{bmatrix} ea+gb & fa+hb \\ ec+gd & fc+hd \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ja+mb & ka+nb \\ jc+md & kc+nd \end{bmatrix} =$

تعريف جمع المصفوفات $\underline{CA} + \underline{CB} =$

و بالمثل $\underline{AC} + \underline{BC} = (\underline{A} + \underline{B})\underline{C}$

(c) خاصية التجميع للضرب

بالتعويض $\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} = (\underline{AB})\underline{C}$

تعريف ضرب المصفوفات $\begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} =$

تعريف ضرب المصفوفات

$\begin{bmatrix} (a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21})c_{11}+(a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22})c_{21} & (a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21})c_{12}+(a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22})c_{22} \\ (a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21})c_{11}+(a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22})c_{21} & (a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21})c_{12}+(a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22})c_{22} \end{bmatrix} =$

خاصية التوزيع

$$\begin{bmatrix} a_{11}b_{11}c_{11} + a_{12}b_{21}c_{11} + a_{11}b_{12}c_{21} + a_{12}b_{22}c_{21} & a_{11}b_{11}c_{12} + a_{12}b_{21}c_{12} + a_{11}b_{12}c_{22} + a_{12}b_{22}c_{22} \\ a_{21}b_{11}c_{11} + a_{22}b_{21}c_{11} + a_{21}b_{12}c_{21} + a_{22}b_{22}c_{21} & a_{21}b_{11}c_{12} + a_{22}b_{21}c_{12} + a_{21}b_{12}c_{22} + a_{22}b_{22}c_{22} \end{bmatrix} =$$

خاصية الإبدال على الجمع

$$\begin{bmatrix} a_{11}b_{11}c_{11} + a_{11}b_{12}c_{21} + a_{12}b_{21}c_{11} + a_{12}b_{22}c_{21} & a_{11}b_{11}c_{12} + a_{11}b_{12}c_{22} + a_{12}b_{21}c_{12} + a_{12}b_{22}c_{22} \\ a_{21}b_{11}c_{11} + a_{21}b_{12}c_{21} + a_{22}b_{21}c_{11} + a_{22}b_{22}c_{21} & a_{21}b_{11}c_{12} + a_{21}b_{12}c_{22} + a_{22}b_{21}c_{12} + a_{22}b_{22}c_{22} \end{bmatrix} =$$

تعريف جمع المصفوفات

$$\begin{bmatrix} a_{11}(b_{11}c_{11} + b_{12}c_{21}) + a_{12}(b_{21}c_{11} + b_{22}c_{21}) & a_{11}(b_{11}c_{12} + b_{12}c_{22}) + a_{12}(b_{21}c_{12} + b_{22}c_{22}) \\ a_{21}(b_{11}c_{11} + b_{12}c_{21}) + a_{22}(b_{21}c_{11} + b_{22}c_{21}) & a_{21}(b_{11}c_{12} + b_{12}c_{22}) + a_{22}(b_{21}c_{12} + b_{22}c_{22}) \end{bmatrix} =$$

$$\text{تعريف ضرب} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} b_{11}c_{11} + b_{12}c_{21} & b_{11}c_{12} + b_{12}c_{22} \\ b_{21}c_{11} + b_{22}c_{21} & b_{21}c_{12} + b_{22}c_{22} \end{bmatrix} \right) =$$

المصفوفات

$$\text{تعريف ضرب المصفوفات} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \right) =$$

$$\text{بالتعويض} \quad \underline{A}(\underline{BC}) =$$

(d) خاصية التجميع للضرب في عدد

بالتعويض

$$c \left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \right) = c(\underline{AB})$$

تعريف ضرب المصفوفات

$$c \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix} =$$

$$\text{تعريف الضرب في عدد} \begin{bmatrix} c(a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21}) & c(a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22}) \\ c(a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21}) & c(a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22}) \end{bmatrix} =$$

ثابت

خاصية التوزيع

$$\begin{bmatrix} ca_{11}b_{11} + ca_{12}b_{21} & ca_{11}b_{12} + ca_{12}b_{22} \\ ca_{21}b_{11} + ca_{22}b_{21} & ca_{21}b_{12} + ca_{22}b_{22} \end{bmatrix} =$$

تعريف ضرب المصفوفات

$$\begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} \\ ca_{21} & ca_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

تعريف الضرب في عدد ثابت

$$c \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

بالتعويض

$$(cA)B =$$

و بالمثل $c(AB) = A(cB)$

(45) مسألة مفتوحة: اكتب مصفوفتين A, B على أن تكون $AB = BA$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = A$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = B$$

(46) تحد: جد قيم a, b, c, d التي تجعل العبارة

$$\text{صحيحة} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 11 \\ 20 & 29 \end{bmatrix}$$

$$4a + 2b = 10$$

$$3a + 5b = 11$$

5 و المعادلة الثانية في 2 و بالطرح

بضرب المعادلة الاولى في

$$20a + 10b = 50$$

$$- 6a - 10b = -22$$

$$14a = 28$$

$$a = 2$$

$$4(2) + 2b = 10$$

$$2b = 2$$

$$b = 1$$

بقسمة الطرفين على 14

بالتعويض عن قيمة a في المعادلة الاولى

$$\begin{aligned} 4c + 2d &= 20 \\ 3c + 5d &= 29 \end{aligned}$$

بضرب المعادلة الاولى في 5 و المعادلة الثانية في 2 و بالطرح

$$\begin{aligned} 20c + 10d &= 100 \\ - 6c - 10d &= -58 \\ \hline 14c &= 42 \end{aligned}$$

بقسمة الطرفين على 14

c في المعادلة الاولى

$$\begin{aligned} c &= 3 \quad \text{بالتعويض عن قيمة} \\ 4(3) + 2d &= 20 \\ 2d &= 8 \\ d &= 4 \end{aligned}$$

(47)

اكتب: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، واستعمل البيانات المعطاة لشرح كيفية استعمال المصفوفات في إحصاءات المبيعات للمكتبة.

تدريب على اختبار

(48) الاختيار الصحيح (A) 6012 ريالاً

(49) الاختيار الصحيح (C) 4×1

مراجعة تراكمية

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$(50) \quad 4 \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \cdot 8 & 4 \cdot (-1) \\ 4 \cdot (-3) & 4 \cdot (-4) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \cdot (-2) & 5 \cdot 4 \\ 5 \cdot 6 & 5 \cdot 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 32 & -4 \\ -12 & -16 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10 & 20 \\ 30 & 15 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 32 - (-10) & (-4) - 20 \\ (-12) - 30 & (-16) - 15 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 42 & -24 \\ -42 & -31 \end{bmatrix} =$$

$$5 \left(2 \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \right) \quad (51)$$

$$5 \left(\begin{bmatrix} -4 & -10 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -18 & -12 \end{bmatrix} \right) =$$

$$\begin{bmatrix} -5 & -20 \\ -100 & -30 \end{bmatrix} = 5 \left(\begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -20 & -6 \end{bmatrix} \right) =$$

$$-4 \left(\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -6 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \right) \quad (52)$$

$$-4 \left(\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -12 & -2 \\ 12 & 6 \end{bmatrix} \right) =$$

$$-4 \begin{bmatrix} 20 & 11 \\ -17 & -1 \end{bmatrix} = -4 \begin{bmatrix} 8 - (-12) & 9 - (-2) \\ -5 - 12 & 5 - 6 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} (-4) \cdot 20 & (-4) \cdot 11 \\ (-4) \cdot (-17) & (-4) \cdot (-1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -80 & -44 \\ 68 & 4 \end{bmatrix} =$$

الفصل 2

اختبار منتصف الفصل

الدروس 2-1 إلى 2-3

حدد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي:

$$1 \times 5$$

$$(1) \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

(2)

$$3 \times 4$$

$$\begin{bmatrix} 10 & -6 & 18 & 0 \\ -7 & 5 & 2 & 4 \\ 3 & 11 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

إذا كانت $B = \begin{bmatrix} 1 & -9 & 2 \\ 0 & 10 & 4 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -5 & 1 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$ فحدد:

(3) $a_{21} = -5$ (4) $b_{22} = 10$

(5) مبيعات:

(a) اكتب مصفوفة مبيعات كل اسبوع

الأسبوع الأول: $\begin{bmatrix} 25 & 14 & 18 & 5 \\ 44 & 10 & 13 & 8 \end{bmatrix}$

الاسبوع الثاني: $\begin{bmatrix} 32 & 26 & 15 & 4 \\ 18 & 38 & 17 & 2 \end{bmatrix}$

(b) جد مجموع مبيعات الأسبوعين بإستعمال جمع المصفوفات

$$\begin{bmatrix} 57 & 40 & 33 & 9 \\ 62 & 48 & 30 & 10 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 25 & 14 & 18 & 5 \\ 44 & 10 & 13 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 32 & 26 & 15 & 4 \\ 18 & 38 & 17 & 2 \end{bmatrix} \right)$$

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} 0 & 15 \\ -6 & -10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 15 \\ -3 & -15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0-8 & 15-0 \\ -6-(-3) & -10-5 \end{bmatrix} =$$

$$-3 \begin{bmatrix} 3 & 5 & 12 \\ 0 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & -5 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} -9 & -15 & -36 \\ 0 & 3 & -9 \\ -27 & -18 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \cdot 3 & -3 \cdot 5 & -3 \cdot 12 \\ -3 \cdot 0 & -3 \cdot -1 & -3 \cdot 3 \\ -3 \cdot 9 & -3 \cdot 6 & -3 \cdot -5 \end{bmatrix} =$$

$$2 \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -3x \\ 2 \\ x \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} x-2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -2-12x-3x-(-6) \\ 10+8-9 \\ -12+4x-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot -1 \\ 2 \cdot 5 \\ 2 \cdot -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \cdot -3x \\ 4 \cdot 2 \\ 4 \cdot x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \cdot (x-2) \\ 3 \cdot 3 \\ 3 \cdot 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 4-15x \\ 9 \\ 4x-15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2-12x-3x-(-6) \\ 10+8-9 \\ -12+4x-3 \end{bmatrix} =$$

(9) اختيار من متعدد: أوجد ناتج:

$$\begin{bmatrix} 42 & 6 \\ -4 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{الإختيار الصحيح (A)}$$

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & -6 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} -6 & 17 & -26 \\ 3 & 29 & -32 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

ليس ممكناً

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & -7 \\ 6 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -39 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4(-2) + (-2)5 + (-7)3 \\ 6(-2) + 3(5) + 5(3) \end{bmatrix} =$$

(13) اختيار من متعدد:

الإختيار الصحيح (D) 4×2

(14) مبيعات:

(a) اكتب مصفوفة $\underline{A}$ تمثل عدد القمصان و البناتيل في المحل قبل مضاعفة العدد.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 15 \\ 25 & 35 & 45 \end{bmatrix}$$

(b) ما العدد الذي يمكن أن نضرب فيه المصفوفة $\underline{A}$ لإيجاد المصفوفة $\underline{M}$ التي تمثل عدد القمصان و البناتيل بعد مضاعفته؟ جد $\underline{M}$.

$$\underline{M} = 2\underline{A} = \begin{bmatrix} 20 & 20 & 30 \\ 50 & 70 & 90 \end{bmatrix}$$

(c) ماذا تمثل المصفوفة $\underline{M} - \underline{A}$ في هذه الحالة؟

$$\underline{M} - \underline{A} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 15 \\ 25 & 35 & 45 \end{bmatrix}$$

عدد القمصان الإضافية التي هو بحاجة إلى تخزينها.

(15) اختيار من متعدد

الاختيار الصحيح (A) $[-12 \quad 8]$

2-4

المحددات وقاعدة كرامر

تلق

$$\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} = -48 + 70 = 22 \quad (1a)$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} = -28 - 45 = -73 \quad (1b)$$

جد قيمة كل محددة فيما يأتي:

(2a)

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(-5)(-1)(2) = 10$$

$$(9)(5)(-4) = -180$$

$$(4)(-2)(6) = -48$$

$$(-4)(-1)(4) = 16$$

$$(6)(5)(-5) = -150$$

$$(2)(-2)(9) = -36$$

$$10 + (-180) + (-48) = -218$$

$$16 + (-150) + (-36) = -170$$

قيمة المحددة

$$-218 - (-170) = -48$$

(2b)

$$\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -8 & -4 \\ 0 & -5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(-8)(-5)(1) = 40$$

$$(-4)(-8)(3) = 96$$

$$(4)(0)(4) = 0$$

$$40 + 96 + 0 = 136$$

$$\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -8 & -4 \\ 0 & -5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(3)(-5)(4) = -60$$

$$(4)(-8)(-8) = 256$$

$$(1)(0)(-4) = 0$$

$$-60 + 256 + 0 = 196$$

$$136 - 196 = -60$$

قيمة المحددة

(3)

$$\begin{vmatrix} 11 & 9 & 1 \\ 6 & 4 & 1 \\ 3 & 15 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 11 & 9 \\ 6 & 4 \\ 3 & 15 \end{vmatrix}$$

$$44 + 27 + 90 = 161$$

$$\begin{vmatrix} 11 & 9 & 1 \\ 6 & 4 & 1 \\ 3 & 15 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 11 & 9 \\ 6 & 4 \\ 3 & 15 \end{vmatrix}$$

$$12 + 165 + 54 = 231$$

قيمة المحددة =

$$161 - 231 = -70$$

المساحة =

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 11 & 9 & 1 \\ 6 & 4 & 1 \\ 3 & 15 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \times -70 = -35$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \leftarrow \frac{1}{2} km \text{ كل وحدة على الخريطة} =$$

$$A = \frac{-35}{4} = 8.75 km^2$$

حقق كل نظام فيما يأتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$\begin{aligned} 7x + 3y &= 37 \\ -5x - 7y &= -41 \end{aligned} \quad (4a)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -5 & -7 \end{vmatrix} = 7(-7) - 3(-5) = -49 - (-15) = -34$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 37 & 3 \\ -41 & -7 \end{vmatrix}}{-34} = \frac{37(-7) - 3(-41)}{-34} = \frac{-136}{-34} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 37 \\ -5 & -41 \end{vmatrix}}{-34} = \frac{7(-41) - 37(-5)}{-34} = \frac{-102}{-34} = 3$$

$$(x, y) = (4, 3)$$

$$\begin{aligned} 8x - 5y &= 70 \\ 9x + 7y &= 3 \end{aligned} \quad (4b)$$

$$|C| = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = 8(7) - (-5)9 = 56 + 45 = 101$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 70 & -5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}}{101} = \frac{70(7) - 3(-5)}{101} = \frac{505}{101} = 5$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 70 \\ 9 & 3 \end{vmatrix}}{101} = \frac{8(3) - 70(9)}{101} = \frac{-606}{101} = -6$$

$$(x, y) = (5, -6)$$

حل كل نظام معادلات مما يأتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$\begin{aligned} 3x + 5y + 2z &= -7 \\ -4x + 3y - 5z &= -19 \\ 5x + 4y - 7z &= -15 \end{aligned} \quad (5a)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -4 & 3 & -5 \\ 5 & 4 & -7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cancel{3} & \cancel{5} & \cancel{2} & \cancel{3} & \cancel{5} \\ -4 & 3 & -5 & -4 & 3 \\ \cancel{5} & \cancel{4} & \cancel{-7} & \cancel{5} & \cancel{4} \end{vmatrix} = 330$$

$$\begin{aligned} &= \{3 \times 3 \times -7 + 5 \times -5 \times 5 + 2 \times -4 \times 4\} - \{2 \times 3 \times 5 + 3 \times -5 \times 4 + 5 \times -4 \times -7\} \\ &= -220 - 110 = -330 \end{aligned}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -7 & 5 & 2 \\ -19 & 3 & -5 \\ -15 & 4 & -7 \end{vmatrix}}{-330} = \frac{370 - 715}{-330} = \frac{-237}{-330} = \frac{23}{22}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -7 & 2 \\ -4 & -19 & -5 \\ 5 & -15 & -7 \end{vmatrix}}{-330} = \frac{694 + 161}{-330} = \frac{855}{-330} = -\frac{57}{22}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 5 & -7 \\ -4 & 3 & -19 \\ 5 & 4 & -15 \end{vmatrix}}{-330} = \frac{-498 - (-33)}{-330} = \frac{-465}{-330} = \frac{31}{22}$$

$$(x, y, z) = \left(\frac{23}{22}, -\frac{57}{22}, \frac{31}{22} \right)$$

$$\begin{aligned} 6x + 5y + 2z &= -1 \\ -x + 3y + 7z &= 12 \\ 5x - 7y - 3z &= -52 \end{aligned} \quad (5b)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 6 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & 7 \\ 5 & -7 & -3 \end{vmatrix} = 135 - (-249) = 384$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 12 & 3 & 7 \\ -52 & -7 & -3 \end{vmatrix}}{384} = \frac{-1979 - (-443)}{384} = \frac{-1536}{384} = -4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -1 & 2 \\ -1 & 12 & 7 \\ 5 & -52 & -3 \end{vmatrix}}{384} = \frac{-147 - (-2067)}{384} = \frac{1920}{384} = 5$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 5 & -1 \\ -1 & 3 & 12 \\ 5 & -7 & -52 \end{vmatrix}}{384} = \frac{-643 - (-259)}{384} = \frac{-384}{384} = -1$$

$$(x, y, z) = (-4, 5, -1)$$



أوجد قيمة كل محددة مما يأتي:

$$\begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = (8)(7) - (5)(6) = 56 - 30 = 26$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -6 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -6 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} = (-6)(10) - (-6)(8) = -60 + 48 = -12$$

$$\begin{vmatrix} -4 & 12 \\ 9 & 5 \end{vmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{vmatrix} -4 & 12 \\ 9 & 5 \end{vmatrix} = (-4)(5) - (9)(12) = -20 - 108 = -128$$

$$\begin{vmatrix} 16 & -10 \\ -8 & 5 \end{vmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{vmatrix} 16 & -10 \\ -8 & 5 \end{vmatrix} = (16)(5) - (-10)(-8) = 80 - 80 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(3)(2)(4) = 24$$

$$(-2)(-5)(-3) = -30$$

$$(2)(-4)(1) = -8$$

$$24 + (-30) + (-8) = -14$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(-3)(2)(2) = -12$$

$$(1)(-5)(3) = -15$$

$$(4)(-4)(-2) = 32$$

$$(-12) + (-15) + (32) = 5$$

$$-14 - 5 = -19$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -4 & 6 & -2 \\ 4 & -1 & -6 \end{vmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -4 & 6 & -2 \\ 4 & -1 & -6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(2)(6)(-6) = -72$$

$$(-3)(-2)(4) = 24$$

$$(5)(-4)(-1) = 20$$

$$(-72) + (24) + (20) = -28$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -4 & 6 & -2 \\ 4 & -1 & -6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(4)(6)(5) = 120$$

$$(-1)(-2)(2) = 4$$

$$(-6)(-4)(-3) = -72$$

$$120 + 4 + (-72) = 52$$

$$-28 - 52 = -80$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 4 & 0 \\ -2 & -6 & -1 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 4 & 0 & | & 8 & 4 \\ -2 & -6 & -1 & | & -2 & -6 \\ 5 & -3 & 6 & | & 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$(8)(-6)(6) = -288$$

$$(4)(-1)(5) = -20$$

$$(0)(-2)(-3) = 0$$

$$(-288) + (-20) + (0) = -308$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 4 & 0 & | & 8 & 4 \\ -2 & -6 & -1 & | & -2 & -6 \\ 5 & -3 & 6 & | & 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$(5)(-6)(0) = 0$$

$$(-3)(-1)(8) = 24$$

$$(6)(-2)(4) = -48$$

$$0 + 24 + (-48) = -24$$

$$-308 - (-24) = -284$$

$$\begin{vmatrix} -5 & -3 & 4 \\ -2 & -4 & -3 \\ 8 & -2 & 4 \end{vmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{vmatrix} -5 & -3 & 4 & | & -5 & -3 \\ -2 & -4 & -3 & | & -2 & -4 \\ 8 & -2 & 4 & | & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

$$(-5)(-4)(4) = 80$$

$$(-3)(-3)(8) = 72$$

$$(4)(-2)(-2) = 16$$

$$80 + 72 + 16 = 168$$

$$\begin{vmatrix} -5 & -3 & 4 & | & -5 & -3 \\ -2 & -4 & -3 & | & -2 & -4 \\ 8 & -2 & 4 & | & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

$$(8)(-4)(4) = -128$$

$$(-2)(-3)(-5) = -30$$

$$(4)(-2)(-3) = 24$$

$$-128 + (-30) + 24 = -134$$

$$168 - (-134) = 302$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$(8)(4)(5) = 160$$

$$(3)(2)(1) = 6$$

$$(4)(2)(6) = 48$$

$$160 + 6 + 48 = 214$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$(1)(4)(4) = 16$$

$$(6)(2)(8) = 96$$

$$(5)(2)(3) = 30$$

$$16 + 96 + 30 = 142$$

$$214 - 142 = 72$$

$$\begin{vmatrix} -4 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -2 \\ -1 & -8 & -3 \end{vmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{vmatrix} -4 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -2 \\ -1 & -8 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & -8 \end{vmatrix}$$

$$(-4)(5)(-3) = 60$$

$$(3)(-2)(-1) = 6$$

$$(0)(1)(-8) = 0$$

$$60 + 6 + 0 = 66$$

$$\begin{vmatrix} -4 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -2 \\ -1 & -8 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & -8 \end{vmatrix}$$

$$(-1)(5)(0) = 0$$

$$(-8)(-2)(-4) = -64$$

$$(-3)(1)(3) = -9$$

$$0 + (-64) + (-9) = -73$$

$$66 - (-73) = 139$$

(11) جغرافيا:

(a) احسب مساحة منطقة مثلث برمودا على الخريطة.

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

رؤوس المثلث هي $(4, 4)$, $(9, 1)$, $(9.5, 7)$

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 9 & 1 & 1 \\ 9.5 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 4 & 1 & 4 & 4 \\ 9 & 1 & 1 & 9 & 1 \\ 9.5 & 7 & 0 & 9.5 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} (4)(1)(1) &= 4 \\ (4)(1)(9.5) &= 38 \\ (1)(9)(7) &= 63 \end{aligned}$$

$$4 + 38 + 63 = 105$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 4 & 1 & 4 & 4 \\ 9 & 1 & 1 & 9 & 1 \\ 9.5 & 7 & 0 & 9.5 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} (9.5)(1)(1) &= 9.5 \\ (7)(1)(4) &= 28 \\ (1)(9)(4) &= 36 \end{aligned}$$

$$9.5 + 28 + 36 = 73.5$$

$$A = \frac{1}{2}(31.5) = 15.75$$

$$\leftarrow 105 - 73.5 = 31.5$$

المساحة = 15.75 وحدة مربعة

(b) إذا كان طول كل وحدة على الخريطة تمثل 175 ميلاً في الواقع، فأوجد مساحة منطقة مثلث برمودا الحقيقية.

$$1 \text{ وحدة مربعة} = 175^2 \text{ ميلاً مربعاً} = 30625$$

$$15.75 \times 30625 = 482243.75$$

مساحة مثلث برمودا الحقيقية = 482243.75 ميلاً مربعاً.
استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام معادلات مما يأتي:

(12)

$$4x - 5y = 39$$

$$3x + 8y = -6$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 32 - (-15) = 47$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 39 & -5 \\ -6 & 8 \end{vmatrix}}{47} = \frac{(39)(8) - (-6)(-5)}{47} = \frac{312 - 30}{47} = \frac{282}{47} = 6$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 39 \\ 3 & -6 \end{vmatrix}}{47} = \frac{(4)(-6) - (3)(39)}{47} = \frac{-24 - 117}{47} = \frac{-141}{47} = -3$$

$$x = 6$$

$$y = -3$$

(13)

$$10c - 7d = -59$$

$$6c + 5d = -63$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 10 & -7 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 50 - (-42) = 92$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -59 & -7 \\ -63 & 5 \end{vmatrix}}{92} = \frac{5(-59) - (-7)(-63)}{92} = \frac{-736}{92} = -8$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -59 \\ 6 & -63 \end{vmatrix}}{92} = \frac{10(-63) - 6(-59)}{92} = \frac{-630 - (-354)}{92} = \frac{-376}{92} = -3$$

$$x = 6$$

$$y = -3$$

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام معادلات مما يأتي:

(14)

$$\begin{aligned} 4x - 2y + 7z &= 26 \\ 5x + 3y - 5z &= -50 \\ -7x - 8y - 3z &= 49 \end{aligned}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 4 & -2 & 7 \\ 5 & 3 & -5 \\ -7 & -8 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 4 & -2 & 7 & 4 & -2 \\ 5 & 3 & -5 & 5 & 3 \\ -7 & -8 & -3 & -7 & -8 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} -36 + (-70) + (-280) &= -386 \\ |C| &= -386 - 43 = -429 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -2 & 7 & 4 & -2 \\ 5 & 3 & -5 & 5 & 3 \\ -7 & -8 & -3 & -7 & -8 \end{vmatrix}$$

$$-147 + 160 + 30 = 43$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 26 & -2 & 7 \\ -50 & 3 & -5 \\ 49 & -8 & -3 \end{vmatrix}}{-429} = \frac{3056 - 1769}{-429} = \frac{1287}{-429} = -3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 26 & 7 \\ 5 & -50 & -5 \\ -7 & 49 & -3 \end{vmatrix}}{-429} = \frac{3225 - 1080}{-429} = \frac{2145}{-429} = -5$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -2 & 26 \\ 5 & 3 & -50 \\ -7 & -8 & 49 \end{vmatrix}}{-429} = \frac{-1152 - 564}{-429} = \frac{-1716}{-429} = 4$$

$$\begin{aligned} 6x - 5y + 2z &= -49 \\ -5x - 3y - 8z &= -22 \\ -3x + 8y - 5z &= 55 \end{aligned} \quad (15)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 6 & -5 & 2 \\ -5 & -3 & -8 \\ -3 & 8 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -5 & 2 \\ -5 & -3 & -8 \\ -3 & 8 & -5 \end{vmatrix}$$

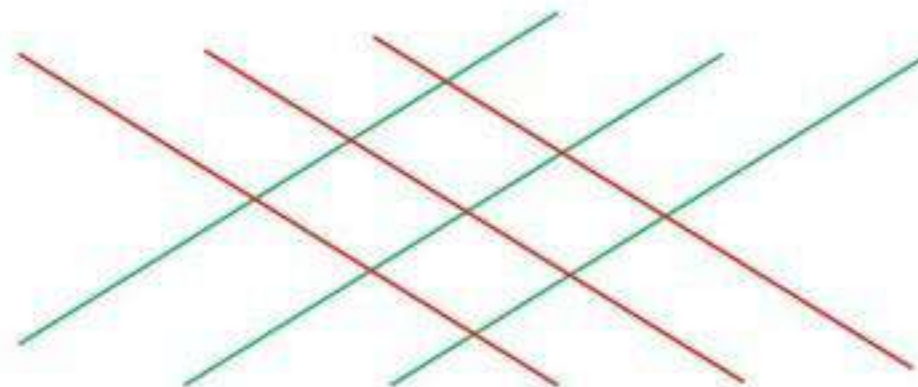
$$\begin{aligned} 90 + (-120)(80) &= -110 \\ 18 + (-384) + (-125) &= -491 \\ |C| &= -110 - (-491) = 381 \end{aligned}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -49 & -5 & 2 \\ -22 & -3 & -8 \\ 55 & 8 & -5 \end{vmatrix}}{381} = \frac{\begin{vmatrix} -49 & -5 & 2 \\ -22 & -3 & -8 \\ 55 & 8 & -5 \end{vmatrix}}{381}$$

$$x = \frac{113 - 2256}{381} = \frac{-1143}{381} = -3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -49 & 2 \\ -5 & -22 & -8 \\ -3 & 55 & -5 \end{vmatrix}}{381} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -49 & 2 \\ -5 & -22 & -8 \\ -3 & 55 & -5 \end{vmatrix}}{381}$$

$$y = \frac{-1066 - (-3733)}{381} = \frac{2667}{381} = 7$$



$$z = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -5 & -49 \\ -5 & -3 & -22 \\ -3 & 8 & 55 \end{vmatrix}}{381} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -5 & -49 \\ -5 & -3 & -22 \\ -3 & 8 & 55 \end{vmatrix}}{381}$$

$$z = \frac{640 - (-122)}{381} = \frac{762}{381} = 2$$

تدرب وحل المسائل

أوجد قيمة كل محددة مما يأتي:

$$\begin{vmatrix} -7 & 12 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} \quad (16)$$

$$(-7)(6) - (12)(5) = -102$$

$$\begin{vmatrix} -8 & -9 \\ 11 & 12 \end{vmatrix} \quad (17)$$

$$(-8)(12) - (11)(-9) = 3$$

$$\begin{vmatrix} -5 & 8 \\ -6 & -7 \end{vmatrix} \quad (18)$$

$$(-5)(-7) - (-6)(8) = 83$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 \\ -1 & -4 & 6 \\ -6 & -2 & 5 \end{vmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 & 3 & 5 \\ -1 & -4 & 6 & -1 & -4 \\ -6 & -2 & 5 & -6 & -2 \end{vmatrix}$$

$$(-60) + (-180) + (-4) = -224$$

$$(-48) + (-36)(-25) = -109$$

$$(-224) - (-109) = -115$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -6 \\ -3 & -4 & -5 \\ -2 & 5 & 8 \end{vmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -6 & 2 & 0 \\ -3 & -4 & -5 & -3 & -4 \\ -2 & 5 & 8 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(-64) + (0)(90) = 26$$

$$(-48) + (-50) + (0) = -98$$

$$26 - (-98) = 124$$

$$\begin{vmatrix} -5 & -1 & -2 \\ 1 & 8 & 4 \\ 0 & -6 & 9 \end{vmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{vmatrix} -5 & -1 & -2 & -5 & -1 \\ 1 & 8 & 4 & 1 & 8 \\ 0 & -6 & 9 & 0 & -6 \end{vmatrix}$$

$$-360 + 0 + 12 = -348$$

$$0 + 120 + -9 = -111$$

$$-348 + (-111) = -459$$

(22) علم الآثار:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 4 & 7 & 1 \\ 5 & 9 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 7 & 1 & 4 & 7 \\ 5 & 9 & 1 & 5 & 9 \end{vmatrix}$$

$$(0)(7)(1) = 0$$

$$(3)(1)(5) = 15$$

$$(1)(4)(9) = 36$$

$$0 + 15 + 36 = 51$$

$$51 - 47 = 4$$

$$A = \frac{1}{2}(4) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 7 & 1 & 4 & 7 \\ 5 & 9 & 1 & 5 & 9 \end{vmatrix}$$

$$(5)(7)(1) = 35$$

$$(9)(1)(0) = 0$$

$$(1)(4)(3) = 12$$

$$35 + 0 + 12 = 47$$

مساحة المثلث = 2 m^2

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام مما يأتي:

$$\begin{aligned} 6x - 5y &= 73 \\ -7x + 3y &= -71 \end{aligned} \quad (23)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 3 \end{vmatrix} = 18 - 35 = -17$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 73 & -5 \\ -71 & 3 \end{vmatrix}}{-17} = \frac{(73)(3) - (-71)(-5)}{-17} = \frac{219 - 355}{18 - 35} = \frac{-136}{-17} = 8$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 73 \\ -7 & -71 \end{vmatrix}}{-17} = \frac{(6)(-71) - (-7)(73)}{-17} = \frac{-426 + 511}{-17} = \frac{85}{-17} = -5$$

$$\begin{aligned} x &= 8 \\ y &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10a - 3b &= -34 \\ 3a + 8b &= -28 \end{aligned} \quad (24)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 10 & -3 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 80 - (-9) = 89$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -34 & -3 \\ -28 & 8 \end{vmatrix}}{89} = \frac{(-34)(8) - (-28)(-3)}{89} = \frac{-356}{89} = -4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -34 \\ 3 & -28 \end{vmatrix}}{89} = \frac{(10)(-28) - (3)(-34)}{89} = \frac{-178}{89} = -2$$

$$x = -4$$

$$y = -2$$

$$\begin{aligned} 5x - 4y + 6z &= 58 \\ -4x + 6y + 3z &= -13 \\ 6x + 3y + 7z &= 53 \end{aligned} \quad (25)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 5 & -4 & 6 \\ -4 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 7 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 5 & -4 & 6 \\ -4 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 7 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 6 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$210 + (-72) + (-72) = 66$$

$$216 + 45 + 112 = 373$$

$$|C| = 66 - 373 = -307$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 58 & -4 & 6 \\ -13 & 6 & 3 \\ 53 & 3 & 7 \end{vmatrix}}{-307} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 58 & -4 & 6 \\ -13 & 6 & 3 \\ 53 & 3 & 7 \end{vmatrix}}{-307}$$

$$x = \frac{\{(2436 + (-636) + (-234)) - (1908 + 522 + 364)\}}{-307}$$

$$x = \frac{1566 - 2794}{-307} = \frac{-1228}{-307} = 4$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 58 & 6 \\ -4 & -13 & 3 \\ 6 & 53 & 7 \end{vmatrix}}{-307} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 5 & 58 & 6 \\ -4 & -13 & 3 \\ 6 & 53 & 7 \end{vmatrix}}{-307}$$

$$y = \frac{\{((-455) + 1044 + (-1272)) - ((-468) + 795 + (-1624))\}}{-307}$$

$$y = \frac{(-683) - (-1297)}{-307} = \frac{614}{-307} = -2$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -4 & 58 \\ -4 & 6 & -13 \\ 6 & 3 & 53 \end{vmatrix}}{-307} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 5 & -4 & 58 \\ -4 & 6 & -13 \\ 6 & 3 & 53 \end{vmatrix}}{-307}$$

$$z = \frac{\{(1590 + 312 + (-696)) - (2088 + (-195) + 848)\}}{-307}$$

$$z = \frac{1206 - 2741}{-307} = \frac{-1535}{-307} = 5$$

$$\begin{aligned} 8x - 4y + 7z &= 34 \\ 5x + 6y + 3z &= -21 \\ 3x + 7y - 8z &= -85 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x &= 4 \\ y &= -2 \\ z &= 5 \end{aligned} \quad (26)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 8 & -4 & 7 \\ 5 & 6 & 3 \\ 3 & 7 & -8 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 8 & -4 & 7 & 8 & -4 \\ 5 & 6 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 7 & -8 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$(-384) + (-36) + 245 = -175$$

$$126 + 168 + 160 = 454$$

$$|C| = -175 - 454 = -629$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 34 & -4 & 7 \\ -21 & 6 & 3 \\ -85 & 7 & -8 \end{vmatrix}}{-629} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 34 & -4 & 7 & 34 & -4 \\ -21 & 6 & 3 & -21 & 6 \\ -85 & 7 & -8 & -85 & 7 \end{vmatrix}}{-629}$$

$$x = \frac{(-1641) - (-3528)}{-629} = \frac{1887}{-629} = -3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 34 & 7 \\ 5 & -21 & 3 \\ 3 & -85 & -8 \end{vmatrix}}{-629} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 8 & 34 & 7 & 8 & 34 \\ 5 & -21 & 3 & 5 & -21 \\ 3 & -85 & -8 & 3 & -85 \end{vmatrix}}{-629}$$

$$y = \frac{(-1325) - (-3841)}{-629} = \frac{2516}{-629} = -4$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 8 & -4 & 34 \\ 5 & 6 & -21 \\ 3 & 7 & -85 \end{vmatrix}}{-629} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 8 & -4 & 34 & 8 & -4 \\ 5 & 6 & -21 & 5 & 6 \\ 3 & 7 & -85 & 3 & 7 \end{vmatrix}}{-629}$$

$$z = \frac{(-2638) - 1136}{-629} = \frac{-3774}{-629} = 6$$

$$x = -3$$

$$y = -4$$

$$z = 6$$

(27) رحلة مدرسية:

بوضع x المسافة التي يقطعها على الطريق السريع

y المسافة التي يقطعها داخل المدن

$$x + y = 375$$

$$\frac{x}{65} + \frac{y}{25} = 7 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{65}\right)x + \left(\frac{1}{25}\right)y = 7$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 375 & 1 \\ 7 & \frac{1}{25} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{65} & \frac{1}{25} \end{vmatrix}} = \frac{375\left(\frac{1}{25}\right) - 7(1)}{1\left(\frac{1}{25}\right) - 1\left(\frac{1}{65}\right)} = \frac{8}{\frac{8}{325}} = 8 \text{ mi.}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 375 \\ \frac{1}{65} & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{65} & \frac{1}{25} \end{vmatrix}} = \frac{(1)(7) - (375)\left(\frac{1}{65}\right)}{(1)\left(\frac{1}{25}\right) - (1)\left(\frac{1}{65}\right)} = \frac{\frac{16}{13}}{\frac{8}{325}} = 50 \text{ mi.}$$

$x = 325 \text{ mi.}$ بمعدل سرعة 65 mi / h

$$5 \text{ ساعات} = \frac{325 \text{ mi}}{65 \text{ mi / h}}$$

$y = 50 \text{ mi.}$ بمعدل سرعة 25 mi / h

$$2 \text{ ساعة} = \frac{50 \text{ mi}}{25 \text{ mi / h}}$$

4 ساعات على الطريق السريع ، ساعتان داخل المدن

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام معادلات مما يأتي:

$$\begin{aligned} 3a - 5b - 9c &= 17 \\ 4a - 3c &= 31 \\ -5a - 4b - 2c &= -42 \end{aligned} \quad (28)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 3 & -5 & -9 \\ 4 & 0 & -3 \\ -5 & -4 & -2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -5 & -9 & 3 & -5 \\ 4 & 0 & -3 & 4 & 0 \\ -5 & -4 & -2 & -5 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} 0 + (-75) + 144 &= 69 \\ 0 + 36 + 40 &= 76 \end{aligned}$$

$$|C| = 69 - 76 = -7$$

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 17 & -5 & -9 \\ 31 & 0 & -3 \\ -42 & -4 & -2 \end{vmatrix}}{-7} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 17 & -5 & -9 & 17 & -5 \\ 31 & 0 & -3 & 31 & 0 \\ -42 & -4 & -2 & -42 & -4 \end{vmatrix}}{-7}$$

$$\begin{aligned} 0 + (-360) + 1116 &= 486 \\ 0 + 204 + 310 &= 514 \end{aligned}$$

$$a = \frac{486 - 514}{-7} = \frac{-28}{-7} = 4$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 17 & -9 \\ 4 & 31 & -3 \\ -5 & -42 & -2 \end{vmatrix}}{-7} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 3 & 17 & -9 & 3 & 17 \\ 4 & 31 & -3 & 4 & 31 \\ -5 & -42 & -2 & -5 & -42 \end{vmatrix}}{-7}$$

$$\begin{aligned} -186 + 255 + 1512 &= 1581 \\ 1395 + 378 + (-136) &= 1637 \end{aligned}$$

$$b = \frac{1581 - 1637}{-7} = \frac{-56}{-7} = 8$$

$$c = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -5 & 17 \\ 4 & 0 & 31 \\ -5 & -4 & -42 \end{vmatrix}}{-7} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 3 & -5 & 17 & 3 & -5 \\ 4 & 0 & 31 & 4 & 0 \\ -5 & -4 & -42 & -5 & -4 \end{vmatrix}}{-7}$$

$$\begin{aligned} 0 + 775 + (-272) &= 503 \\ 0 + (-372) + 840 &= 468 \end{aligned}$$

$$c = \frac{503 - 468}{-7} = \frac{35}{-7} = -5$$

$$\begin{aligned} a &= 4 \\ b &= 8 \\ c &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x + 8y + 9z &= -149 \\ -6x + 7y - 5z &= 54 \\ 4x + 5y - 2z &= -44 \end{aligned}$$

(29)

$$|C| = \begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 \\ -6 & 7 & -5 \\ 4 & 5 & -2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 & 7 & 8 \\ -6 & 7 & -5 & -6 & 7 \\ 4 & 5 & -2 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} (-98) + (-160) + (-270) &= -528 \\ 252 + (-175) + 96 &= 173 \end{aligned}$$

$$|C| = -528 - 173 = -701$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -149 & 8 & 9 \\ 54 & 7 & -5 \\ -44 & 5 & -2 \end{vmatrix}}{-701} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} -149 & 8 & 9 & -149 & 8 \\ 54 & 7 & -5 & 54 & 7 \\ -44 & 5 & -2 & -44 & 5 \end{vmatrix}}{-701}$$

$$\begin{aligned} 2086 + 1760 + 2430 &= 6276 \\ -2772 + 3725 + (-864) &= 89 \end{aligned}$$

$$x = \frac{6276 - 89}{-701} = \frac{6187}{-701}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & -149 & 9 \\ -6 & 54 & -5 \\ 4 & -44 & -2 \end{vmatrix}}{-701} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 7 & -149 & 9 & 7 & -149 \\ -6 & 54 & -5 & -6 & 54 \\ 4 & -44 & -2 & 4 & -44 \end{vmatrix}}{-701}$$

$$\begin{aligned} -756 + 2980 + 2376 &= 4600 \\ 1944 + 1540 + (-1788) &= 1696 \end{aligned}$$

$$y = \frac{4600 - 1696}{-701} = \frac{2904}{-701}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 8 & -149 \\ -6 & 7 & 54 \\ 4 & 5 & -44 \end{vmatrix}}{-701} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 7 & 8 & -149 & 7 & 8 \\ -6 & 7 & 54 & -6 & 7 \\ 4 & 5 & -44 & 4 & 5 \end{vmatrix}}{-701}$$

$$\begin{aligned} -2159 + 1728 + 4470 &= 4042 \\ -4172 + 1890 + 2112 &= -170 \end{aligned}$$

$$z = \frac{4042 - (-170)}{-701} = \frac{4212}{-701}$$

$$\left(-\frac{6187}{701}, -\frac{2904}{701}, -\frac{4212}{701} \right)$$

حل النظام هو

(30 صناعة: a) استعمل قاعدة كرامر لإيجاد عدد العلب التي انتجها المصنع من كل حجم في ذلك اليوم

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1385 \\ x &= 2y \rightarrow x - 2y = 0 \\ 1.15x + 1.75y + 2.25z &= 2238.75 \end{aligned}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1.15 & 1.75 & 2.25 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1.15 & 1.75 & 2.25 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1.15 & 1.75 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} (-4.5) + 0 + 1.75 &= 2.75 \\ (-2.3) + 0 + 2.25 &= -0.05 \end{aligned}$$

$$|C| = -2.75 - (-0.05) = -2.7$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1385 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2238.75 & 1.75 & 2.25 \end{vmatrix}}{-2.7} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 1385 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2238.75 & 1.75 & 2.25 \end{vmatrix}}{-2.7}$$

$$\begin{aligned} -6232.5 + 0 + 0 &= -6232.5 \\ -4477.5 + 0 + 0 &= -4477.5 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-6232.5 - (-4477.5)}{-2.7} = \frac{-1755}{-2.7} = 650$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1385 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1.15 & 2238.75 & 2.25 \end{vmatrix}}{-2.7} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1385 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1.15 & 2238.75 & 2.25 \end{vmatrix}}{-2.7}$$

$$\begin{aligned} 0 + 0 + 2238.75 &= 2238.75 \\ 0 + 0 + 3116.25 &= 3116.25 \end{aligned}$$

$$y = \frac{2238.75 - 3116.25}{-2.7} = \frac{-877.5}{-2.7} = 325$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1385 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1.15 & 1.75 & 2238.75 \end{vmatrix}}{-2.7} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1385 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1.15 & 1.75 & 2238.75 \end{vmatrix}}{-2.7}$$

$$\begin{aligned} -4477.5 + 0 + 2423.75 &= -2053.75 \\ -3185.5 + 0 + 2238.75 &= 2238.75 \end{aligned}$$

$$z = \frac{-2053.75 - 2238.75}{-2.7} = \frac{-1107}{-2.7} = 410$$

حجم العلب صغير: 650 ، وسط: 325 ، كبير: 410

$$\begin{aligned}
 & \text{(b) تكلفة الإنتاج في اليوم التالي} = \\
 & = 1.25(650 - 140) + 1.75(325 + 125) + 2.25(410 + 35) \\
 & = 1.25(510) + 1.75(450) + 2.25(445) \\
 & = 637.5 + 787.5 + 1001.25 \\
 & = 2426.25
 \end{aligned}$$

(31) بستنة:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 6 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$(-6) + (28) + (-6) = 16$$

$$24 + 3 + 14 = 41$$

$$16 - 41 = -25$$

$$A = \frac{1}{2}(-25) = -12.5$$

$$= |-12.5| = 12.5m^2$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(32) تحد:

أوجد قيمة محددة مصفوفة من النوع 3×3 ، على أن تكون عناصرها على النحو الآتي:

$$a_{nm} = \begin{cases} 0 \\ m + n \end{cases}$$

إذا كان $m + n$ زوجيا
إذا كان $m + n$ فرديا

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \\ 0 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 7 & 5 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} (0)(0)(0) &= 0 \\ (3)(7)(0) &= 0 \\ (0)(5)(9) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 + 0 + 0 &= 0 \\ 0 - 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 7 & 5 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} (0)(0)(0) &= 0 \\ (9)(7)(0) &= 0 \\ (0)(5)(3) &= 0 \end{aligned}$$

$$0 + 0 + 0 = 0$$

(33) مسألة مفتوحة:

أعط مثلاً لمصفوفة من الرتبة 2×2 تحقق الشرط المذكور في كل مما يأتي:
(a) المحددة تساوي صفراً.

$$\begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = 6 \cdot 7 - 6 \cdot 7 = 0 \quad \leftarrow \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

(b) المحددة تساوي 25.

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = 16 - (-9) = 16 + 9 = 25 \quad \leftarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

(c) جميع العناصر أعداد سالبة و المحددة تساوي -32 .

$$\begin{vmatrix} -4 & -6 \\ -8 & -4 \end{vmatrix} = (-4)(-4) - (-8)(-6) = 16 - 48 = -32 \quad \leftarrow \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$$

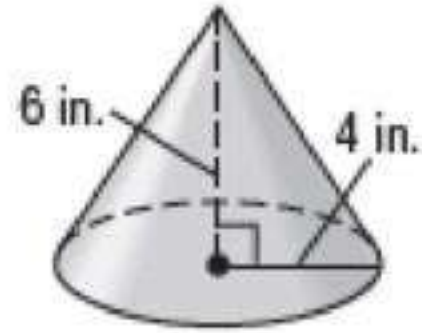
(34) أكتب: صف التمثيلات البيانية الممكنة لنظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين
إذا كانت محددة مصفوفة المعاملات تساوي صفراً.

إذا كانت المحددة لمصفوفة المعاملات لنظام معطي 2×2 تساوي 0 ، فلا يوجد حل
وحيد للنظام .

يمكن ألا يكون للنظام حل ، ويكون المستقيمان في هذه الحالة متوازيين، أو يكون للنظام عدد لانهائي من الحلول حيث يكون المستقيمان منطبقين.

تدريب على اختبار

(35) إجابة قصيرة:



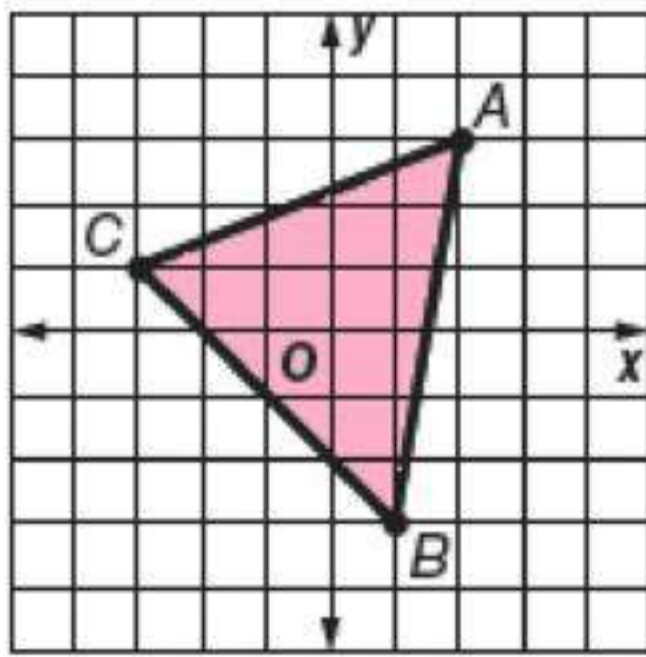
$$l = \sqrt{36 + 16} \\ = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ in.}$$

المساحة الجانبية للمخروط $= \pi(4)(2\sqrt{13})$

$$8\sqrt{13} \pi \text{ in}^2 =$$

(36) جد مساحة المثلث المبين في الشكل المجاور.

$$A(2, 3) , B(1, -3) , C(-3, 1)$$



$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(-6) + (-9) + (1) = -14$$

$$9 + 2 + 3 = 14$$

$$-14 - 14 = -28$$

$$A = \frac{1}{2}(-28) = -14$$

$$|A| = |-14|$$

$$= 14$$

الإختيار الصحيح B

مراجعة تراكمية

حدد إذا كانت مصفوفة الضرب معرفة في كل مما يأتي أم لا، و إذا كانت كذلك، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

معرفة ، 4×6

$$\underline{A}_{4 \times 2} \cdot \underline{B}_{2 \times 6} \quad (37)$$

غير معرفة

$$\underline{C}_{5 \times 4} \cdot \underline{D}_{5 \times 3} \quad (38)$$

معرفة ، 2×1

$$\underline{E}_{2 \times 7} \cdot \underline{F}_{7 \times 1} \quad (39)$$

حل كل نظام مما يأتي:

$$\begin{cases} 2x - 5y = -26 \\ 5x + 3y = -34 \end{cases} \quad (40)$$

$$|\underline{C}| = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 6 - (-25) = 6 + 25 = 31$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -26 & -5 \\ -34 & 3 \end{vmatrix}}{31} = \frac{(-26)(3) - (-34)(-5)}{31} = \frac{-278}{31} = -8$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -26 \\ 5 & -34 \end{vmatrix}}{31} = \frac{(2)(-34) - (5)(-26)}{31} = \frac{62}{31} = 2$$

$$\begin{cases} x = -8 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y + 6x = 10 \\ 2x - 7y = 22 \end{cases} \quad (41)$$

$$|\underline{C}| = \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 2 & -7 \end{vmatrix} = -42 - 8 = -50$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 4 \\ 22 & -7 \end{vmatrix}}{-50} = \frac{-70 - 88}{-50} = \frac{79}{25}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 10 \\ 2 & 22 \end{vmatrix}}{-50} = \frac{132 - 20}{-50} = \frac{112}{-50} = -\frac{56}{25}$$

$$x = \frac{79}{25}$$

$$y = -\frac{56}{25}$$



$$\underline{X} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \underline{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\underline{X} \cdot \underline{Y} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{4}{3} + \frac{-1}{3} & \frac{-4}{6} + \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} + \frac{-2}{3} & \frac{-2}{6} + \frac{4}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} + \frac{-1}{3} & \frac{-4}{6} + \frac{4}{6} \\ \frac{2}{3} + \frac{-2}{3} & \frac{-2}{6} + \frac{8}{6} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Y} \underline{X} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{4}{3} + \frac{-2}{6} & \frac{-1}{3} + \frac{2}{6} \\ \frac{4}{3} + \frac{-4}{3} & \frac{-1}{3} + \frac{4}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{6} + \frac{-2}{6} & \frac{-1}{3} + \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} + \frac{-4}{3} & \frac{-1}{3} + \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بما أن $\underline{X} \cdot \underline{Y} = \underline{Y} \cdot \underline{X}$ ، فإن كلا من المصفوفتين $\underline{X}$, $\underline{Y}$ نظير ضربى للأخرى

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad (2A)$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = 3(-4) - 1(7) = -12 - 7 = -19 \neq 0$$

$$\begin{aligned} \underline{D}^{-1} &= \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{-19} \begin{bmatrix} -4 & -7 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{4}{19} & \frac{7}{19} \\ \frac{1}{19} & \frac{-3}{19} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \quad (2B)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} = 6 - (-4) = 10 \neq 0$$

$$\begin{aligned} \underline{Q}^{-1} &= \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & \frac{-1}{10} \\ \frac{4}{10} & \frac{2}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & \frac{-1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 112.5 \\ 3x + 10y &= 157.5 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112.5 \\ 157.5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{30-12} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{9} & \frac{-2}{9} \\ \frac{-1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{9} & \frac{-2}{9} \\ \frac{-1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{9} & \frac{-2}{9} \\ \frac{-1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 112.5 \\ 157.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3\left(\frac{5}{9}\right) + 3\left(\frac{-2}{9}\right) & 4\left(\frac{5}{9}\right) + 10\left(\frac{-2}{9}\right) \\ 3\left(\frac{-1}{6}\right) + 3\left(\frac{1}{6}\right) & 4\left(\frac{-1}{6}\right) + 10\left(\frac{1}{6}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{9} & \frac{-2}{9} \\ \frac{-1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 112.5 \\ 157.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112.5\left(\frac{5}{9}\right) + 157.5\left(\frac{-2}{9}\right) \\ 112.5\left(\frac{-1}{6}\right) + 157.5\left(\frac{1}{6}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{55}{2} \\ \frac{15}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{55}{2} \\ \frac{15}{2} \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{55}{2} = 27.5$$

سعر الكتاب العلمي 27.5 ريالاً



حدد إذا كانت كل من المصفوفتين تمثل نظيراً ضربياً للأخرى فيما يأتي:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \underline{A} \cdot \underline{B} &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2+2 & 4+1 \\ -1+0 & -2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \neq \underline{I} \end{aligned}$$

الإجابة لا

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \underline{G} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \underline{F} \cdot \underline{G} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+0 & 1+(-1) \\ 0+0 & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \underline{I} \end{aligned}$$

الإجابة نعم

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي إن وجد:

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 3 = -3 \neq 0$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{(6)(0) - (-1)(-3)} \begin{bmatrix} 0 & -(-3) \\ -(-1) & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \cdot -\frac{1}{3} & 3 \cdot -\frac{1}{3} \\ 1 \cdot -\frac{1}{3} & 6 \cdot -\frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -\frac{1}{3} & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -6 - 0 = -6 \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(-3)(-2) - (5)(0)} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-6} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \cdot -\frac{1}{6} & 0 \cdot -\frac{1}{6} \\ -5 \cdot -\frac{1}{6} & -3 \cdot -\frac{1}{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ \frac{5}{6} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(5) نقود:

نفرض ان x عدد النصف ريال ، y عدد الربع ريال

$$x + y = 25$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = 8.5$$

$$[C] = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{vmatrix} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 8.5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{16} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{16} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{16} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 25 \\ 8.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & \frac{1}{16} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{9}{16} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{9}{16} \cdot \frac{16}{1} = 9$$

$$y = 1 \cdot \frac{16}{1} = 16$$

مع أحمد 16 ربعاً و 9 أنصاف

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

$$\begin{aligned} -2x + y &= 9 \\ x + y &= 3 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} -2x + y \\ x + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(-2)(1) - (1)(1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \cdot 1 & -\frac{1}{3} \cdot (-1) \\ -\frac{1}{3} \cdot (-1) & -\frac{1}{3} \cdot (-2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} + \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} & \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 + 1 \\ 3 + 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{aligned} x &= -2 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x - 2y &= 22 \\ 6x + 9y &= -3 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} 4x - 2y \\ 6x + 9y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(4)(9) - (6)(-2)} \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{48} \cdot 9 & \frac{1}{48} \cdot (2) \\ \frac{1}{48} \cdot (-6) & \frac{1}{48} \cdot (4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3}{16} & \frac{1}{24} \\ -\frac{1}{8} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{16} & \frac{1}{24} \\ -\frac{1}{8} & \frac{1}{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{16} & \frac{1}{24} \\ -\frac{1}{8} & \frac{1}{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 22 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{12}{16} + \frac{6}{24} & \frac{-6}{16} + \frac{9}{24} \\ -\frac{4}{8} + \frac{6}{12} & \frac{2}{8} + \frac{9}{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{aligned} x &= 4 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x + y &= -4 \\ 3x + y &= 1 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -2x + y \\ 3x + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(-2)(1) - (3)(1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{5} + \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \\ -\frac{6}{5} + \frac{6}{5} & \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \\ -\frac{12}{5} + \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{aligned} x &= 1 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

تدرب وحل المسائل

حدد إذا كانت كل من المصفوفتين تمثل نظيراً ضربياً للأخرى فيما يأتي:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\underline{K} \cdot \underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+4 & 1-2 \\ 0+0 & 3+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \neq \underline{I}$$

لا تمثل نظيراً ضربياً

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad \underline{N} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\underline{M} \cdot \underline{N} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+0 & 0+0 \\ 4+0 & 4+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\underline{N} \cdot \underline{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+4 & 2+5 \\ 0+0 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

لا تمثل نظيراً ضربياً

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad \underline{S} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\underline{R} \cdot \underline{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+(-1) & 2+(-\frac{1}{2}) \\ \frac{1}{2}+(-2) & 1+(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & 0 \end{bmatrix} \neq \underline{I}$$

لا تمثل نظيراً ضربياً
أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي إن وجد:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 0 = 6 \neq 0$$

$$\underline{P}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(3)(2) - (0)(0)} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(2)(2) - (3)(3)} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\underline{A} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -6 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 6 = -7$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{6}{7} & -\frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\underline{A} = \begin{vmatrix} -5 & -4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -10 + 16 = 6$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{6} & \frac{4}{6} \\ -\frac{4}{6} & -\frac{5}{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{5}{6} \end{bmatrix}$$

(16) مشتريات:

$$5x + 6y = 250$$

$$3x + 3y = 120$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 15 - 18 = -3$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 250 \\ 120 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 + 6 & -6 + 6 \\ 5 - 5 & 6 - 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -250 + 240 \\ 250 - 200 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 50 \end{bmatrix}$$

$$x = -10, \quad y = 50$$

(17) سكان:

$$\begin{matrix} \text{المدينة} & \begin{bmatrix} 0.95 & 0.03 \\ 0.05 & 0.97 \end{bmatrix} \\ \text{الضواحي} & \end{matrix}$$

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام إن أمكن فيما يأتي:

$$\begin{aligned} -x + y &= 4 \\ -x + y &= -4 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} -x + y \\ -x + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(-1)(1) - (-1)(1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{0} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

ليس لها حل

$$\begin{aligned} -x + y &= 3 \\ -2x + y &= 6 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} -x+y \\ -2x+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(-1)(1) - (-2)(1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x &= -3 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x + y &= 4 \\ -4x + y &= 9\end{aligned}\tag{20}$$

$$\begin{bmatrix} x + y \\ -4x + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(1)(1) - (-4)(1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} + \frac{4}{5} & \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \\ \frac{4}{5} - \frac{4}{5} & \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} - \frac{9}{5} \\ \frac{16}{5} + \frac{9}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}x &= -1 \\ y &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + y &= 3 \\ 5x + 3y &= 6 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} 3x + y \\ 5x + 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{9-5} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{5}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{5}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{5}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} y - x &= 5 \\ 2y - 2x &= 8 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} -x + y &= 5 \\ -2x + 2y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} -x + y \\ -2x + 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{-2+2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{0} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

ليس لها حل

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 6 \\ 6x - 3y &= 9 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{-12-12} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{3}{2}, y = 0$$

$$\begin{aligned} 1.6y - 0.2x &= 1 \\ 0.4y - 0.1x &= 0.5 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} -0.2 & 1.6 \\ -0.1 & 0.4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(-0.2)(0.4) - (-0.1)(1.6)} \begin{bmatrix} 0.4 & -1.6 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix} = \frac{1}{0.08} \begin{bmatrix} 0.4 & -1.6 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{0.4}{0.08} & \frac{-1.6}{0.08} \\ \frac{0.1}{0.08} & \frac{-0.2}{0.08} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -20 \\ 1.25 & -2.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -20 \\ 1.25 & -2.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.2 & 1.6 \\ -0.1 & 0.4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -20 \\ 1.25 & -2.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1+2 & 8-8 \\ -0.25+0.25 & 2-1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-10 \\ 1.25-1.25 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = -5, \quad y = 0$$

$$\begin{aligned} 4y - x &= -2 \\ 3y - x &= 6 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{-3 - (-4)} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -30 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$x = -30, \quad y = -8$$

$$\begin{aligned} 2y - 4x &= 3 \\ 4x - 3y &= -6 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(-4)(-3) - (4)(2)} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ 3 \end{bmatrix} \quad x = \frac{3}{4}, \quad y = 3$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(27) أكتشف الخطأ:

هاجر؛ لقد وضعت فاطمة 3 للمتغير x بدلاً من 4.

(28) تحد: صف المعادلة المصفوفية لنظام معادلتين خطيتين بمتغيرين ذات العدد اللانهائي من الحلول.

النظام يجب أن يحتوي على معادلتين إحداها هي حاصل ضرب عدد في المعادلة الأخرى.

(29) تبرير: حدد إذا كانت الجملة الآتية صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً، وفسر إجابتك. "المصفوفة المربعة ليس لها حل" **أحياناً؛** يكون لمصفوفة مربعة نظير ضربى إذا كان محددها لا يساوي صفر.

(30) مسألة مفتوحة: اكتب معادلة مصفوفية ليس لها حل.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \end{bmatrix}$$

- (31) أكتب: كيف يمكن استعمال معادلات مصفوفية لحل أنظمة معادلات.
- أولاً: رتب كل المعاملات للنظام في مصفوفة معاملات
- ثانياً: رتب المتغيرات في مصفوفة متغيرات.
- ثالثاً: رتب الثوابت في مصفوفة ثوابت.
- رابعاً: جد معكوس مصفوفة المعاملات.
- خامساً: اضرب طرفي المعادلة المصفوفية في معكوس المصفوفة.
- سادساً: تحقق من الحل بالتعويض في المعادلة الأصلية.

تدريب على اختيار

(32)

$$\begin{aligned}x + y + z &= 52 \\y &= x + 7 \\x + 1.5y + 2z &= 75\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x + (x + 7) + z &= 52 & \rightarrow 2x + z &= 45 \\x + 1.5(x + 7) + 2z &= 75 & \rightarrow 2.5x + 2z &= 64.5\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2.5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \\ 64.5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{4 - 2.5} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2.5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2.5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 45 \\ 64.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$y = x + 7 = 17 + 7 = 24$$

$$x = 17, y = 24, z = 11$$

الجواب الصحيح (C) عدد الدفاتر المباعة من الحجم المتوسط 24

مراجعة تراكمية

جد قيمة كل محددة فيما يأتي:

$$\begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 6 & -9 \end{vmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 6 & -9 \end{vmatrix} = (8)(-9) - (6)(-3) = -72 - (-18) = -54$$

$$\begin{vmatrix} 9 & -7 \\ -5 & -3 \end{vmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{vmatrix} 9 & -7 \\ -5 & -3 \end{vmatrix} = (9)(-3) - (-5)(-7) = -27 - 35 = -62$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 6 & -1 \\ -4 & 5 & 1 \\ -3 & -2 & 9 \end{vmatrix} \quad (35)$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 6 & -1 \\ -4 & 5 & 1 \\ -3 & -2 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ -4 & 5 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ -4 & 5 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$(8)(5)(9) = 360$$

$$(6)(1)(-3) = -18$$

$$(-1)(-4)(-2) = -8$$

$$360 + (-18) + -8 = 334$$

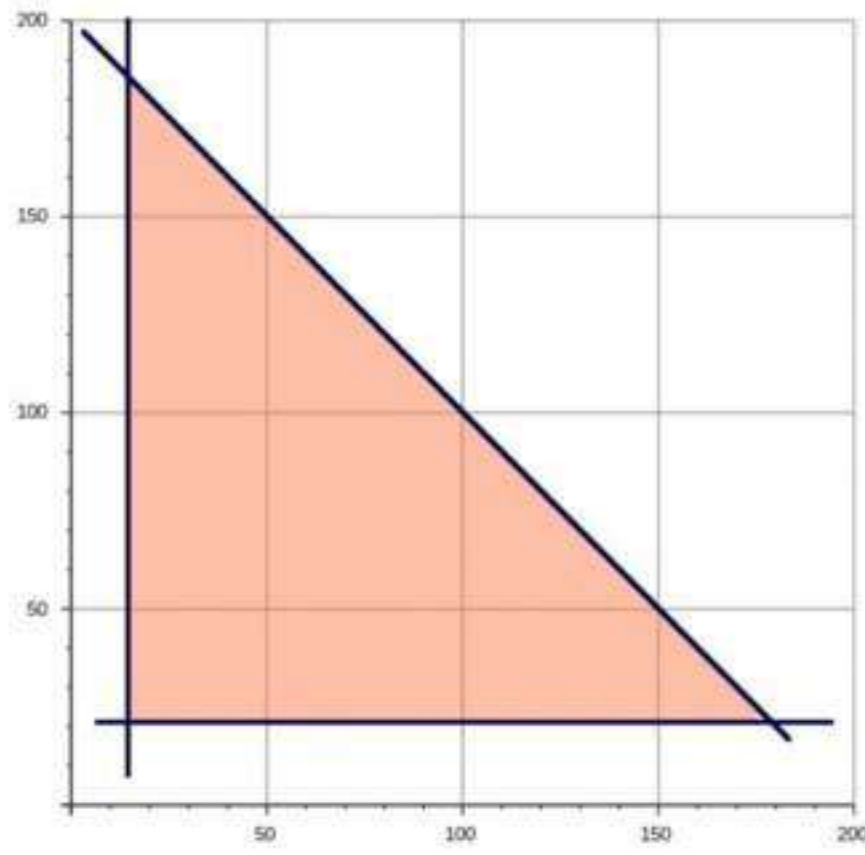
$$(-3)(5)(-1) = 15$$

$$(-2)(1)(8) = -16$$

$$(9)(-4)(6) = -216$$

$$15 + (-16) + (-216) = -217$$

$$334 - (-217) = 551$$



(36) حليب:

$$x + y \leq 200$$

$$x \geq 15$$

$$y \geq 21$$

$$P = 8.2x + 7.5y$$

179 جالوناً من الحليب المبستر

21 جالوناً من الحليب الطازج

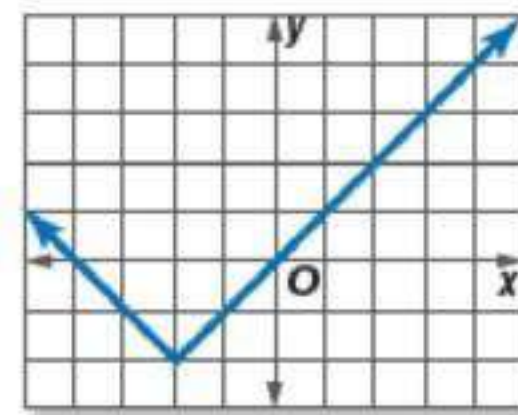
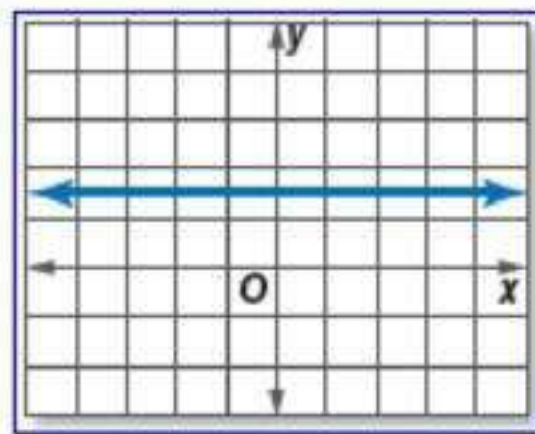
(x, y)	$8.2x + 7.5y$	$f(x, y)$
(15, 189)	$8.2(15) + 7.5(189)$	1540.5
(15, 21)	$8.2(15) + 7.5(21)$	280.5
(179, 21)	$8.2(179) + 7.5(21)$	1625.3

حدد نوع الدالة الممثلة بيانياً في كل مما يأتي:

(39)

(38)

دالة قيمة مطلقة ثابتة



معمل الحاسبة البيانية

توسيع

2-5

المصفوفات الموسعة



أكتب مصفوفة موسعة لكل نظام معادلات فيما يأتي ، ثم حله باستعمال الحاسبة البيانية:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= -4 \\ 4x + 7y &= 13 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 7 & 13 \end{array} \right]; \left(-\frac{54}{13}, \frac{55}{13} \right)$$

$$\begin{aligned} 4x - 6y &= 0 \\ 8x - 2y &= 7 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 4 & 6 & 0 \\ 8 & -2 & 7 \end{array} \right]; \left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} 6x - 4y + 2z &= -4 \\ 2x - 2y + 6z &= 10 \\ 2x + 2y + 2z &= -2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 6 & -4 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & 6 & 10 \\ 2 & 2 & 2 & -2 \end{array} \right]; (-2, -1, 2)$$

اختبر مفرداتك:

اختر الكلمة المناسبة من المفردات أعلاه لتكمل كل جملة فيما يأتي:

- (1) المصفوفة.
- (2) الضرب في عدد ثابت
- (3) مصفوفة الثوابت
- (4) عنصراً
- (5) رتبة
- (6) مصفوفة الوحدة
- (7) المصفوفة الصفيرية
- (8) محددة
- (9) نظيراً ضربياً

مراجعة الدروس

2-1 مقدمة في المصفوفات

(10) ناد رياضي:

(a) نظم بيانات الجدول في المصفوفة A

$$\begin{bmatrix} 64 & 108 & 31 \\ 42 & 9 & 68 \end{bmatrix}$$

(b) ما رتبة المصفوفة

$$2 \times 3$$

(c) ما قيمة العنصر a_{23} ؟

$$68$$

(d) ما قيمة العنصر a_{11} ؟

$$64$$

(e) اجمع عناصر كل من الصفين الأول و الثاني، و فسر النتائج.

$$\begin{bmatrix} 203 \\ 119 \end{bmatrix}$$

تمثل إجمالي المشتركين في جميع الرياضات شهرياً و سنوياً.

2-2 العمليات على المصفوفات

جد الناتج في كل مما يأتي:

$$\begin{bmatrix} 11 \\ -8 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 27 \\ 9 & 12 \end{bmatrix} \leftarrow 3 \left(\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \right) \quad (12)$$

2-3 ضرب المصفوفات

جد ناتج كل مما يأتي ، إذا كان ذلك ممكناً:

$$[62] \leftarrow [3 \quad -7] \cdot \begin{bmatrix} 9 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\text{غير ممكن} \leftarrow [2 \quad 11] \cdot [0 \quad 8 \quad -5] \quad (14)$$

(15) مشتريات:
إجمالي المبلغ الذي دفعه راشد:

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [15 \quad 10 \quad 3 \quad 25] = [114]$$

2-4 المحددات وقاعدة كرامر

أوجد قيمة كل محددة فيما يأتي:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 7 & -3 \end{vmatrix} = -6 - 28 = -34 \quad \leftarrow \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 7 & -3 \end{vmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & 6 \end{vmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & 6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$24 + (-24) + 0 = 0$$

$$(4) + (40) + (0) = 44$$

$$0 - 44 = -44$$

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام فيما يأتي:

$$\begin{aligned} 3x - y &= 0 \\ 5x + 2y &= 22 \end{aligned} \quad (18)$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 6 - (-5) = 11$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 22 & 2 \end{vmatrix}}{11} = \frac{22}{11} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 22 \end{vmatrix}}{11} = \frac{66}{11} = 6$$

$$x = 2$$

$$y = 6$$

$$\begin{aligned}
 5x + 2y &= 4 \\
 3x + 4y + 2z &= 6 \\
 7x + 3y + 4z &= 29
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 3 & 4 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(5)(4)(4) = 80$$

$$(2)(2)(7) = 28$$

$$(0)(3)(3) = 0$$

$$(7)(4)(0) = 0$$

$$(3)(2)(5) = 30$$

$$(4)(3)(2) = 24$$

$$80 + 28 + 0 = 108$$

$$0 + 30 + 24 = 54$$

$$108 - 54 = 54$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \cancel{4} & \cancel{2} & \cancel{0} & 4 & 2 \\ 6 & 4 & 2 & \cancel{6} & \cancel{4} \\ 29 & 3 & 4 & \cancel{29} & \cancel{3} \end{vmatrix}}{54}$$

$$= \frac{\{(64 + 116 + 0) - (0 + 24 + 48)\}}{54} = \frac{180 - 72}{54}$$

$$x = \frac{108}{54} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & \cancel{4} & \cancel{0} & 5 & \cancel{4} \\ 3 & 6 & 2 & \cancel{3} & 6 \\ 7 & 29 & 4 & \cancel{7} & \cancel{29} \end{vmatrix}}{54}$$

$$= \frac{\{(120 + 56 + 0) - (0 + 290 + 48)\}}{54} = \frac{176 - 338}{54}$$

$$y = \frac{-162}{54} = -3$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 2 & \cancel{4} & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & \cancel{3} & 4 \\ 7 & 3 & 29 & \cancel{7} & \cancel{3} \end{vmatrix}}{54}$$

$$= \frac{\{(580 + 84 + 36) - (112 + 90 + 174)\}}{54} = \frac{700 - 376}{54}$$

$$z = \frac{324}{54} = 6$$

$(2, -3, 6)$

(20) حرف يدوية:

$$\begin{aligned}3x + 2y &= 85 \\2x + 4y &= 110\end{aligned}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 4 = 8$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 85 & 2 \\ 110 & 4 \end{vmatrix}}{8} = \frac{(85)(4) - (110)(2)}{8} = \frac{120}{8} = 15$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 85 \\ 2 & 110 \end{vmatrix}}{8} = \frac{(3)(110) - (2)(85)}{8} = \frac{160}{8} = 20$$

العقد 20 ريالاً و السوار 15 ريالاً

النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

2-5

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

$$\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 14 - 12 = 2$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(7)(2) - (3)(4)} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{3}{2} & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -5 & -13 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -5 & -13 \end{vmatrix} = (2)(-13) - (-5)(5) = -1$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -13 & -5 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 5 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -8 & 4 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 \\ -8 & 4 \end{vmatrix} = 24 - (24) = 0$$

لا يوجد نظير ضربي.

حل المعادلة المصفوفية في كل مما يأتي:

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$|\underline{C}| = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 10 - 9 = 1$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -12 \end{bmatrix}$$

$$x = 8$$

$$y = -12$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{(3)(2) - (1)(-1)} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

الفصل 2 اختبار الفصل

إذا كانت: $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 7 \\ 9 & 1 & 1 \\ 8 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ فحدد قيمة كل عنصر مما يأتي:

$$a_{22} = 1 \quad (1)$$

$$a_{31} = 8 \quad (2)$$

أوجد الناتج في كل مما يأتي، إذا كان ذلك ممكناً:

$$-3 \begin{bmatrix} 4a \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -12a \\ 0 \\ 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 \\ 12 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12-8 \\ 12 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -12 \\ -28 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 3 + 0 \cdot -2 \\ -3 \cdot 3 + 5 \cdot -2 \\ 1 \cdot 3 + 4 \cdot -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -19 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 9 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

غير ممكن

(7) مبيعات:

(a) نظم البيانات في مصفوفتين، ثم استعمل ضرب المصفوفات لإيجاد تكلفة الكتب الكلية

$$\begin{bmatrix} 20 & 32 & 14 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 90 \\ 130 \end{bmatrix} = [2000 + 2880 + 1820] \\ = [6700] \\ = 6700$$

(b) استعمل ضرب المصفوفات لإيجاد المبلغ الكلي الذي تحصل عليه المكتبة من بيع ذلك العدد من مجموعات الكتب.

$$\begin{bmatrix} 20 & 32 & 14 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 120 \\ 110 \\ 150 \end{bmatrix} = [(20 \cdot 120) + (32 \cdot 110) + (14 \cdot 150)] \\ = [2400 + 3520 + 2100] = [8020] \\ = 8020$$

(c) استعمل العمليات على المصفوفات لمعرفة ربح المكتبة.

$$8020 - 6700 = 1320$$

ربح المكتبة = 1320 ريالاً

(8) إذا كان $\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$, $\underline{C} = \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ فأوجد ناتج $\underline{AB} - \underline{AC}$

$$\underline{AB} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -21 + 40 & 15 + (-32) \\ 21 + (-20) & -15 + 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & -17 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{AC} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -12 + 16 & 21 + 0 \\ 12 + (-8) & -21 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 21 \\ 4 & -21 \end{bmatrix}$$

$$\underline{AB} - \underline{AC} = \begin{bmatrix} 19 & -17 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 21 \\ 4 & -21 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 15 & -38 \\ -3 & 22 \end{bmatrix}$$

(9) استعمل المحددات لإيجاد مساحة $\triangle XYZ$ الذي رؤوسه

$$x(1, 2), y(3, 6), z(-1, 4)$$

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (6 + (-2) + (12)) - (-6 + 4 + 6 = 4) \}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$$

المساحة = 6 وحدات مربعة

(10) اختيار من متعدد:

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 2 & 3 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 2 \\ -2 & 5 & 6 & -2 & 5 \end{array} \right|$$

$$24 + (-24) + 0 = 0$$

$$4 + 40 + 0 = 44$$

$$0 - 44 = -44$$

الإختيار الصحيح (A) -44

جد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$
$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$
$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

لا يوجد

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{0} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{0} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{لا يوجد}$$

استعمل معادلة مصفوفيه لحل نظام المعادلتين الآتي:

$$\begin{aligned} 2x - y &= 9 \\ x + 2y &= 8 \end{aligned} \quad (15)$$

$$|\underline{C}| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 1 = 5$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -9 & -1 \\ 8 & 2 \end{vmatrix}}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & 8 \end{vmatrix}}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام فيما يأتي:

$$\begin{aligned}x - y + 2z &= 0 \\ 3x + z &= 11 \\ -x + 2y &= 0\end{aligned}\tag{16}$$

$$|\underline{C}| = \left| \begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right|$$

$$0 + 1 + 12 = 13$$

$$0 + 2 + 0 = 2$$

$$13 - 2 = 11$$

$$x = \frac{\left| \begin{array}{ccc|cc} 0 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 11 & 0 & 1 & 11 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right|}{11} = \frac{\{(0 + 0 + 44) - (0 + 0 + 0)\}}{11}$$

$$x = \frac{44}{11} = 4$$

$$y = \frac{\left| \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 11 & 1 & 3 & 11 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right|}{11} = \frac{-22}{11} = -2$$

$$z = \frac{\left| \begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 11 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right|}{11} = \frac{11 - 22}{11} = \frac{-11}{11} = -1$$

$$x = 4$$

$$y = 2$$

$$z = -1$$

$$\begin{aligned} 2x + 2y + 4z &= 2 \\ 3x + 4y - 8z &= -3 \\ -3x - 6y + 12z &= 5 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} |C| &= \begin{vmatrix} 6 & 2 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & -8 & 3 & 4 \\ -3 & -6 & 12 & -3 & -6 \end{vmatrix} \\ &= \{(288 + 48 + (-72)) - (-48 + 288 + 72)\} = 264 - 312 = -48 \end{aligned}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & -8 & -3 & 4 \\ 5 & -6 & 12 & 5 & -6 \end{vmatrix}}{-48} = \frac{(96 + (-80) + 72) - (80 + 96 + (-72))}{-48}$$

$$x = \frac{88 - 104}{-48} = \frac{-16}{-48} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & -3 & -8 & 3 & -3 \\ -3 & 5 & 12 & -3 & 5 \end{vmatrix}}{-48} = \frac{(-216 + 48 + 60) - (36 + (-240) + 72)}{-48}$$

$$y = \frac{-108 - (-132)}{-48} = \frac{24}{-48} = -\frac{1}{2}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & -3 & 3 & 4 \\ -3 & -6 & 5 & -3 & -6 \end{vmatrix}}{-48} = \frac{(120 + 18 + (-36)) - (-24 + 108 + 30)}{-48}$$

$$z = \frac{102 - 114}{-48} = \frac{-12}{-48} = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{3} \quad , \quad y = -\frac{1}{2} \quad , \quad z = \frac{1}{4}$$

الإعداد للاختبارات المعيارية

تمارين ومسائل

8-			
.	.	.	.
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

(1) أوجد محدد المصفوفة

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -3 & 20 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -3 & 20 \end{vmatrix} = (-1)(20) - (-3)(4) \\ = -20 + 12 = -8$$

	2	3	4
.	.	.	.
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

(2) أوجد محدد المصفوفة

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -5 & -7 & -1 \\ 4 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{H} = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -5 & -7 & -1 \\ 4 & -8 & 1 \end{vmatrix} = 134 - (-100) = 234$$

الفصل
اختبار تراكمي
للفصلين 1 - 2

2

اختيار من متعدد

(1) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ فما قيمة $2\underline{A} + 3\underline{B}$ ؟

$$2\underline{A} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 6 \\ 0 & 6 & 4 \end{bmatrix}, \quad 3\underline{B} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 9 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2\underline{A} + 3\underline{B} = \begin{bmatrix} -1 & 8 & 15 \\ 9 & 12 & 7 \end{bmatrix}$$

الإختيار الصحيح (D)

(2) جد ناتج $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$ إذا كان ممكناً.

الإختيار الصحيح (B) $[(3)(2) + (1)(5)] = [11]$

(3) في أي من الدوال الآتية يكون $f\left(\frac{-1}{3}\right) \neq 0$ ؟

الإختيار الصحيح (C)

4) النقاط $D(-6, 2)$, $E(3, 5)$, $F(8, -7)$ هي رؤوس $\triangle DEF$ أحسب مساحة هذا المثلث

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 8 & -7 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (-35 - 88)$$

$$A = \frac{-123}{2} = 61.5$$

الإختيار الصحيح (D)

5) ما النظام الذي تمثله حل المنطقة المظللة في الشكل أدناه؟

الإختيار الصحيح (A)

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 9 & 2 \\ 1 & 0 \\ -3 & -5 \end{bmatrix} \quad (6) \text{ ما رتبة المصفوفة}$$

الإختيار الصحيح (A) 4×2

7) أي من الدوال الآتية يكون مداها : $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

الإختيار الصحيح (B) $f(x) = |-x + 1|$

إجابة قصيرة

(8) هل يوجد للمصفوفة $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$ نظير ضربى؟ فسر إجابتك.

$$|B| = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -9 & 6 \end{vmatrix} = 18 - 18 = 0$$

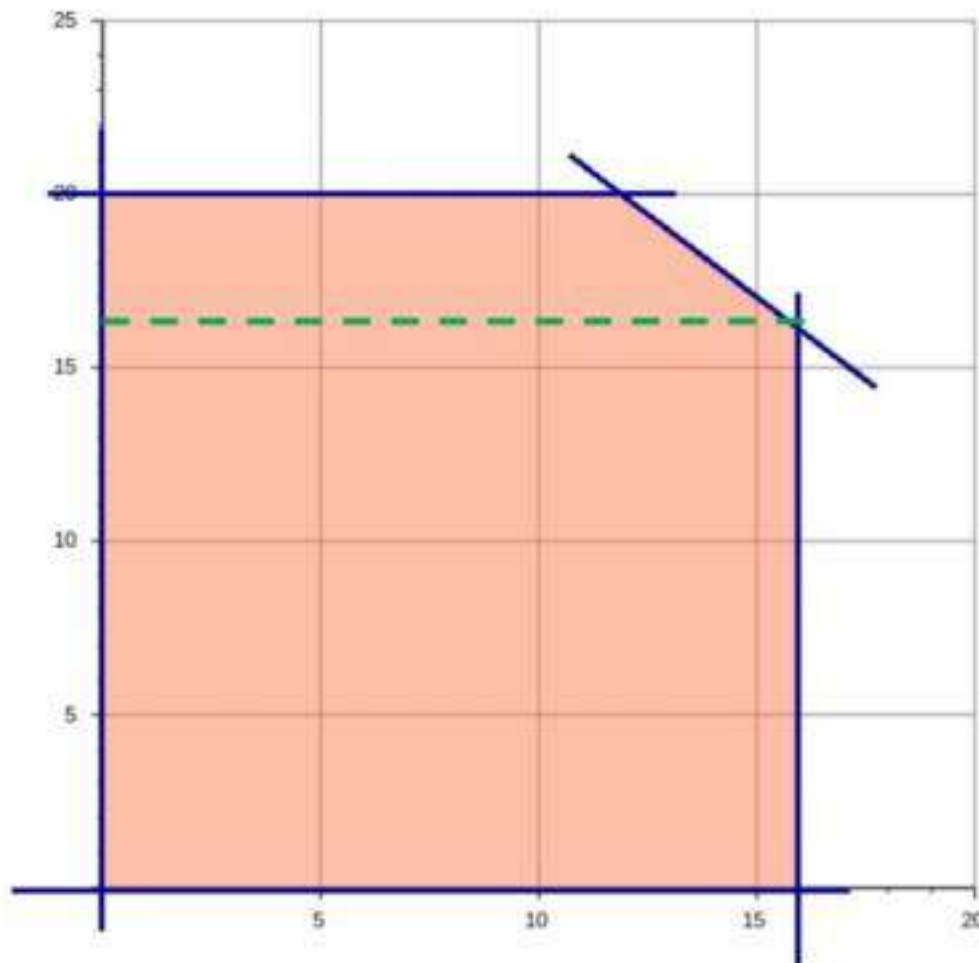
لا؛ لأن محدد المصفوفة تساوي صفر.

(9) احسب قيمة محدد المصفوفة $W = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$$|W| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -4 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 15 - 14 = 1$$

إجابة مطولة

(10) أجب عن كل مما يأتي موضحا خطوات الحل :



نحل بيانيا المتباينات

من الرسم البياني نقسم المنطقة المظللة

التي تمثل الحل الى جزئين

الجزء الأول مربع طول ضلعه 16 ft.

شبه المنحرف قاعدتيه 12 , 16 و ارتفاعه 4

$$\text{مساحة الشكل} = \left(\frac{12 + 16}{2} \right) \times 4 = 16^2 +$$

$$256 + 56 =$$

$$312 =$$

مساحة الشكل = 312 قدم مربع

(11) نقود:

$$\begin{aligned} d + q &= 14 \\ d + 0.5q &= 10.5 \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 10.5 \end{bmatrix} \quad (b)$$

(c)

$$|C| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0.5 \end{vmatrix} = 0.5 - 1 = -0.5$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 14 & 1 \\ 10.5 & 0.5 \end{vmatrix}}{-0.5} = \frac{(14)(0.5) - (10.5)(1)}{-0.5} = 7$$

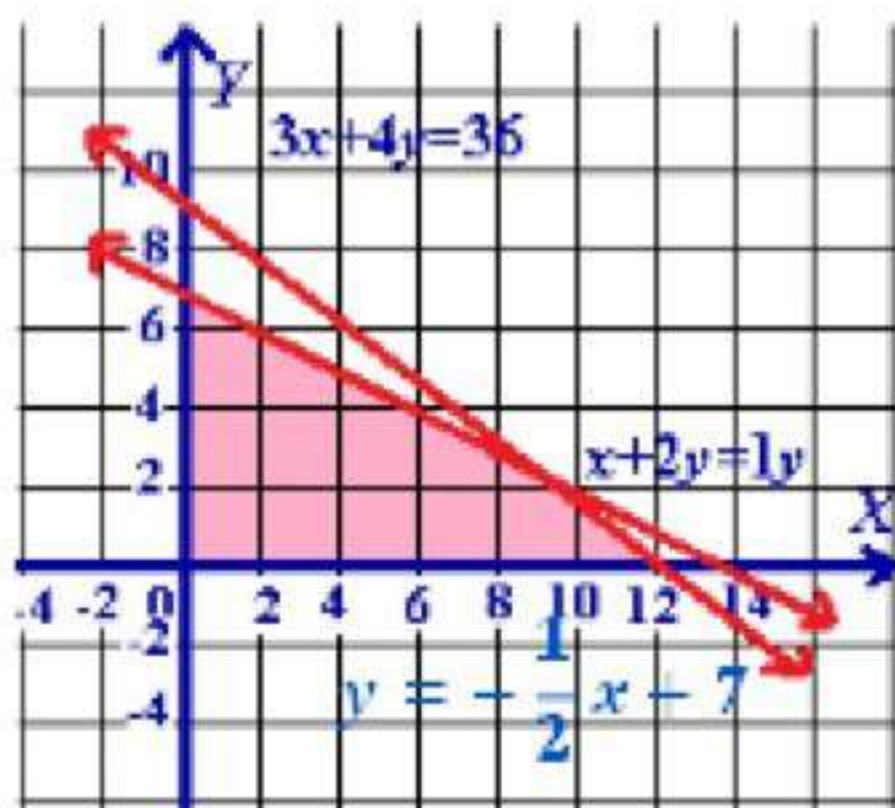
$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 14 \\ 1 & 10.5 \end{vmatrix}}{-0.5} = \frac{10.5 - 14}{-0.5} = 7$$

$$\begin{aligned} x &= 7 \\ y &= 7 \end{aligned}$$

(12)

الرؤوس هي

$$(0,0) @ (0,7) @ (12,0) @ (8,3)$$



(x, y)	$8x + 12y$	$f(x, y)$
$(0,0)$	$8(0) + 12(0)$	0
$(0,7)$	$8(0) + 12(7)$	84
$(12,0)$	$8(12) + 12(0)$	96
$(8,3)$	$8(8) + 12(3)$	100

القيمة العظمى = 100

(13) صف بالكلمات متى يمكن ضرب مصفوفتين، و متى لا يمكن ضربهما، و اعط مثلاً على ذلك

إذا كانت رتبة المصفوفة A هي $m \times n$ ، و رتبة المصفوفة B هي $c \times d$ ، فإن AB موجودة إذا و فقط إذا كان $n = c$.