

العلاقات والدوال الخطية

فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية جبرياً.

والآن

- أمثل العلاقات والدوال.
- أميز المعادلة الخطية، وأحدد مقاطعها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً وأكتبها.
- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أتعرف المتتابعات الحسابية كدوال خطية.

لماذا؟

متنزهات: يعد متنزه الحيلة في

منطقة عسير من أهم مناطق الجذب السياحي في بلادنا. إذا كان عدد زواره يزداد سنوياً بصورة ثابتة تقريباً، فيمكن تمثيل ذلك بدالة خطية تصف معدل تغير عدد الزوار بالنسبة للزمن.

المضردات:

- النظام الإحداثي ص (٥٠)
- المخطط السهمي ص (٥٠)
- المتغير المستقل ص (٥٢)
- المتغير التابع ص (٥٢)
- الدالة ص (٥٦)
- المعادلة الخطية ص (٦٣)
- الميل ص (٧٨)



المطويات

منظم أفكار

العلاقات والدوال الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول العلاقات والدوال الخطية، مبتدئاً بأربع أوراق مربعات.

٤ **سم** غلاف المطوية
بعنوان الفصل، ثم رقم الصفحات بتسلسل الدروس: وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.

٣ **قص** هامشاً طويلاً من الطرف الحر للأوراق بعرض سطرين، مبتدئاً بالورقة الأخيرة، ثم التي تسبقها وهكذا.

٢ **قص** عند خط الطي وثبت الأجزاء الثمانية معاً لتشكّل كتيباً.

١ **اطوكل** ورقة إلى نصفين من أعلى إلى أسفل.





التهيئة للفصل ٢

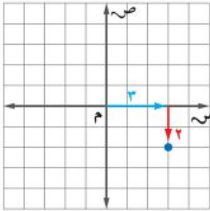
تشخيص الاستعداد:

استلزم المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال ١

مثّل النقطة (٣، -٢) في المستوى الإحداثي:



الإجابات في الصفحة التالية

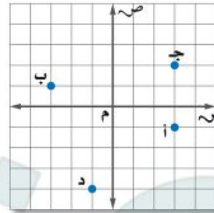
مثّل كل زوج مرتب مما يأتي في المستوى الإحداثي:

(مهارة سابقة)

(١، -٢) (٢، ٣) (٣، ٠) (٠، ٣) (٦، ٠)

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:

(٤) أ (٥) ب
(٦) ج (٧) د



مثال ٢

حل المعادلة: $3x = 9$

المعادلة الأصلية

$$3x = 9$$

اضرب كلا الطرفين في العدد $\frac{1}{3}$

$$9 \times \frac{1}{3} = 3x \times \frac{1}{3}$$

بسط

$$3 = x$$

حل كلاً من المعادلات الآتية: (الدروس ١، ٢، ٣، ٤)

$$8 = 2x \quad (٨) \quad 9 = x + 6 \quad (٩)$$

$$10 = 1 - x \quad (١٠) \quad 1 = \frac{1}{3}x \quad (١١)$$

$$12 = 2x + 4 \quad (١٢) \quad 13 = x + 2 \quad (١٣)$$

مثال ٣

احسب $\frac{أ-ب}{ج-د}$ إذا كانت $أ=٣$ ، $ب=٥$ ، $ج=٢$ ، $د=٦$.

العبرة الأصلية

عوّض قيم أ، ب، ج، د

بسط

اقسم ٢، ٤ على ق.م.أ. لهما ويساوي ٢

بسط، بما أن الإشارتين مختلفتان،

لذا فتأنيج القسمة سالب

$$\begin{aligned} \frac{أ-ب}{ج-د} &= \frac{٣-٥}{٢-٦} \\ &= \frac{-٢}{-٤} \\ &= \frac{٢ \div ٢}{-٤ \div ٢} \\ &= \frac{١}{-٢} \end{aligned}$$

أوجد قيمة $\frac{أ-ب}{ج-د}$ لكل مجموعة من القيم الآتية:

(الدرس ١-٤)

$$١٤) أ=٧، ب=٦، ج=٩، د=٥$$

$$١٥) أ=٣، ب=٠، ج=٣، د=١$$

$$١٦) أ=٥، ب=٥، ج=٥، د=٨$$

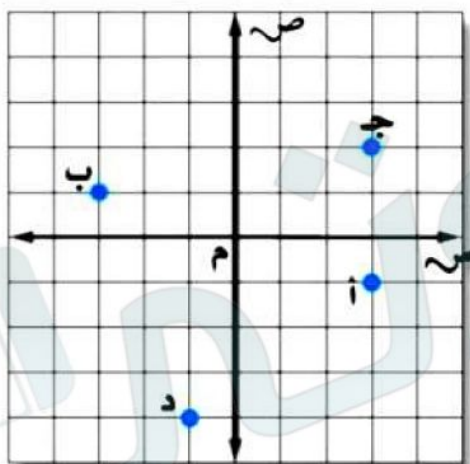
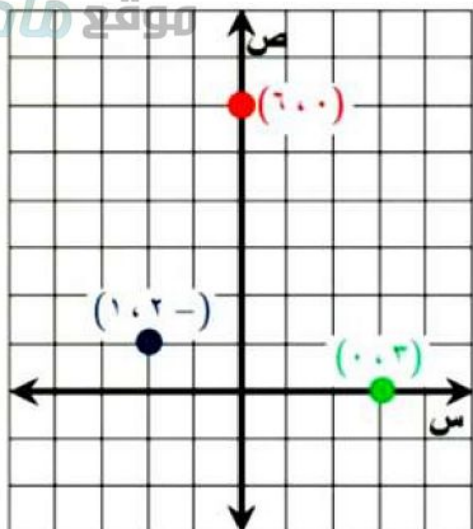
$$١٧) أ=٦، ب=٣، ج=٨، د=٢$$

الإجابات في الصفحة التالية

(۳) (۰، ۶)

(۲) (۰، ۳)

(۱) (۱، ۲-)



(۴) ا (۱، ۳)

(۵) ب (۱، ۳-)

(۶) ج (۲، ۳)

(۷) د (۴-، ۱-)

$$۵ = ۱ - س$$

$$س - ۱ = ۵$$

$$س - ۱ + ۱ = ۵ + ۱$$

$$س = ۶$$

$$۶ = ۱ + س$$

$$س + ۱ = ۶$$

$$س + ۱ - ۱ = ۶ - ۱$$

$$س = ۵$$

$$۸ = ۲س$$

$$۲س = ۸$$

$$\frac{۲س}{۲} = \frac{۸}{۲}$$

$$س = ۴$$

$$(11) \quad 1 = \frac{1}{3} \text{ س}$$

$$\frac{1}{3} \text{ س} = 1$$

$$1 \times 3 = \frac{1}{3} \text{ س} \times 3$$

$$3 = \text{س}$$

$$(12) \quad 0 = 4 + \text{س}$$

$$0 = 4 + \text{س}$$

$$4 - 0 = 4 - 4 + \text{س}$$

$$4 - = \text{س}$$

$$\frac{4-}{2} = \frac{\text{س}}{2}$$

$$2 - = \text{س}$$

$$(13) \quad 2 = 2 + \text{س}$$

$$2 = 2 + \text{س}$$

$$2 - 2 = 2 + \text{س} - 2$$

$$0 = \text{س}$$

$$(14) \quad 5 = د, 9 = ج, 6 = ب, 7 = ا$$

$$\frac{6-7}{5-9} = \frac{ا-ب}{د-ج}$$

$$\frac{1}{4} =$$

$$(15) \quad 1 = د, 3 = ج, 0 = ب, 3 = ا$$

$$\frac{0-(3-)}{(1-)-3} = \frac{ا-ب}{د-ج}$$

$$\frac{3}{4} - = \frac{3-}{1+3} =$$

$$(16) \quad 8 = د, 5 = ج, 5 = ب, 5 = ا$$

$$\frac{(5-)-(5-)}{8-5} = \frac{ا-ب}{د-ج}$$

$$\frac{0}{3-} =$$

$$0 =$$

$$(17) \quad 2 = د, 8 = ج, 3 = ب, 6 = ا$$

$$\frac{3-6-}{2-8} = \frac{ا-ب}{د-ج}$$

$$\frac{9-}{6} =$$

$$\frac{3}{2} - =$$



العلاقات

لماذا؟

كلما تعمقت في المحيط زاد الضغط على الجسم لكثرة الماء من فوقك. فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل مما يسبب ضغطاً أكبر. والمعادلة $\text{ض} = \text{ث} \times \text{ع}$ تربط ضغط الماء الكلي بالعمق. حيث إن:

$\text{ض} = \text{الضغط}$ $\text{ث} = \text{كثافة الماء}$

$\text{ت} = \text{تسارع الجاذبية الأرضية}$ $\text{ع} = \text{عمق الماء}$

(علمًا بأن ث ، ت ثابت)

فيما سبق

درست حل المعادلات بمتغير أو بمتغيرين.

والآن

■ أمثل العلاقات.

■ أفسر التمثيل البياني للعلاقات.

المفردات

النظام الإحداثي

المستوى الإحداثي

المحور x

المحور y

نقطة الأصل

الزوج المرتب

الإحداثي السيني

الإحداثي الصادي

العلاقة

المخطط السهمي

المجال

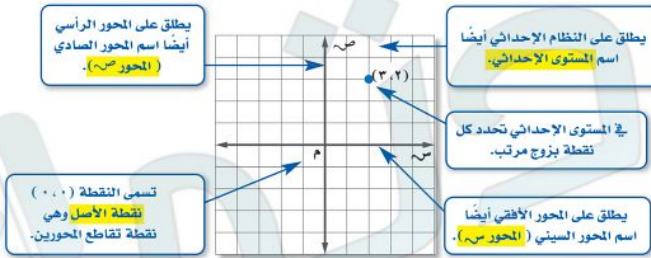
المدى

المتغير المستقل

المتغير التابع

تمثيل العلاقة: يمكن تمثيل العلاقة التي تربط بين العمق والضغط الناتج بخط مستقيم في مستوى إحداثي.

النظام الإحداثي يتكون من تقاطع خطي أعداد، هما: المحور الأفقي والمحور الرأسي.



تمثل النقط على المستوى الإحداثي باستعمال الأزواج المرتبة.

• **الزوج المرتب** عدنان يكتبان على الصورة (س، ص).

• تُسمى قيمة س **بالإحداثي السيني**، وتمثل البعد الأفقي للنقطة عن المحور س.

• تسمى قيمة ص **بالإحداثي الصادي** وتمثل البعد الرأسي للنقطة عن المحور ص.

تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**، ويمكن وصف هذه العلاقة بعدة طرائق: أزواج مرتبة، تمثيل بياني، جدول، مخطط سهمي.

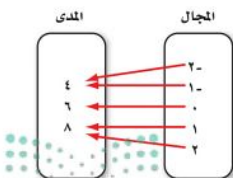
ويوضح **المخطط السهمي** كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.

ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة **المجال**،

وعلى مجموعة الأعداد الثانية **المدى**.

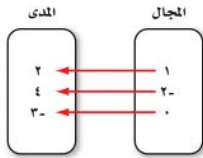
والمخطط السهمي المجاور يمثل الأزواج المرتبة:

(٨، ٢)، (٤، ١)، (٦، ٠)، (٨، ١)، (٤، ٢)

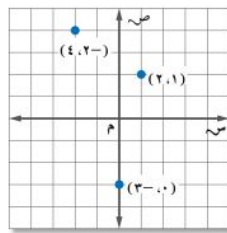


ادرس التمثيلات الآتية التي تمثل العلاقة نفسها:

مخطط سهمي



تمثيل بياني



جدول

ص	س
2	1
4	2-
3-	0

أزواج مرتبة

$(2, 1)$

$(3-, 0)$

$(4, 2-)$

إرشادات للدراسة

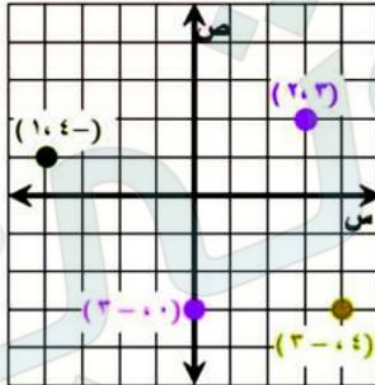
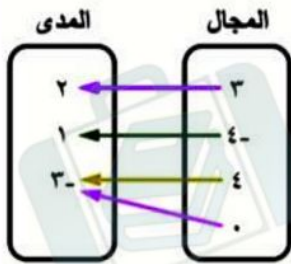
التمثيلات المتعددة:

يخدم كل تمثيل للعلاقة الواحدة غرضًا مختلفًا. فالتمثيل البياني يبين النمط بين النقاط. ونستدل من المخطط السهمي على ارتباط عدة عناصر بالعنصر نفسه.

بما أن قيم س في العلاقة هي عناصر المجال، وقيم ص هي عناصر المدى، فإن المجال في العلاقة أعلاه هو: $\{1, 0, 2-\}$ ، والمدى هو: $\{4, 2, 3-\}$.

تحقق من فهمك

١ أ) مثل العلاقة $\{(3-, 0), (1, 4-), (2, 3), (3-, 4), (2, 3)\}$ بجدول، وبيانيًا، وبالمخطط السهمي.



ص	س
3-	4
2	3
1	4-
3-	0

إرشادات للدراسة

العناصر المكررة:

عند تمثيل العلاقة بجدول تكتب العناصر المكررة في المجال أو المدى، ولا تكتب مكررة عند التمثيل بالمخطط السهمي.

١ ب) حدد كلاً من: المجال والمدى.

المجال هو: $\{4, 3, 0, 4-\}$

المدى هو: $\{2, 1, 3-\}$

يسمى المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة **المتغير المستقل**، أما المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل فيسمى **المتغير التابع**.

تحقق من فهمك

حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

(١٢) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة.

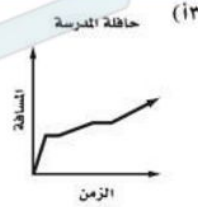
درجة الحرارة متغير مستقل، لأنها لا تتأثر بضغط الهواء داخل الإطار، أما ضغط الهواء داخل الإطار فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على درجة الحرارة

(٢ب) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.

كمية المطر متغير مستقل، لأنها لا تتأثر بمستوى سطح الماء في النهر، أما مستوى سطح الماء في النهر فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على كمية المطر

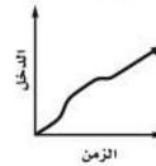
تحقق من فهمك

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:



يشير التمثيل إلى فترتي توقف للحافلة، وأن الحافلة كانت سريعة في أول فترة ثم تباطأت.

(٢٣) التغيير في الدخل



يزداد الدخل الكلي بازدياد الوقت ولكن ليس بمعدل ثابت.



الرابط مع الحياة

مهرجان الجنادرية:

مهرجان الجنادرية مهرجان تراثي وثقافي كبير يقام في المملكة العربية السعودية سنوياً منذ عام ١٤٠٥ هـ، ويجمع بين الماضي والحاضر، ويجذب العديد من الزوار.



وزارة التعليم

Ministry of Education

2022 - 1444

الإجابات في الصفحة التالية

تأكد

مثال ١

مثّل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًا، وبمخطط سهمي، ثم حدّد كلّاً من مجالها ومدّها:
(١) $\{(٣، ٤)، (٢، ٢)، (٥، ٦)\}$ (٢) $\{(٥، ٧)، (١، ٤)، (٠، ٥)، (٢، ٣)\}$

مثال ٢

حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلّ علاقة فيما يأتي:

(٣) زيادة درجة حرارة مُركَّب داخل وعاء محكم الإغلاق تزيد من الضغط داخل الوعاء.

(٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشترى بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

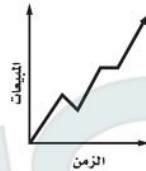
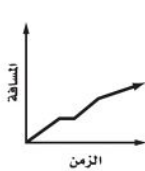
(٥) يجري محل تجاري تخفيضات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكثر.

مثال ٣

صف كلّاً من التمثيلين البيانيين الآتيين:

(٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري.

(٦) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات شركة عبر الإنترنت.



الإجابات في الصفحة التالية

تدرب وحل

مثال ١

مثّل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًا، وبمخطط سهمي، ثم حدّد كلّاً من مجالها ومدّها:
(٨) $\{(١، ١)، (٤، ٦)، (٢، ٣)، (٠، ٠)\}$ (٩) $\{(٢، ٥)، (٢، ٣)، (٠، ٢)، (٥، ٢)\}$

(١٠) $\{(٧، ٣)، (٨، ١)، (٦، ٣)، (٣، ١)\}$ (١١) $\{(٥، ١)، (٢، ٢)، (٢، ٧)، (٣، ١)، (٣، ٤)\}$

مثال ٢

حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلّ علاقة فيما يأتي:

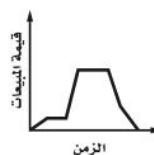
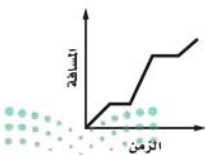
(١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركاً، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

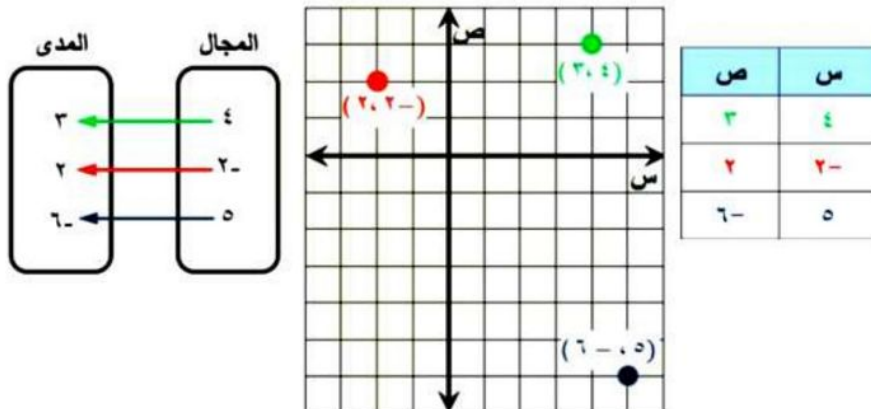
(١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورة أسرع، فإنه يستغرق وقتاً أطول للموقف التام.

مثال ٣

صف كل تمثيل بياني فيما يأتي:

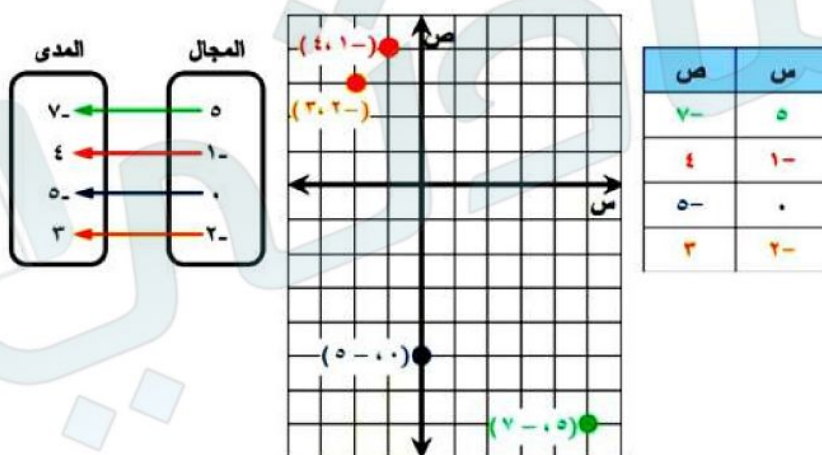
(١٤) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات محل للأدوات الرياضية.
(١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه قيمة لوحة فنية نادرة.
(١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها سيارة.





المجال هو: $\{٤, ٢-, ٥\}$ ، والمدى هو: $\{٣, ٢, ٦-\}$

(٢) $\{(٣, ٢-), (٥, ٠), (٤, ١-), (٧, ٥)\}$



المجال هو: $\{٥, ٠, ١-, ٢-\}$ ، والمدى هو: $\{٤, ٣, ٥-\}$

(٣) زيادة درجة حرارة مُركَّب داخل وعاء محكم الإغلاق تزيد من الضغط داخل الوعاء.

المتغير المستقل: درجة الحرارة المركب.

المتغير التابع: الضغط داخل الوعاء.

٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشترى بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

المتغير المستقل: عدد بطاقات الدخول.

المتغير التابع: المبلغ المدفوع.

٥) يجري محل تجاري تخفيضات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكثر.

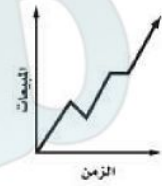
المتغير المستقل: المبيعات.

المتغير التابع: الربح.

٦) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات شركة عبر الإنترنت.

بصورة عامة تزداد المبيعات بثبات

مع وجود فترتين تتناقص المبيعات في إحداها وتبقى ثابتة في الأخرى



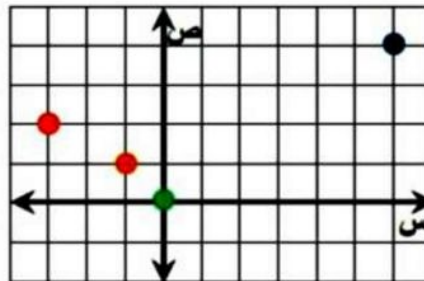
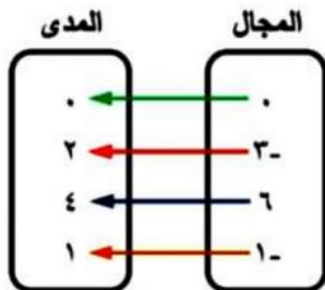
٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري.

بدأ ياسر بالجري، ثم توقف لفترة زمنية قصيرة

ثم تابع بالسرعة نفسها وأخيراً خفف من سرعته قليلاً

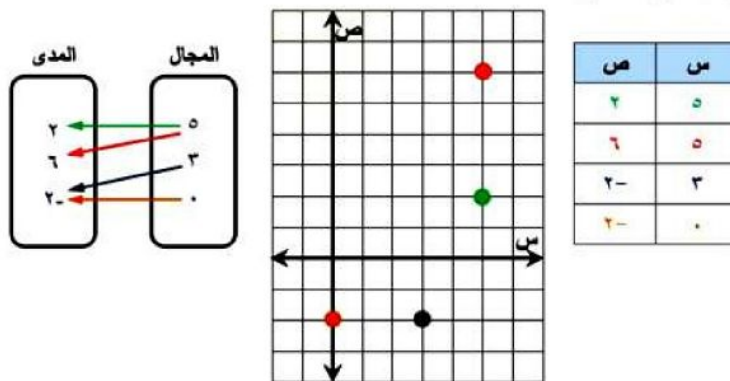


٨) $\{(1, -1), (4, 6), (2, -3), (0, 0)\}$

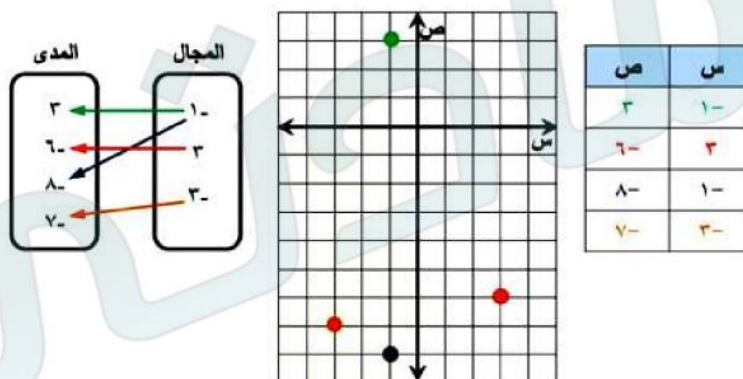


ص	س
٠	٠
٢	٣-
٤	٦
١	١-

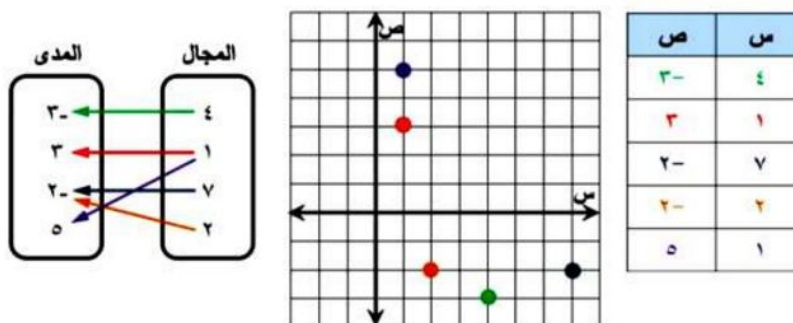
المجال هو: $\{-3, 0, 1, 6\}$ ، والمدى هو: $\{0, 2, 4, 6\}$



المجال هو: $\{٥, ٣, ٠\}$ ، والمدى هو: $\{٦, ٢, ٢-\}$



المجال هو: $\{٣, ١-, ٣-\}$ ، والمدى هو: $\{٣, ٦-, ٧-, ٨-\}$



المجال هو: $\{٧, ٤, ٢, ١\}$ ، والمدى هو: $\{٥, ٣, ٢-, ٣-\}$

١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركاً، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

المتغير المستقل: عدد الطلاب الذين حضروا الغداء المشترك.

المتغير التابع: كمية الطعام في الغداء المشترك.

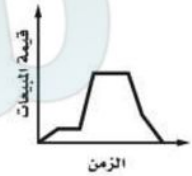
١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورة أسرع، فإنه يستغرق وقتاً أطول للوقوف التام.

المتغير المستقل: سرعة السيارة.

المتغير التابع: الزمن اللازم لتقف السيارة.

١٤) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات محل للأدوات الرياضية.

يشير التمثيل البياني إلى زيادة مبيعات الأدوات الرياضية، ثم ثباتها لفترة، ثم زيادتها بصورة حادة، ثم ثباتها مرة أخرى، ثم نقصانها بحدّة، ثم يستمر نقصانها تدريجياً إلى أن عادت إلى مستوى المبيعات في بداية التمثيل البياني



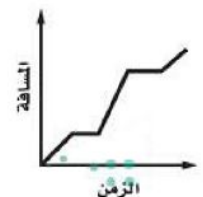
١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه قيمة لوحة فنية نادرة.

تزداد قيمة اللوحة بسرعة عالية.

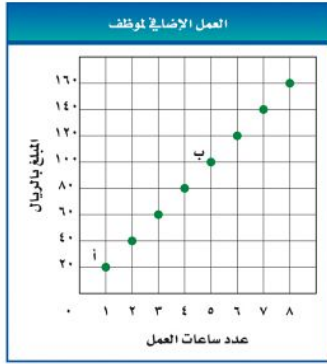


١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها سيارة.

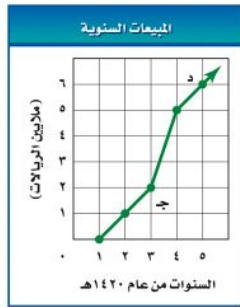
تحركت سيارة ثم توقفت، ثم تحركت بسرعة، بعدها توقفت السيارة للمرة الثانية ثم واصلت الحركة



الإجابات في الصفحة التالية

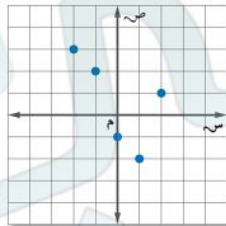


- استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٧ - ١٩:
- (١٧) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيّن ماذا يمثل.
- (١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيّن ماذا يمثل.
- (١٩) عيّن كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.



- استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ٢٠ - ٢٢:
- (٢٠) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ج، وبيّن ماذا يمثل.
- (٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د، وبيّن ماذا يمثل.
- (٢٢) عيّن كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

مثّل كل علاقة فيما يأتي في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة، وحدّد كلّاً من مجالها ومداهما:



(٢٣)

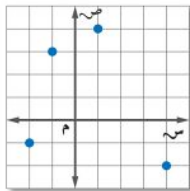
أسعار السمك	
الكتلة (كجم)	السعر (ريال)
١	٢٥
٢	٥٠
٥	١٢٥
٨	١٥٠



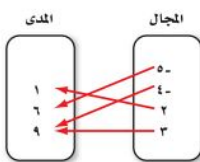
الربط مع الحياة

تعدّ الأسماك طعاماً مغذياً ومفيداً، فهي تحوي كثيراً من العناصر الغذائية، مثل: الحديد والأملاح المعدنية والفوسفور والزنك والنحاس والكالسيوم.

مثّل كل علاقة فيما يأتي بمجموعة أزواج مرتبة:



(٢٦)



(٢٥)

ص	س
١-	٤
٩	٨
٦-	٢-
٣-	٧

المصدر: الموقع الرسمي للهيئة العامة لتنمية الثروة السمكية.



١٧) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيّن ماذا يمثل.

أ - (١ ، ٢٠)

يحصل الموظف على ٢٠ ريال مقابل ساعة عمل إضافية واحدة.

١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيّن ماذا يمثل.

ب - (٥ ، ١٠٠)

يحصل الموظف على ١٠٠ ريال مقابل خمس ساعة عمل إضافية.

١٩) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

المتغير المستقل: عدد ساعات العمل الإضافية.

المتغير التابع: المبلغ الذي يحصل عليه الموظف.

٢٠) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ج، وبيّن ماذا يمثل.

ج - (٣ ، ٢)

قيمة المبيعات عام ١٤٢٣ هـ كانت مليوني ريال.

٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د، وبيّن ماذا يمثل.

د - (٥ ، ٦)

قيمة المبيعات عام ١٤٢٥ هـ كانت ستة ملايين ريال.

٢٢) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

المتغير المستقل: العام.

المتغير التابع: قيمة المبيعات السنوية.

(٢٣)

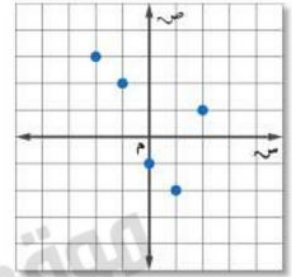
أسعار السمك	
الكتلة (كجم)	السعر (ريال)
١	٢٥
٢	٥٠
٥	١٢٥
٨	١٥٠

$[(١٥٠, ٨), (١٢٥, ٥), (٥٠, ٢), (٢٥, ١)]$

المجال: $\{٨, ٥, ٢, ١\}$

المدى: $\{١٥٠, ١٢٥, ٥٠, ٢٥\}$

(٢٤)



$[(١, ٢), (٢, ١), (١, ٠), (٢, ١), (٣, ٢)]$

المجال: $\{٢, ١, ٠, ١, ٢\}$

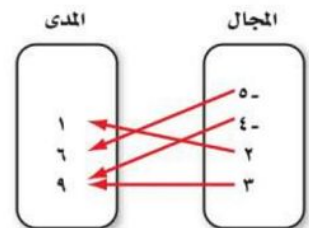
المدى: $\{٣, ٢, ١, ١, ٢\}$

(٢٥)

ص	س
١	٤
٩	٨
٦	٢
٣	٧

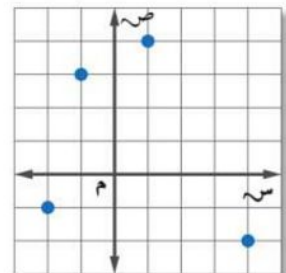
$[(٣, ٧), (٦, ٢), (٩, ٨), (١, ٤)]$

(٢٦)



$[(٩, ٣), (١, ٢), (٩, ٤), (٦, ٥)]$

(٢٧)



$[(١, ٢), (٣, ١), (٤, ١), (٢, ٤)]$

التمثيل أ

التمثيل ب

التمثيل جـ

(٢٩) **سيارة:** تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنتاجها.

(٣٠) **رياضة:** يتنقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.

(٣١) **علم الأحياء:** يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلو جرام ماء تقريباً لكل ٣ كيلو جرامات من كتلة جسمه. ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة $2 = (\frac{2}{3})$ ، حيث تمثل (و) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (ج) كتلة الجسم.

(أ) كَوْنُ جدولاً يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتلتهم: ٧٠، ٦٥، ٦٠، ٥٥، ٥٠، ٨٠، ٧٥ كيلوجراماً، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضرورياً.

(ب) حدّد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

(ج) حدّد كلّاً من المجال والمدى، ثمّ مثلّ العلاقة بيانياً.

المصدر: الموقع الرسمي
للاتحاد الدولي للترياثلون.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٢) **مسألة مفتوحة:** صف موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبين كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مثل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة.

(٣٣) **تحدُّ:** صف موقفًا من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى.

(٣٤) **اكتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة.

تدریب علی اختبار

(٣٥) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة: $6(3 - ج) + 2(11 - ج)$ ؟

(ا) ۲ (۲۰-ج) (ب) ۸ (۱۴-ج) (ج) ۸ (۵-ج) (د) ۱۰ (۴-ج)

مراجعة تراكمية

حلّ كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض $\{1, 2, 3, 4, 5\}$: (الدرس ١-١)

$$2 + \frac{20}{2} = 17 \quad (38)$$

$$11 + س = 15 \quad (37)$$

$$42 = (5 + 3)6 \quad (36)$$

(٣٩) حل المعادلة: $|س - ٣| = ٣$. (الدرس ١-٥)

٤٠) حل المعادلة $3س = 6س - ٦$. (الدرس ١-٤)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

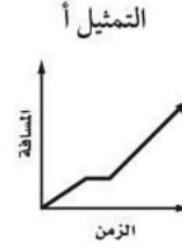
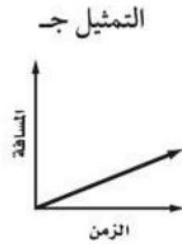
أوجد ناتج كلا مما يأتي:

$$\xi + {}^2(\gamma) \gamma (\xi)$$

$$3 \times 0 + 2 \quad (42)$$

$$^2[(1-2) \times 0] \quad (43)$$

٢٨) رياضة تنافسية: بناءً على المعلومات المكتوبة إلى اليمين، أي التمثيلات الآتية هي أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي؟ ولماذا؟

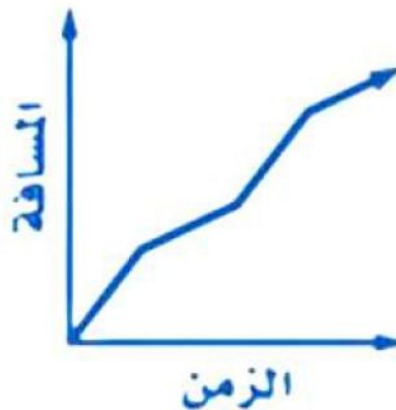


التمثيل ب هو أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي، حيث يشير إلى فترتي توقف يقوم بها الرياضي استعداداً للحدث القادم

٢٩) سيارة: تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنتاجها.



٣٠) رياضة: يتنقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.



(٣١) علم الأحياء: يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلوجرام ماء تقريباً لكل ٣ كيلوجرامات من كتلة جسمه.

ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة $و = ٢ \left(\frac{ج}{٣}\right)$ ، حيث تمثل (و) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (ج) كتلة الجسم.

(أ) كوّن جدولاً يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتلهم: ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠ كيلوجراماً، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضرورياً.

كتلة الجسم (ج)	٥٠	٥٥	٦٠	٦٥	٧٠	٧٥	٨٠
كتلة الماء $و = ٢ \left(\frac{ج}{٣}\right)$	٣٣,٣	٣٦,٦	٤٠	٤٣,٣	٤٦,٧	٥٠	٥٣,٣

(ب) حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

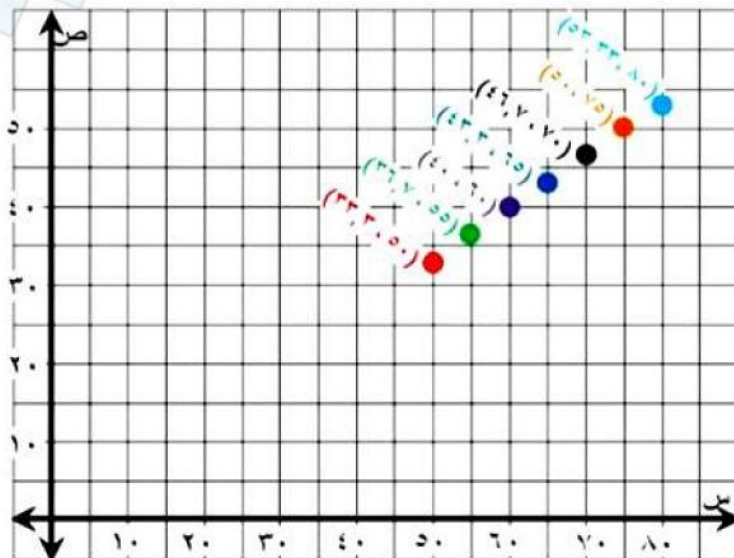
المتغير المستقل: كتلة الجسم (ج).

المتغير التابع: كتلة الماء في الجسم (و).

(ج) حدّد كلّاً من المجال والمدى، ثمّ مثل العلاقة بيانياً.

المجال: {٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠}

المدى: {٣٣,٣، ٣٦,٧، ٤٠، ٤٣,٣، ٤٦,٧، ٥٠، ٥٣,٣}

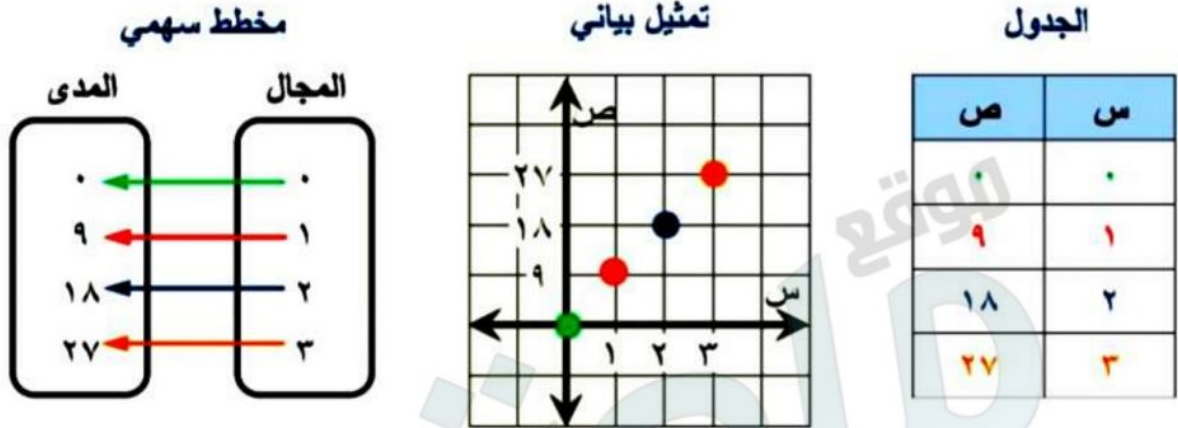


(٣٢) **مسألة مفتوحة:** صف موقفاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبين كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مثل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة.

عدد بطاقات المسرح المبيعة والتمن الكلي للبطاقات يمكن أن يمثل بعلاقة، إذ يعتمد الثمن الكلي للبطاقات على عدد البطاقات المبيعة

$$\{(0, 0), (1, 9), (2, 18), (3, 27)\}$$

تمثيل العلاقة بثلاث طرائق مختلفة:



(٣٣) **تحذ:** صف موقفاً من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى.

في بعض الدول يكون متوسط درجات الحرارة سالباً في فصل الشتاء

حيث أن فصل الشتاء يمثل المجال ومتوسط درجات الحرارة يمثل المدى.

(٣٤) **اكتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة.

تعتمد قيمة المتغير التابع على قيمة المتغير المستقل.

عمق الماء متغير مستقل، لأنه لا يتأثر بالضغط تحت الماء، أما الضغط تحت الماء فيكون متغيراً تابعاً،

لأن مقداره يعتمد على عمق الماء.

(٣٥) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة: $6(-3) + 2(-11)$ جـ؟

(د) -40 جـ

(ج) $8(-5)$ جـ

(ب) $8(-14)$ جـ

(أ) $2(-20)$ جـ

عوض عن س في المعادلة ٦ (س + ٥) = ٤٢ بجميع قيم مجموعة التعويض.

خطأ $٦ (٥ + (١)) = ٤٢$

صحيح $٦ (٥ + (٢)) = ٤٢$

خطأ $٦ (٥ + (٣)) = ٤٢$

خطأ $٦ (٥ + (٤)) = ٤٢$

خطأ $٦ (٥ + (٥)) = ٤٢$

بما أن المعادلة صحيحة عندما س = ٢ ، فإن حل المعادلة ٦ (س + ٥) = ٤٢ هو س = ٢ وتكون مجموعة الحل: {٢}.

(٣٧) ١٥ = س + ١١

عوض عن س في المعادلة ١٥ = س + ١١ بجميع قيم مجموعة التعويض.

خطأ $١١ + ١ = ١٥$

خطأ $١١ + ٢ = ١٥$

خطأ $١١ + ٣ = ١٥$

صحيح $١١ + ٤ = ١٥$

خطأ $١١ + ٥ = ١٥$

بما أن المعادلة صحيحة عندما س = ٤ ، فإن حل المعادلة ١٥ = س + ١١ هو س = ٤ وتكون مجموعة الحل: {٤}.

عوض عن و في المعادلة $2 + \frac{45}{9} = 17$ بجميع قيم مجموعة التعويض.

خطأ $2 + \frac{45}{1} = 17$

خطأ $2 + \frac{45}{2} = 17$

صحيح $2 + \frac{45}{3} = 17$

خطأ $2 + \frac{45}{4} = 17$

خطأ $2 + \frac{45}{5} = 17$

بما أن المعادلة صحيحة عندما $3 =$ ، فإن حل المعادلة $2 + \frac{45}{9} = 17$ هو $3 =$

وتكون مجموعة الحل: $\{3\}$.

(٣٩) حل المعادلة: $3 = |3 - س|$.

س - 3 = 3 -

س - 3 = 3 -

س - 3 + 3 = 3 - + 3

س - 3 + 3 = 3 + 3 -

س = 0

س = 0

(٤٠) حل المعادلة $3س = 6س - 6$.

3س = 6س - 6

3س - 3س = 6س - 6س - 6

0 = 6س - 6

0 + 6 = 6س - 6 + 6

6 = 3س

$\frac{6}{3} = \frac{3س}{3}$

2 = س

$$4 + 2(2)3 \quad (41)$$

$$4 + (4)3 = 4 + 2(2)3$$

$$4 + 12 =$$

$$16 =$$

$$3 \times 5 + 2 \quad (42)$$

$$15 + 2 = 3 \times 5 + 2$$

$$17 =$$

$$2[(1-2) \times 5] \quad (43)$$

$$2[(1) \times 5] = 2[(1-2) \times 5]$$

$$2[5] =$$

$$25 =$$



الدوال

لماذا؟



يطلق على المسافة التي تقطعها سيارة للوقوف التام عند استعمال المكابح مسافة التوقف. وكلما كانت السيارة أسرع كانت مسافة التوقف أطول. وتمثل مسافة التوقف دالة لسرعة السيارة.

تحديد الدوال: الدالة علاقة تربط المدخلات بالمخرجات، على أن يكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة.

فيما سبق

درست العلاقات وتمثيلها وتفسيرها.

والآن

- أحدد ما إذا كانت العلاقة دالة أم لا.
- أجد قيم دالة.

المفردات

الدالة

الدالة المنفصلة

الدالة المتصلة

اختبار الخط الرأسي

الدالة غير الخطية

مفهوم أساسي

الدالة

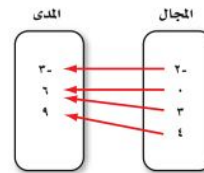
التعبير اللفظي: الدالة هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى.

أمثلة:

مثال ١ تحديد الدوال

هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسر ذلك.

كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى. لذا فإن هذا المخطط السهمي يمثل دالة. ولا يؤثر ارتباط أكثر من عنصر في المجال بعنصر واحد من المدى.



ارتبط العنصر ١ في المجال بالعنصرين ٤، -٤ في المدى. لذا فإنه يوجد أكثر من قيمة ممكنة لـ ص عندما س = ١. وبالتالي فإن هذه العلاقة ليست دالة.

المجال	١	٣	٥	١
المدى	٤	٢	٤	-٤

(ب)

تحقق من فهمك

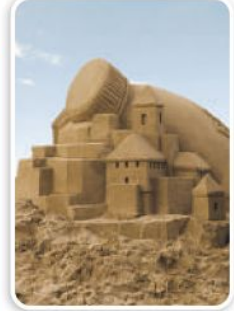
(١) هل تشكل العلاقة الآتية دالة؟ فسر ذلك.

$$\{(2, -2), (1, 3), (2, -3), (1, 2)\}$$

ليست دالة، لأن العنصر ٢ في المجال ارتبط بالعنصرين ١، -٢.

تُسمى الدالة التي تُمثل بيانياً بنقاط غير متصلة **دالة منفصلة**.
أما الدالة التي تُمثل بخط أو منحنى دون انقطاع فتُسمى **دالة متصلة**.

مثال ٢ التمثيل البياني



الربط مع الحياة

تنظم مسابقات في بناء القلاع فوق رمال الشاطئ يشارك فيها الكبار والصغار. وتتكون هذه القلاع عادة من أشكال هندسية مختلفة.

البناء فوق الرمال: في مسابقة لبناء القلاع فوق رمال الشاطئ بلغ عدد القلاع التي بناها كل فريق على النحو الآتي: الفريق الأول: ٤ قلاع؛ الفريق الثاني: ٥ قلاع؛ الفريق الثالث: ٣ قلاع؛ الفريق الرابع: ٦ قلاع؛ الفريق الخامس: ٤ قلاع.

(أ) كَوّن جدولاً للقيم التي تظهر العلاقة بين رقم الفريق وعدد قلاعه.

الفريق	١	٢	٣	٤	٥
عدد القلاع	٤	٥	٣	٦	٤

(ب) حدّد كلاً من مجال الدالة ومداهما:

مجال الدالة هو: $\{١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$ ؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير المستقل الذي لا يتأثر بعدد القلاع.

مدى الدالة هو: $\{٤, ٥, ٣, ٦, ٤\}$ ؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير التابع. وتعتمد هذه القيم على رقم الفريق.

(ج) اكتب البيانات في صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانياً.

بناءً على الجدول، وبما أن رقم الفريق متغير مستقل وعدد القلاع متغير تابع، لذا فالأزواج المرتبة هي:
(١، ٤)، (٢، ٥)، (٣، ٣)، (٤، ٦)، (٥، ٤). وبما أن أرقام الفرق وعدد قلاعهم المناظرة لها لا يمكن أن تأخذ قيمًا بين النقاط المعطاة، لذا يجب عدم وصل هذه النقاط.

(د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر إجابتك.

بما أنه لا يمكن وصل هذه النقاط، فالدالة منفصلة.

تحقق من فهمك

(٢) يتسع وعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ١,٣ كجم، وكتلته وهو ممتلئ ٤,٣ كجم.

(أ) كَوّن جدولاً يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠, ١, ٢, ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

(ب) حدّد كلاً من: مجال الدالة ومداهما.

(ج) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانياً.

(د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك.



الإجابات في الصفحة التالية

(٢) يتسع وعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ١,٣ كجم، وكتلته وهو ممتلئ ٤,٣ كجم.
 (أ) كوّن جدولاً يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠, ١, ٢, ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

كمية الحبوب	٠	١	٢	٣
الكتلة	١,٣	٢,٣	٣,٣	٤,٣

(ب) حدّد كلّاً من: مجال الدالة ومداهما.

مجال الدالة هو: $\{٠, ١, ٢, ٣\}$.

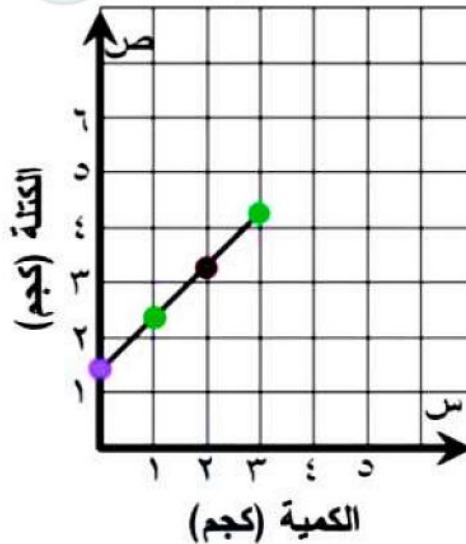
مدى الدالة هو: $\{١,٣, ٢,٣, ٣,٣, ٤,٣\}$.

(ج) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانياً.

بناءً على الجدول، وبما أن كمية الحبوب متغير مستقل والكتلة متغير تابع، لذا فالأزواج المرتبة هي:

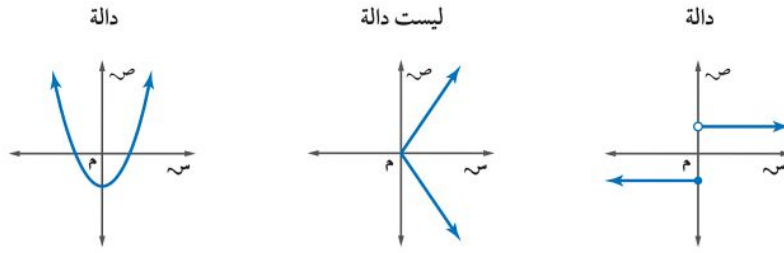
$(٠, ١,٣), (١, ٢,٣), (٢, ٣,٣), (٣, ٤,٣)$

كتلة الحبوب



(د) بين ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك. الدالة متصلة، لأنها تُمثل بخط دون انقطاع.

يمكنك استعمال اختبار الخط الرأسي لتتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا، فإذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإن العلاقة لا تمثل دالة. وإلا فالعلاقة دالة.



تذكر أن المعادلة هي تمثيل للعلاقة، فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة.

تحقق من فهمك

هل تمثل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

٣أ) $٨ = ٤س$

$٨ = ٤س$

$\frac{٨}{٤} = \frac{٤س}{٤}$

$٢ = س$

المعادلة ليست دالة.

إرشادات للدراسة

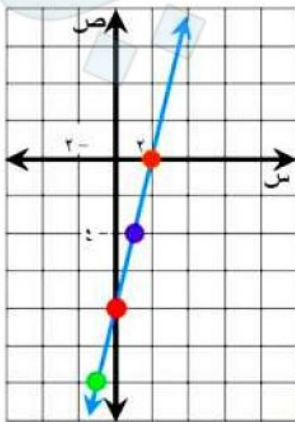
اختبار الخط الرأسي
إحدى طرائق إجراء اختبار الخط الرأسي هي استعمال قلم الرصاص. ضع قلمك رأسيًا على الرسم وتحرك لأعلى ولأسفل. فإذا قطع القلم التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

٣ب) $٨ + ص = ٤س$

المعادلة تمثل دالة

$٨ + ص = ٤س$

٢	١	٠	١-	س
٠	٤-	٨-	١٢-	ص



التمثيل البياني للمعادلة يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أنه لا يمكن لأي خط رأسي أن يقطع التمثيل البياني بأكثر من نقطة

إيجاد قيم دالة : يمكن كتابة المعادلات التي تمثل دوال باستعمال رمز الدالة. فمثلاً: $ص = 3س - 8$.

رمز الدالة	المعادلة
$ص = 3س - 8$	$ص = 3س - 8$

تمثل قيم س في الدالة عناصر المجال، وتمثل قيم د (س) عناصر المدى. فمثلاً د(5) وتقرأ "دال 5" تمثل قيمة الدالة عندما $س = 5$. ويتم إيجادها بتعويض 5 بدلاً من س في الدالة.

إرشادات للدراسة

رمز الدالة

يشار إلى الدالة بالرمز د(س) ويقرأ دال سين. ويمكن استعمال حروف أخرى غير حرف الدال مثل جـ أو هـ للتعبير عن الدالة جـ(س) أو هـ(س) وهكذا.

مثال 4 قيم الدالة

أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = $4س + 7$.

د(2)

$$\begin{aligned} د(2) &= 4(2) + 7 \\ &= 8 + 7 \\ &= 15 \end{aligned}$$

د(3-)

$$د(3-) = 4(3-) + 7 = 12 - 4 + 7 = 5$$

الإجابات في الصفحة التالية

تحقق من فهمك

أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = $2س - 3$.

د(1) د(4) د(6-) د(1-)+د(2)

الدالة التي يختلف أس متغيرها عن العدد 1 تسمى **دالة غير خطية**، وتمثيلها البياني ليس خطاً مستقيماً.

مثال 5 قيم الدالة غير الخطية

إذا كان: هـ(ت) = $16ت^2 + 68ت + 2$ ، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

هـ(4)

$$\begin{aligned} هـ(4) &= 16(4)^2 + 68(4) + 2 \\ &= 256 + 272 + 2 \\ &= 530 \end{aligned}$$

2هـ(ج)

$$\begin{aligned} 2هـ(ج) &= 2[16(ج)^2 + 68(ج) + 2] \\ &= 2[16ج^2 + 68ج + 2] \\ &= 32ج^2 + 136ج + 4 \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

إذا كان د(ت) = $2ت^3$ ، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

د(4) د(3) د(3-)-د(1)

الإجابات في الصفحة التالية

٤٦ (ب) ٦-د(٥) موقعه مادتې ٦-د(٥) $[3 - (5)^2] - 6 =$ $[3 - 10] - 6 =$ $[7] - 6 =$ $1 - =$	٤٦ (ا) د(١) د(١) $3 - (1)^2 =$ $3 - 2 =$ $1 - =$
٤٥ (ا) د(٤) د(٤) $3(4)^2 =$ $64 \times 2 =$ $128 =$	٤٦ (ج) د(١-) + د(٢) د(١-) + د(٢) $[3 - (2)^2] + [3 - (1-)^2] =$ $[3 - 4] + [3 - 2 -] =$ $1 + 5 - =$ $4 - =$
٥٦ (ج) د(٣-) - د(١) د(١-) + د(٢) $[3(1)^2] - [3(3-)^2] =$ $[(1)^2] - [(27-)^2] =$ $2 - 54 - =$ $56 - =$	٥٦ (ب) ٣ [د(ت)] + ٢ ٣ [د(ت)] + ٢ $2 + [3(2)^2] 3 =$ $2 + 3(6) 6 =$

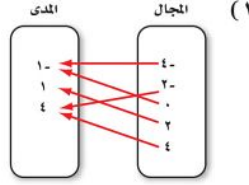
الإجابات في الصفحة التالية

تأكد

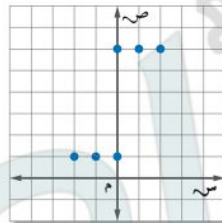
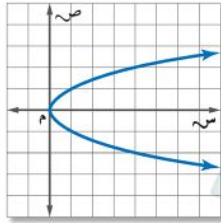
المثالان ١، ٣ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسّر إجابتك.

المجال	المدى
٢	٦
٥	٧
٦	٩
٦	١٠

(٢)



(٤) ص $\frac{1}{3}$ س - ٦ $\{(٤, -٢), (٢, ٥), (٥, ١-), (٢, ٢)\}$ (٣)



مثال ٢ (٧) حج: بيّن الجدول الآتي عدد حجاج الداخل مقرباً إلى أقرب ألف:

العام	١٤٣٥ هـ	١٤٣٦ هـ	١٤٣٧ هـ	١٤٣٨ هـ
عدد حجاج الداخل بالآلاف	٣٤٠	٢٠٨	٢٠٧	٦٠٠

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء stats.gov.sa

(أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة بدءاً من العام ١٤٣٥ هـ.

(ب) مثل العلاقة التي تربط السنوات بعدد حجاج الداخل بيانياً.

(ج) ما مجال هذه العلاقة؟ وما مداها؟

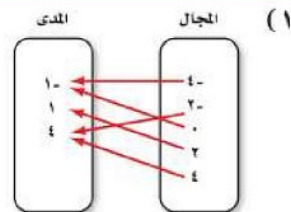
المثالان ٤، ٥ إذا كان د (س) = ٦ س + ٧، هـ (س) = ٤ س - ٢، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

- (٨) د (٣-) (٩) د (م) (١٠) د (ر-) (١١) هـ (٥) (١٢) هـ (أ) (١٣) هـ (٤-) (١٤) د (ك+) (١٥) د (٢) + هـ (٢-) (١٦) هـ (ب-)



المخطط السهمي يمثل دالة.

لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.



هذه العلاقة ليست دالة.

لأن العنصر ٦ في المجال يرتبط بالعنصرين ٩ ، ١٠ في المدى.

(٢)

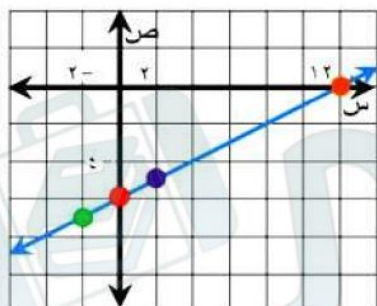
المدى	المجال
٦	٢
٧	٥
٩	٦
١٠	٦

(٣) $\{(٢, ٢), (٥, ١), (٢, ٥), (٤, ٢)\}$

هذه العلاقة ليست دالة ، لأن العنصر ٢ في المجال يرتبط بالعنصرين ٢ ، ٤ في المدى.

كون جدولاً للقيم، ثم مثل المعادلة.

(٤) $ص = \frac{١}{٢} س - ٦$



١٢	٢	٠	٢-	س
٠	٥-	٦-	٧-	ص

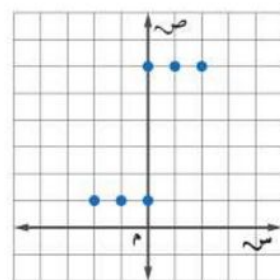
المعادلة تمثل دالة.

لأن التمثيل البياني للمعادلة يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أنه لا يمكن لأي خط رأسي أن يقطع التمثيل البياني بأكثر من نقطة

هذه العلاقة ليست دالة.

لأن التمثيل البياني لا يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أن الخط الرأسي يمر

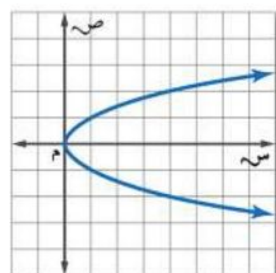
بأكثر من نقطة على التمثيل البياني، فعندما $س = ٠$ فإن $ص = ١$ ، ٦



هذه العلاقة ليست دالة.

لأن التمثيل البياني لا يحقق اختبار الخط الرأسي

حيث نلاحظ أن الخط الرأسي يمر بأكثر من نقطة على التمثيل البياني .



(٧) حج: يبيّن الجدول الآتي عدد حجاج الداخل مقرباً إلى أقرب ألف:

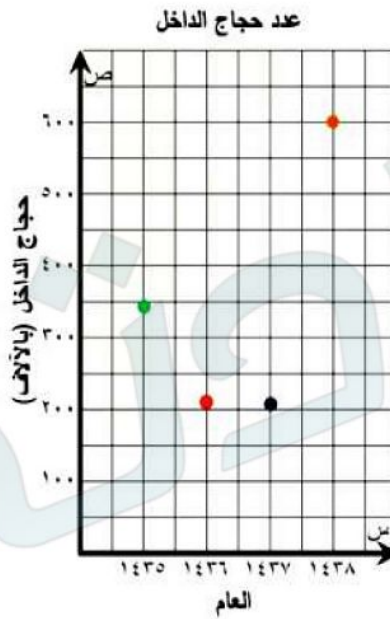
العام	١٤٣٥ هـ	١٤٣٦ هـ	١٤٣٧ هـ	١٤٣٨ هـ
عدد حجاج الداخل بالآلاف	٣٤٠	٢٠٨	٢٠٧	٦٠٠

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء stats.gov.sa

(أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة بدءاً من العام ١٤٣٥ هـ.

(١٤٣٥ ، ٣٤٠) ، (١٤٣٦ ، ٢٠٨) ، (١٤٣٧ ، ٢٠٧) ، (١٤٣٨ ، ٦٠٠)

(ب) مثل العلاقة التي تربط السنوات بعدد حجاج الداخل بيانياً.



(ج) ما مجال هذه العلاقة؟ وما مداها؟ المجال: هو العام ، والمدى: عدد حجاج الداخل.

١٠ د (٢-ر)

$$٧ + (٢ - ر)٦ = (٢ - ر) د$$

$$٧ + ١٢ - ر٦ =$$

$$٥ - ر٦ =$$

٩ د (م)

$$٧ + (م)٦ = (م) د$$

$$٧ + م٦ =$$

٨ د (٣-)

$$٧ + (٣ -)٦ = (٣ -) د$$

$$٧ + ١٨ - =$$

$$١١ - =$$



(١٢) هـ (أ)

$$\text{هـ (أ)} = (٤) - ٢$$

$$= \text{أ} - ٢$$

(١١) هـ (٥)

$$\text{هـ (٥)} = (٤) - ٢$$

$$= ٥ - ٢$$

$$= ٣$$

(١٤) د (ك + ١)

$$\text{د (ك + ١)} = ٦ + (١ + ك) + ٧$$

$$= ٦ + ك + ٦ + ٧$$

$$= ١٩ + ك$$

(١٣) هـ (-٤ ت)

$$\text{هـ (-٤ ت)} = (-٤ ت) - ٢$$

$$= ١٦ ت - ٢$$

(١٦) هـ (-ب)

$$\text{هـ (-ب)} = (-ب) - ٢$$

$$= \text{ب} - ٢$$

(١٥) د (٢) + هـ (-٢)

$$\text{د (٢) + هـ (-٢)} = (-٢) + ٧ + (٢) + ٢ - ٢$$

$$= ٢ + ٧ + ٢ - ٤ - ٢$$

$$= ١٢ + ٧ - ٤ - ٢$$

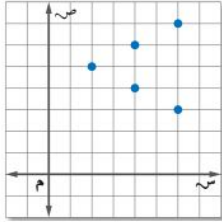
$$= ١٩$$

الإجابات في الصفحة التالية

تدرب وحل المس

مثال ١

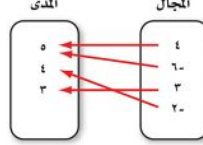
هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسر إجابتك.



(١٩)

المجال	المدى
٤	٦
٥	٣
٦	٣
٥	٥

(١٨)



(١٧)

السنة	السعر بالريال
١٤٣٦ هـ	١٦٩٩٠٠
١٤٣٧ هـ	١٩٤٩٠٠
١٤٣٨ هـ	٢٠٧٧٠٠

مثال ٢ (٢٠) عقار: بيّن الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد

أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٣٦ هـ إلى ١٤٣٨ هـ.

(أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة.

(ب) مثل العلاقة بين السنة والسعر بيانيًا.

(ج) ما مجال هذه البيانات؟ وما مداها؟

هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

مثال ٣

(٢١) $\{(٧, ٤), (٥, ٢), (٢, ٣), (٥, ٤)\}$ (٢٢) $\{(١, ٠), (١, ٨), (٧, ٦), (٧, ٥)\}$

(٢٤) س = ١٥

(٢٣) ص = ٨

(٢٦) ص = ٣ + ٢

(٢٥) ص = ٣ - ٢

إذا كان د(س) = ٢ - س - ٣، هـ(س) = ٥ + ٢ س، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

المثالان ٤، ٥

(٢٩) هـ(٢)

(٢٨) د(٦)

(٢٧) د(١)

(٣٢) ٣ هـ(ن)

(٣١) د(٢ + ر)

(٣٠) هـ(٦ - م)

(٣٣) تعليم: مثل معلم معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات د(ت)، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم

ت بالدالة: د(ت) = ٩ + ٠ ت + ١٠.

(أ) مثل هذه الدالة بيانيًا.

(ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠؟

(ج) ما مجال هذه الدالة؟ وما مداها؟



وزارة التعليم

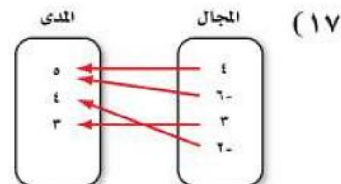
Ministry of Education

الدرس ٢-٢، الدوال ١١ 444 2022

الإجابات في الصفحة التالية

المخطط السهمي يمثل دالة.

لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.



هذه العلاقة ليست دالة.

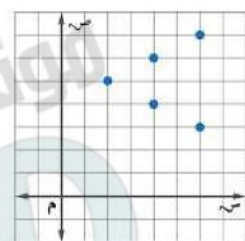
لأن العنصر ٥ في المجال يرتبط بالعنصرين ٣ ، ٥ في المدى.

(١٨)

المدى	المجال
٦	٤
٣	٥
٣	٦
٥	٥

هذه العلاقة ليست دالة.

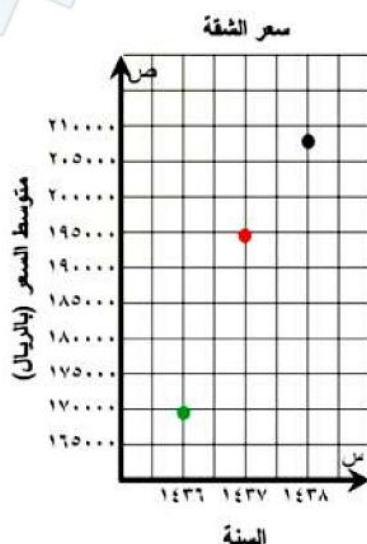
لأن التمثيل البياني لا يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أن الخط الرأسي يمر بأكثر من نقطة على التمثيل البياني.



(٢٠) **عقار:** يبين الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٣٦ هـ إلى ١٤٣٨ هـ.
 أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة.

هـ (١٤٣٦ ، ١٦٩٩٠٠) ، (١٤٣٧ ، ١٩٤٩٠٠) ، (١٤٣٨ ، ٢٠٧٧٠٠)

ب) مثل العلاقة بين السنة والسعر بيانياً.



(٢١) $\{(١-،٠)، (١-،٨-)، (٧-،٦)، (٧-،٥)\}$ العلاقة تمثل دالة.

(٢٢) $\{(٧،٤)، (٥،٢-)، (٢-،٣)، (٥،٤)\}$ العلاقة لا تمثل دالة.

(٢٤) $١٥ = س$ المعادلة لا تمثل دالة.

(٢٣) $٨- = ص$ المعادلة تمثل دالة.

(٢٦) $ص = ٣س + ٢$ المعادلة تمثل دالة.

(٢٥) $٢ - ص = ٣س$ المعادلة تمثل دالة.

(٢٨) د (٦)

د (٦) $٢ - = ٣ -$

$٣ - ١٢ - =$

$١٥ - =$

(٢٧) د (١-)

د (١-) $٢ - = ٣ -$

$٣ - ٢ =$

$١ - =$

(٣٠) هـ (٦-م)

هـ (٦-م) $٥ + ٢(٦-م) =$

$٣٦ م + ٥(٦-م) =$

$٣٦ م - ٢٠ = ٣٠ م$

(٢٩) هـ (٢)

هـ (٢) $٥ + ٢(٢) =$

$٥ + ٤ =$

$١٤ = ١٠ + ٤ =$

(٣٢) ٣ [هـ (ن)]

٣ [هـ (ن)] $٣ = [٥ + ٢(ن)]$

$٣ = [٥ + ٢ن]$

$٣ = ١٥ + ٢ن$

(٣١) د (٢+ر)

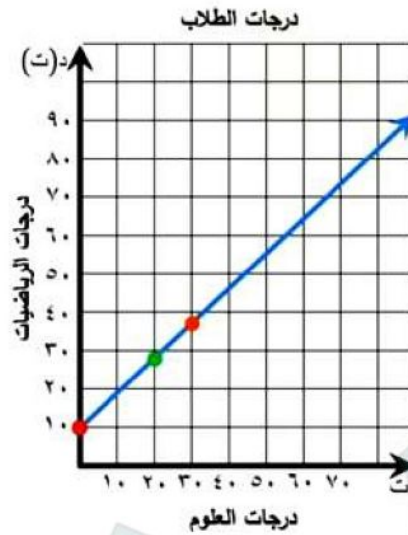
د (٢+ر) $٢ - = ٣ -$

$٢ - ر - ٤ = ٣ -$

$٧ - ر - ٢ =$

(٣٣) **تعليم:** مثلّ معلمٌ معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات د(ت)، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم ت بالدالة: د(ت) = ٩,٠ ت + ١٠.

(أ) مثلّ هذه الدالة بيانيًا.



(ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠؟

$$د(ت) = ٩,٠ ت + ١٠$$

$$١٠٠ = ٩,٠ ت + ١٠$$

$$١٠٠ - ١٠ = ٩,٠ ت + ١٠ - ١٠$$

$$٩٠ = ٩,٠ ت$$

$$\frac{٩,٠ ت}{٩,٠} = \frac{٩٠}{٩,٠}$$

$$ت = ١٠٠$$

درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠ هي ١٠٠.

(ج) ما مجال هذه الدالة؟ وما مداها؟

المجال: هو مجموعة درجات العلوم ، والمدى: هو مجموعة درجات الرياضيات.

(٣٤) أمن: يتقاضى حارس أمن مبلغ ٥, ١٢ ريالاً عن كل ساعة عمل.

(أ) اكتب عبارة جبرية تبين ما يتقاضاه الحارس لقاء س ساعة عمل.

(ب) اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملها الحارس. وكوّن جدولاً بالساعات س، والمبلغ الذي يتقاضاه مقابلها.

(ج) تقنية: مثل قيم الجدول بالأزواج المرتبة والمخطط السهمي، ثم مثلها بيانياً باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

(د) هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولاً؟ برّر إجابتك.



الربط مع الحياة

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٥) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثلها بطريقة أخرى.

(٣٦) تبرير: تمثل مجموعة الأزواج المرتبة $\{(١, ٠), (٢, ٣), (٣, ٥), (٤, ٥)\}$ علاقة بين المتغيرين س، ص. مثل هذه الأزواج المرتبة بيانياً، وحدّد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفسّر إجابتك.

(٣٧) تحدّد: إذا كان $٩ - ب = ١ - ٣$ ، فاكتب عبارة تمثل د(س).

(٣٨) اكتب: استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لتفسر كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.

إن المهمة الأساسية لحارس الأمن هي الحفاظ على أمن الأفراد وممتلكاتهم ومنشأتهم، ويتم اختياره وفق معايير خاصة.

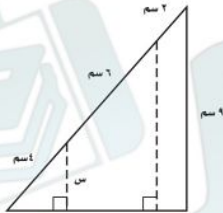
تدريب على اختبار

(٣٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عدداً مربعاً أقل منه؟



- (أ) أ
(ب) ب
(ج) ج
(د) د

(٤٠) هندسة: ما قيمة س؟



- (أ) ٣ سم
(ب) ٤ سم
(ج) ٥ سم
(د) ٦ سم

الإجابات في الصفحة التالية

مراجعة تراكمية

(٤١) مثل العلاقة: $\{(٢, -٤), (٣, -٥), (٤, -٢), (٩, -٧), (-٣, -٥)\}$ بمخطط سهمي. (الدرس ٢-١)

(٤٢) حل المعادلة $٧ = ٨ - ٣$. (الدرس ١-٤)

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس ١-١)

$$(٤٥) ٣٢ + ٤ = (-٣)$$

$$(٤٤) م = \frac{٣ + ٤}{٥ - ٧}$$

$$(٤٣) س = \frac{٣ + ٢٧}{١٠}$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة مما يأتي:

$$(٤٨) ٢٤ = ١٨ - ٢ س$$

$$(٤٧) ٢٩ - ١١ = ٩ س$$

$$(٤٦) ١٥ = ٨ - س$$

$$(٥١) ٥ = ١ + \frac{س}{٦}$$

$$(٥٠) ٣ + \frac{س}{٢} = ٧$$

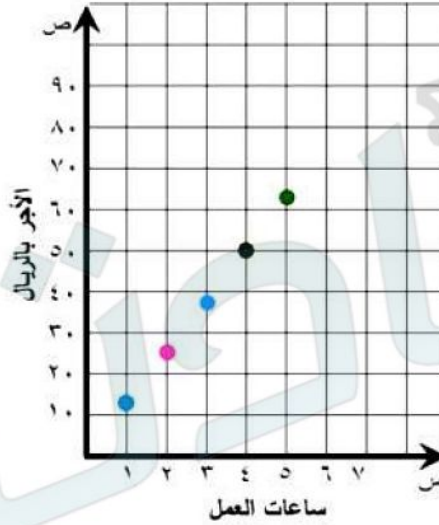
$$(٤٩) ٦١ = ٨ - ص$$

٣٤) أمن: يتقاضى حارس أمن مبلغ ١٢,٥ ريالاً عن كل ساعة عمل.
 أ) اكتب عبارة جبرية تبين ما يتقاضاه الحارس لقاء س ساعة عمل.

ب) اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملها الحارس. وكون جدولاً بالساعات س، والمبلغ الذي يتقاضاه مقابلها.

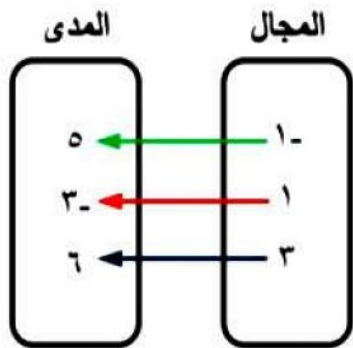
ساعات العمل	١	٢	٣	٤	٥
الأجر بالريال	١٢,٥	٢٨	٣٧,٥	٥٠	٦٢,٥

ج) تقنية: مثل قيم الجدول بالأزواج المرتبة والمخطط السهمي، ثم مثلها بيانياً باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.



د) هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولاً؟ برّر إجابتك.
 نعم، لأنه يمكن أن يدفع للحارس عن أجزاء الساعة التي يعمل بها.

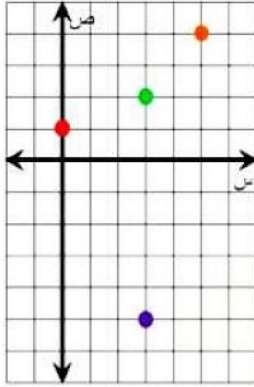
٣٥) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثلها بطريقة أخرى.



الأزواج الثلاثة التالية تمثل دالة:

$$\{(1, 1), (3, 3), (5, 6)\}$$

(٣٦) **تبرير:** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة $\{(٤, ٥), (٥, ٣), (٢, ٣), (١, ٠)\}$ علاقة بين المتغيرين س، ص. مثل هذه الأزواج المرتبة بيانيًا، وحدد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفسر إجابتك.



هذه العلاقة ليست دالة.

لأن العنصر ٣ في المجال ارتبط بالعنصرين ٢، ٥ في المدى.

(٣٧) **تحذ:** إذا كان $د(٣-ب) = ٩-ب$ ، فاكتب عبارة تمثل $د(س)$.

$$د(س) = ٣س + ٢$$

حيث إذا عوضنا بقيمة س سينتج لنا $٩-ب$

$$٣ + (٣-ب) = ٩$$

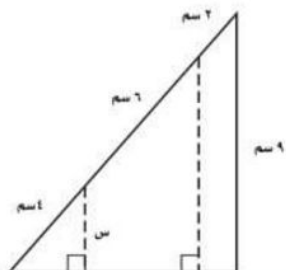
$$٩-ب = ٣+٣$$

$$٩-ب = ٦$$

(٣٨) **اكتب:** استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لتفسر كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.

يمكن استعمال الدوال في دراسات السلامة على الطرق لتحديد العلاقة بين سرعة السيارة ومسافة التوقف التام ويمكن أن يساعد ذلك في تحديد السرعات، وقد تساعد هذه الدالة على فهم أسباب الحوادث.

(٤٠) هندسة: ما قيمة س؟



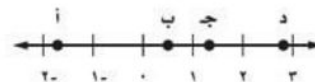
(أ) ٣ سم.

(ب) ٤ سم.

(ج) ٥ سم.

(د) ٦ سم.

(٣٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عددًا مربعه أقل منه؟



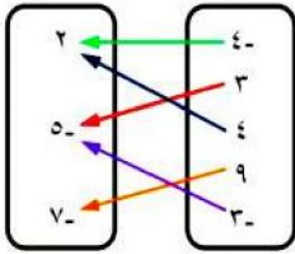
(ج) ج

(د) د

(أ) أ

(ب) ب

(٤١) مثل العلاقة: $\{(٥-، ٣-)، (٧-، ٩)، (٢، ٤)، (٥-، ٣)، (٢، ٤-)\}$ بمخطط سهمي



$$(٤٥) \quad ٣٢ + ٤(٣-) = ع$$

$$٣٢ + ٤(٣-) = ع$$

$$١٢ - ٣٢ = ع$$

$$٢٠ = ع$$

$$(٤٤) \quad م = \frac{٤ + ٢٣}{٥ - ٧}$$

$$م = \frac{٤ + ٢٣}{٥ - ٧}$$

$$م = \frac{٤ + ٩}{٥ - ٧}$$

$$م = \frac{١٣}{٢}$$

$$(٤٣) \quad س = \frac{٣ + ٢٧}{١٠}$$

$$س = \frac{٣ + ٢٧}{١٠}$$

$$س = \frac{٣٠}{١٠}$$

$$س = ٣$$

$$(٤٢) \quad \text{حل المعادلة } ٣س - ٨ = ٧$$

$$٣س - ٨ = ٧$$

$$٨ + ٧ = ٨ + ٣س$$

$$١٥ = ٣س$$

$$\frac{١٥}{٣} = \frac{٣س}{٣}$$

$$٥ = س$$

$$(٤٨) \quad ١٨ - ٢س = ٢٤$$

$$١٨ - ٢س = ٢٤$$

$$١٨ - ٢٤ = ٢س - ١٨$$

$$٢س = ٦$$

$$س = \frac{٦}{٢} = ٣$$

$$(٤٧) \quad ٢٩ - ١١ = ٩س$$

$$٢٩ - ١١ = ٩س$$

$$١١ + ٢٩ = ١١ + ٩س$$

$$١٨ = ٩س$$

$$\frac{١٨}{٩} = \frac{٩س}{٩}$$

$$٢ = س$$

$$(٤٦) \quad ١٥ = ٨ - س$$

$$١٥ = ٨ - س$$

$$٧ + ١٥ = ٨ + ٨ - س$$

$$٢٣ = س$$

$$(٥١) \quad ٥ = ١ + \frac{س}{٦}$$

$$٥ = ١ + \frac{س}{٦}$$

$$١ - ٥ = ١ - ١ + \frac{س}{٦}$$

$$\frac{س}{٦} = ٤$$

$$٢٤ = ٤ \times ٦ = س$$

$$(٥٠) \quad ٣ + \frac{س}{٢} = ٧$$

$$٣ + \frac{س}{٢} = ٧$$

$$٣ - ٣ + \frac{س}{٢} = ٧ - ٣$$

$$\frac{س}{٢} = ٤$$

$$٨ = ٢ \times ٤ = س$$

$$(٤٩) \quad ٦١ = ٨ - ٥ص$$

$$٦١ = ٨ - ٥ص$$

$$٥ - ٦١ = ٨ - ٥ص$$

$$٥٦ = ٨ص$$

$$٧ - = \frac{٥٦}{٨} = ص$$



تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

لماذا؟

تشير دراسة إلى أن إعادة تدوير طن واحد من نفايات الأوراق توفر حوالي ١٧ شجرة، و ٧٠٠٠ جالون ماء، و ٣ براميل بترول.

ويمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق المعاد تدويره وعدد الأشجار الموفرة بالمعادلة: $ص = ١٧ س$ ؛ حيث تمثل $ص$ عدد الأشجار، و $س$ كتلة الورق بالطن.

فيما سبق

درست تمثيل العلاقة بين الكميات بالمعادلات.

والآن

- أميز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً.

المضردات

- المعادلة الخطية
- الصورة القياسية
- الحد الثابت
- المقطع السيني
- المقطع الصادي



المعادلة الخطية هي المعادلة التي تمثل بيانياً بخط مستقيم، وتكتب على الصورة: $أ س + ب ص = ج$ وتسمى **الصورة القياسية** للمعادلة الخطية. ويسمى **الحد الثابت**، وتمثل $أ س$ ، $ب ص$ الحدود الجبرية.

مفهوم أساسي	الصورة القياسية للمعادلة الخطية
التعبير اللفظي:	الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: $أ س + ب ص = ج$ ، $أ \leq ٠$ ولا تكون قيمتا $أ$ و $ب$ معاً صفراً. $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١.
الأمثلة:	في المعادلة: $٣ س + ٢ ص = ٥$ ، $أ = ٣$ ، $ب = ٢$ ، $ج = ٥$ وفي المعادلة: $س - ٧ = ١$ ، $أ = ١$ ، $ب = -٧$ ، $ج = ٠$

تحقق من فهمك

$$(١) \frac{١}{٣} ص = ١ -$$

$$\frac{١}{٣} ص = ١ -$$

$$\frac{١}{٣} ص \times ٣ = ٣ \times ١ -$$

$$ص = ٣ -$$

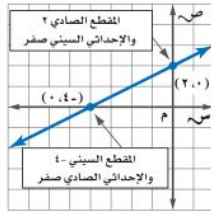
هذه المعادلة بالصورة القياسية، $أ =$ صفر، $ب = ١$ ، $ج = ٣ -$ ، وهي معادلة خطية.

$$(ب) ص = س^٢ - ٤$$

بما أن الحد $س^٢$ من الدرجة الثانية

فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $أ س + ب ص = ج$

لذا فالمعادلة ليست خطية.

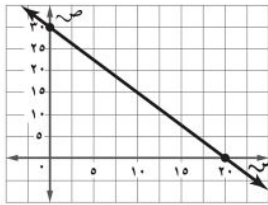


يمكن تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي، ويُسمى الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات **المقطع السيني**، ويُسمى الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات **المقطع الصادي**.

والتمثيل البياني للمعادلة الخطية له على الأكثر مقطع سيني واحد، ومقطع صادي واحد، ما لم تكن المعادلة على النحو $s = 0$ ، أو $v = 0$.

وفي تلك الحالة كل عدد حقيقي هو مقطع صادي أو مقطع سيني على الترتيب.

مثال ٢ من الاختبار



أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً.

- (أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣٠.
- (ب) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي ٣٠.
- (ج) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي صفر.
- (د) المقطع السيني ٣٠، والمقطع الصادي ٢٠.

اقرأ الفقرة:

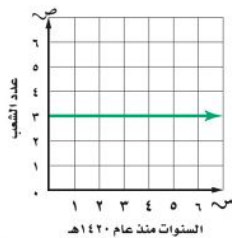
نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانياً.

حل الفقرة:

- الخطوة ١:** لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات. بما أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(20, 0)$ ، إذن فالمقطع السيني هو ٢٠.
 - الخطوة ٢:** لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات. بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة $(0, 30)$ ، إذن فالمقطع الصادي هو ٣٠.
- وعليه فالجواب الصحيح هو ب.

تحقق من فهمك

عدد شعب الصف الثالث المتوسط في مدرسة



(٢) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً:

- (أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.
- (ب) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.
- (ج) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.
- (د) لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

يكون للمقطعين السيني والصادي معنى عندما تمثل المعادلات مواقف من واقع الحياة.

قراءة الرياضيات

المقطعان السيني والصادي
المقطع السيني ٣ يقع على النقطة (٣، صفر). والمقطع الصادي ٦ يقع على النقطة (صفر، ٦).

مثال ٣ من واقع الحياة إيجاد المقطعين السيني والصادي

إرشادات للدراسة

تمييز المتغيرات

الزمن في المثال ٣ هو المتغير المستقل، وكمية الماء هو المتغير التابع.

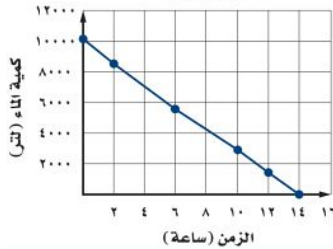
بركة سباحة: فُزِغت بركة سباحة بمعدل ٧٢٠ لترًا في الساعة. ويبيّن الجدول المجاور الدالة التي تربط كمية الماء في البركة، والزمن اللازم لتفريغها.

تفريغ البركة	
الزمن (ساعة)	كمية الماء (لتر)
(س)	(ص)
٠	١٠٠٨٠
٢	٨٦٤٠
٦	٥٧٦٠
١٠	٢٨٨٠
١٢	١٤٤٠
١٤	٠

(أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني للدالة.

المقطع السيني = ١٤
١٠٠٨٠ = المقطع الصادي
١٤ هي قيمة س عندما تكون ص = ٠
١٠٠٨٠ هي قيمة ص عندما تكون س = ٠

تفريغ البركة



(ب) صف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

يعني المقطع السيني ١٤ أن كمية الماء في البركة بعد ١٤ ساعة سيكون صفرًا، أو أن البركة قد فُزِغت بشكل كامل. ويعني المقطع الصادي ١٠٠٨٠ أن البركة تحتوي على ١٠٠٨٠ لترًا من الماء في الزمن صفر؛ أي قبل بداية عملية التفريغ. وهذا ما يظهره التمثيل البياني.

تحقق من فهمك

الزمن (ساعة)	المسافة المتبقية (كلم)
(س)	(ص)
٠	٢٤٨
١	١٨٦
٢	١٢٤
٣	٦٢
٤	٠

(٣) **قيادة السيارة:** تريد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبين المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصِفْ معنى كل منهما.

المقطع السيني = ٤.

المقطع الصادي = ٢٤٨.

المقطع السيني ٤ يعني أن عائلة أحمد وصلت إلى المزرعة بعد ٤ ساعات.

أما المقطع الصادي ٢٤٨ يعني أن منزل عائلة أحمد يبعد ٢٤٨ كلم عن المزرعة.

إرشادات للدراسة

المعادلات المتكافئة

إعادة كتابة المعادلة بدلالة ص يسهّل عملية إيجاد قيم ص. فمثلاً إذا كان:

$$٤ = ص + ٣$$

$$فإن: ص = ٤ - ٣$$



ولإيجاد المقطع الصادي ضع $s = 0$

$$\begin{aligned} 2s + 4 &= 16 \quad \text{المعادلة الأصلية} \\ 2(0) + 4 &= 16 \quad \text{عوّض عن س بصفر} \\ 4 &= 16 \quad \text{بسّط} \\ 4 &= 16 \quad \text{اقسم على 4} \end{aligned}$$

فيكون المقطع الصادي 4؛ أي أنّ المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة $(4, 0)$.

عَيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صلّ بينهما بخط مستقيم.

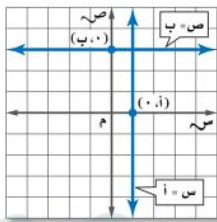
تحقق من فهمك

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي:

$$14 - s = 2 + 3 \quad (أ) \quad 4 - s = -5 \quad (ب)$$

الإجابات في الصفحة التالية

إلا أن بعض المستقيمات قد يكون لها مقطع



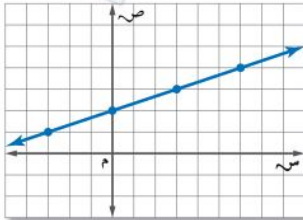
سيني ولا يوجد لها مقطع صادي او بالعكس. فمثلا التمثيل البياني لـ $s = 4$ هو مستقيم أفقي له مقطع صادي فقط (ما لم تكن $s = 0$ صفر)، ويكون موقع المقطع على النقطة $(0, 4)$. والتمثيل البياني لـ $s = 4$ هو مستقيم رأسي له مقطع سيني فقط (ما لم تكن $s = 0$ صفر)، ويكون موقع المقطع على النقطة $(4, 0)$.

وكل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة على المستقيم، لذا فالتمثيل البياني للمعادلة يمثل جميع حلولها. وأي زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة لا تقع على المستقيم.

مثال ٥ التمثيل البياني بتكوين جدول

مثّل المعادلة $s = \frac{1}{3}s + 2$ بيانيًا.

المجال جميع الأعداد الحقيقية. اختر قيمًا للمجال وكوّن جدولًا. ويفضل عندما يكون معامل س كسرًا أن تختار أعدادًا من المجال تكون من مضاعفات المقام، ثم تكون أزواجًا مرتبة وتمثلها بيانيًا.



س	$s = \frac{1}{3}s + 2$	ص	(س، ص)
-3	$2 + (-1) = 1$	1	(-3, 1)
0	$2 + (0) = 2$	2	(0, 2)
3	$2 + (1) = 3$	3	(3, 3)
6	$2 + (2) = 4$	4	(6, 4)

تحقق من فهمك

مثّل بيانيًا كل معادلة فيما يأتي بتكوين جدول:

$$15 - 2s = -3 \quad (أ) \quad 3 = 5 - s \quad (ب) \quad 5 - 2 = -3 \quad (ج)$$



لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

$$- س + ٢ ص = ٣$$

$$- س + ٢(٠) = ٣$$

$$- س = ٣$$

$$س = -٣$$

فيكون المقطع السيني -٣ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (-٣ ، ٠)

لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

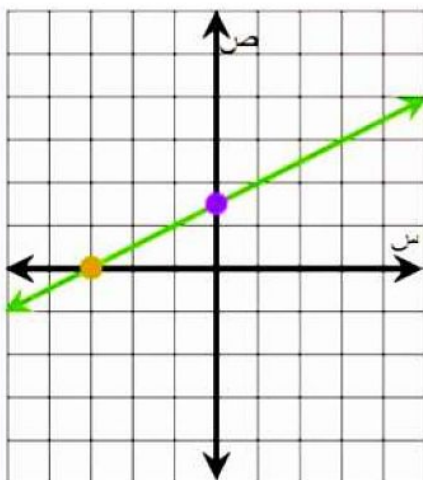
$$- س + ٢ ص = ٣$$

$$- (٠) + ٢ ص = ٣$$

$$٢ ص = ٣$$

$$ص = \frac{٣}{٢}$$

فيكون المقطع الصادي $\frac{٣}{٢}$ ، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، $\frac{٣}{٢}$).



لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

$$ص - س = ٥$$

$$٠ - س = ٥$$

$$س = -٥$$

فيكون المقطع السيني -٥ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (-٥ ، ٠).

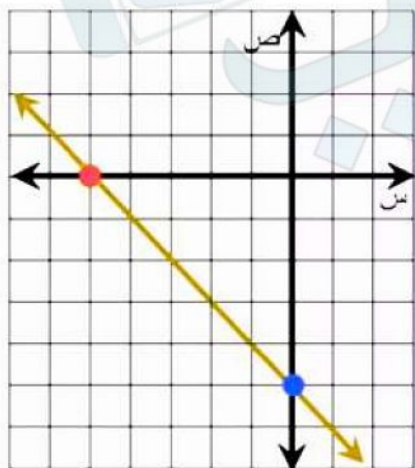
لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

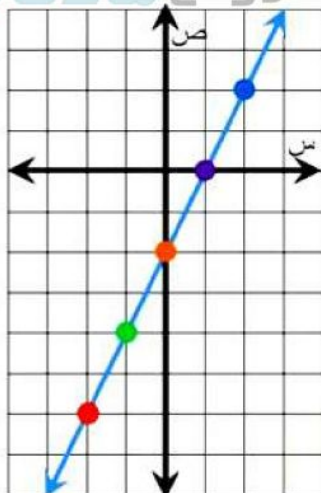
$$ص - س = ٥$$

$$ص - (٠) = ٥$$

$$ص = ٥$$

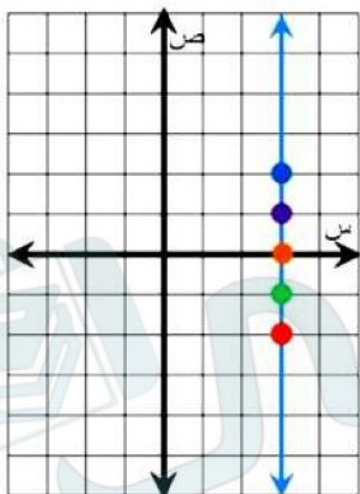
فيكون المقطع الصادي ٥ ، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٥).





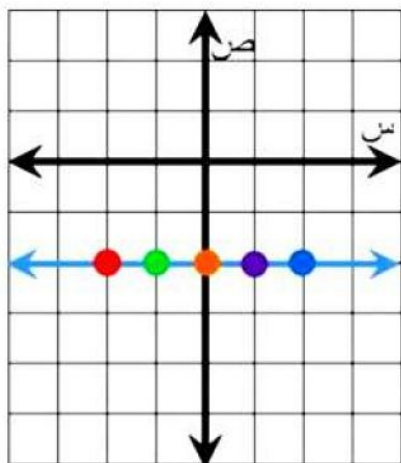
س	٢س - ٢	ص	(س ، ص)
٢-	$٢ - (٢-)٢$	٢ -	$(٢- ، ٢-)$
١-	$٢ - (١-)٢$	١ -	$(١- ، ١-)$
٠	$٢ - (٠)٢$	٢ -	$(٢- ، ٠)$
١	$٢ - (١)٢$	٠	$(٠ ، ١)$
٢	$٢ - (٢)٢$	٢	$(٢ ، ٢)$

٥ب) ٣س =



س	ص	(س ، ص)
٣	٢ -	$(٢- ، ٣)$
٣	١ -	$(١- ، ٣)$
٣	٠	$(٠ ، ٣)$
٣	١	$(١ ، ٣)$
٢	٢	$(٢ ، ٣)$

٥ج) ص = ٢-



س	ص	(س ، ص)
٢ -	٢ -	$(٢- ، ٢-)$
١ -	٢ -	$(٢- ، ١-)$
٠	٢ -	$(٢- ، ٠)$
١	٢ -	$(٢- ، ١)$
٢	٢ -	$(٢- ، ٢)$

مثال ۱

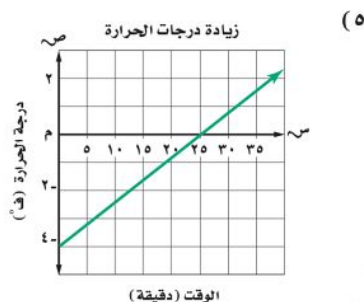
حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

$$(1) \text{ سس} = \text{صص} - 5 \quad (2) \text{ سس} - 2 = 3 - \text{صص} \quad (3) -4 \text{ صص} + 6 = 2 \quad (4) \frac{1}{3} \text{ صص} - \frac{2}{3} \text{ سس} = 2$$

المثالان ٢، ٣

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

موقع خطاس	
العمق (متر)	الزمن (ثانية)
(ص)	(س)
٢٤-	٠
١٨-	٣
١٢-	٦
٦-	٩
٠	١٢



مثال ۴

(٧) مثل المعادلة : ٢س - ٥ص = ١ بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

مثال ۵

(٨) مثل المعادلة : س + ٢ص = ٤ بيانياً بإنشاء جدول.

الإجابات في الصفحة التالية

تدرب وحل المسائل

مثال ۱

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

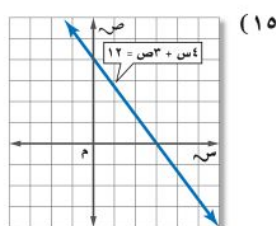
$$(9) \quad 5s + 2 = 25 \quad (10) \quad 8 + s = 4 \quad (11) \quad 9s - 6 = 7$$

(۱۲) $4 = 9 + 2$ (۱۳) $12 = 7 - 10$ (۱۴) $5 = 4 + 1$

المثالان ٢، ٣

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:

ص	س
١-	٣-
٠	٢-
١	١-
٢	٠
٣	١



(١) س = ص - ٥ نعم خطية، الصورة القياسية هي س - ص = - ٥.

(٢) ٢ - س - ٣ = ص نعم خطية، الصورة القياسية هي ٢ س + ص = - ٣.

(٣) ٢ = ٤ + ص - ٦ نعم خطية، الصورة القياسية هي:

$$- ٢ = ٤ + ص - ٦$$

- ٤ ص = - ٤ اقسم الطرفين على - ٤

$$ص = ١$$

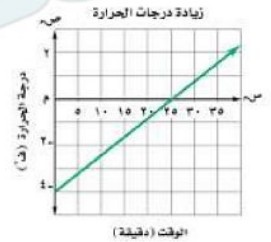
(٤) ٢ = ٣ - س - ١/٣ ص نعم خطية، الصورة القياسية هي:

$$٢ = ٣ - س - \frac{1}{3} ص$$

$$٢ س - ص = ٦$$

اضرب الطرفين في ٣

(٥)



المقطع السيني ٢٥ يعني أن درجة الحرارة ستكون بعد ٢٥ دقيقة صفراً ف°.

أما المقطع الصادي - ٤ يعني أن درجة الحرارة كانت - ٤ ف° عندما كان الوقت صفراً.

(٦)

موقع غطاس	
الزمن (ثانية)	العمق (متر)
(س)	(ص)
٠	٢٤-
٣	١٨-
٦	١٢-
٩	٦-
١٢	٠

المقطع السيني ١٢ يعني أن موقع الغطاس سيكون بعد ١٢ ثانية على عمق صفر متر أي على السطح.

المقطع الصادي - ٢٤ يعني أن موقع الغطاس كان في البداية (عند الزمن صفر) على عمق - ٢٤ متر

أو ٢٤ متر تحت سطح البحر.

(٧) مثل المعادلة : $٢س - ٥ص = ١$ بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي موقع هادتي

لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

$$١ = ٥ - ٢س$$

$$١ = (٠) ٥ - ٢س$$

$$١ = ٢س$$

$$س = \frac{١}{٢}$$

فيكون المقطع السيني $\frac{١}{٢}$

أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(\frac{١}{٢}, ٠)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $س = ٠$

$$١ = ٥ - ٢س$$

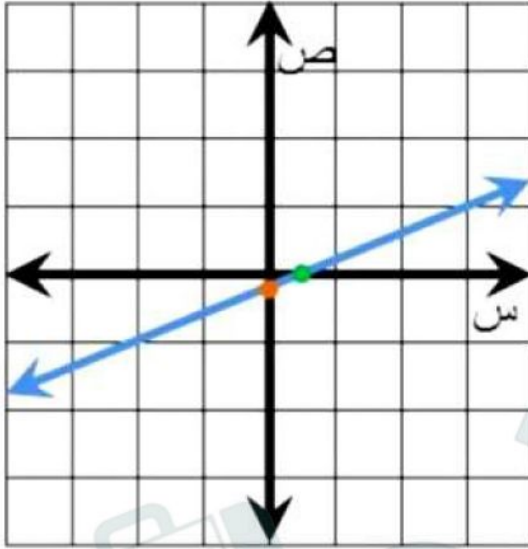
$$١ = (٠) ٥ - ٢س$$

$$١ = ٥ - ٢س$$

$$ص = \frac{١}{٥}$$

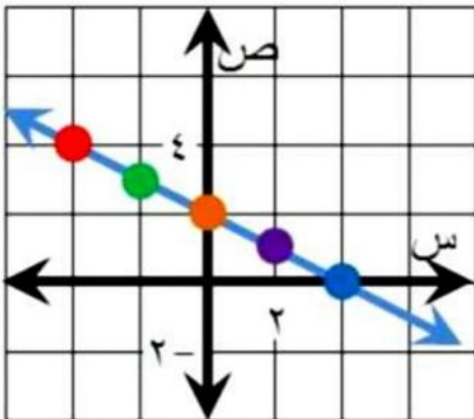
فيكون المقطع الصادي $\frac{١}{٥}$

أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة $(٠, \frac{١}{٥})$.



(٨) مثل المعادلة : $٢س + ٤ص = ٤$ بيانياً بإنشاء جدول.

س	$\frac{١}{٢}(٤ - س)$	ص	(س ، ص)
٤-	$\frac{١}{٢}((٤-) - ٤)$	٤	(٤ ، ٤-)
٢-	$\frac{١}{٢}((٢-) - ٤)$	٣	(٣ ، ٢-)
٠	$\frac{١}{٢}((٠) - ٤)$	٢	(٢ ، ٠)
٢	$\frac{١}{٢}((٢) - ٤)$	١	(١ ، ٢)
٤	$\frac{١}{٢}((٤) - ٤)$	٠	(٠ ، ٤)



(٩) $٥س + ص^٢ = ٢٥$ ليست خطية ، لأنه الحد ص مربع ولا يمكن كتابتها على الصورة القياسية.

(١٠) $٨ + ص = ٤س$ نعم خطية ، الصورة القياسية $٤س - ص = ٨$.

(١١) $٩س - ص = ٧$ ليست خطية ، لأنه الحدين س ، ص مضروبين ولا يمكن كتابة المعادلة على الصورة القياسية.

(١٢) $٤س + ٩ = -٤$ ليست خطية ، لأنه الحد ص مربع ولا يمكن كتابتها على الصورة القياسية.

(١٣) $١٢س = ٧ص - ١٠$ نعم خطية ، الصورة القياسية $٤س + ص = ٠$

$$١٢س = ٣ص$$

$$١٢س = ٣ص + ٠$$

$$٤س + ص = ٠$$

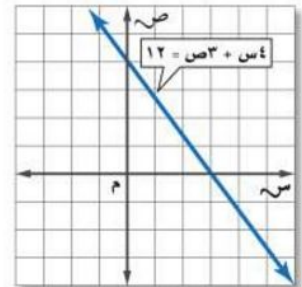
(١٤) $ص = ٤س + ٥$ نعم خطية ، الصورة القياسية : $٥س - ص = ٠$

$$ص = ٥س$$

$$٥س - ص = ٠$$

المقطع السيني = ٣

المقطع الصادي = ٤



(١٥)

س	ص
٣-	١-
٢-	٠
١-	١
٠	٢
١	٣

(١٦)

المقطع السيني = -٢

المقطع الصادي = ٢

الإجابات في الصفحة التالية

مثال ٤

مثّل كلّاً من المعادلتين الآتيتين بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي:
(١٧) $ص = ٢ + ٤س$ (١٨) $٥ - ص = ٣س$

مثال ٥

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً بإنشاء جدول:

(١٩) $س = ٢ -$ (٢٠) $ص = -٤$ (٢١) $٣س = ص$

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

(٢٢) $٧ن - ٨م = ٤ - ٢م$ (٢٣) $٣ + أ + ب = ٢ - ب$

(٢٤) $٢س - ٣ص = ٥ + ص$ (٢٥) $٥ - \frac{٢ن}{٣} = \frac{٣م}{٤}$

(٢٦) **مبيعات:** راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتقاضى عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل الدخل الشهري لأيمن إذا باع سيارة.

(ب) **تقنية:** كوّن جدولاً لتمثيل المعادلة بيانياً باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية، ثم حدّد مقطعها السيني والصادي.

(ج) استعمل التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ألف ريال.

مثّل كلّاً من المعادلتين الآتيتين بيانياً:

(٢٧) $ص = \frac{١}{٥}س + ٣$ (٢٨) $٣ص - ٧ = ٤س + ١$

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل من المعادلتين الآتيتين:

(٢٩) $٥س + ٣ص = ١٥$ (٣٠) $ص = \frac{٢}{٣}س + ١$

الإجابات في الصفحة التالية

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣١) **تحدّ:** أكمل كل جدول مما يأتي، ثم حدّد أيّ الجداول استعملت فيه معادلة خطية:

حجم المكعب	
الحجم	طول الضلع
١	
٢	
٣	

مساحة المربع	
المساحة	طول الضلع
١	
٢	
٣	

محيط المربع	
المحيط	طول الضلع
١	
٢	
٣	

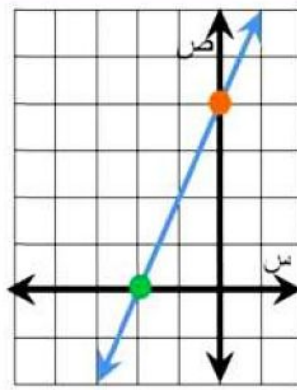
(٣٢) **تبرير:** بيّن نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة $ص = ٢س + ١$ التي مجالها $\{١, ٢, ٣, ٤\}$ والمعادلة $ص = ٢س + ١$ التي مجالها جميع الأعداد الحقيقية.

مسألة مفتوحة: أعط مثلاً لمعادلة خطية على الصورة $أس + ب = ص$ لكل حالة مما يأتي:

(٣٣) $٠ = أ$ (٣٤) $٠ = ب$ (٣٥) $٠ = ج$

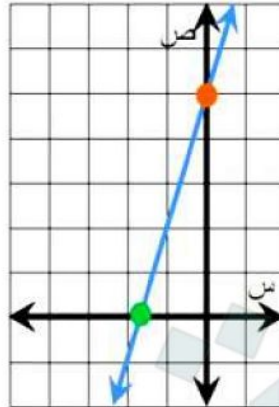
(٣٦) **اكتب:** اشرح كيف تجد المقطعين السيني والصادي من معادلة خطية، ولخص طريقة تمثيل معادلة خطية بيانياً.





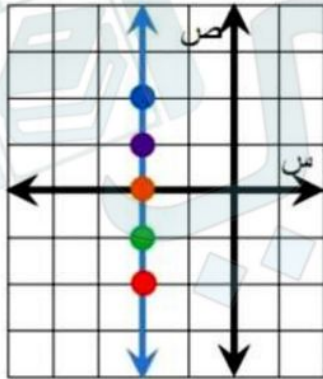
ص	س
۴	۰
۰	۲-

(۱۷) $ص = ۴ + ۲س$



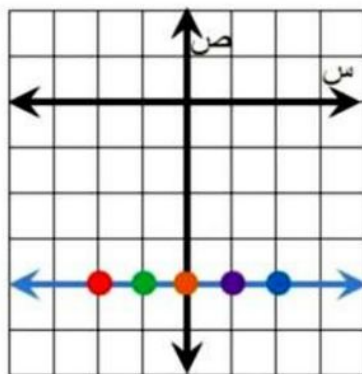
ص	س
۵	۰
۰	۱, ۲-

(۱۸) $ص - ۵ = ۳س$



ص	س	(س، ص)
۲-	۲-	(۲-، ۲-)
۲-	۱-	(۱-، ۲-)
۲-	۰	(۰، ۲-)
۲-	۱	(۱، ۲-)
۲-	۲	(۲، ۲-)

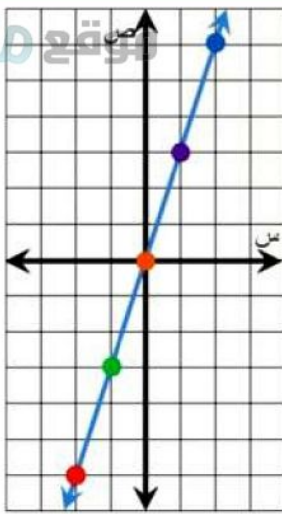
(۱۹) $س = ۲ -$



ص	س	(س، ص)
۴-	۲-	(۴-، ۲-)
۴-	۱-	(۴-، ۱-)
۴-	۰	(۴-، ۰)
۴-	۱	(۴-، ۱)
۴-	۲	(۴-، ۲)

(۲۰) $ص = ۴ -$

(٢١) $3س = ص$



س	$3س$	ص	(س ، ص)
٢-	$(٢-) ٣$	٦ -	$(٦- ، ٢-)$
١-	$(١-) ٣$	٣ -	$(٣- ، ١-)$
٠	$(٠) ٣$	٠	$(٠ ، ٠)$
١	$(١) ٣$	٣	$(٣ ، ١)$
٢	$(٢) ٣$	٦	$(٦ ، ٢)$

(٢٣) $٣ + ب - ٢ = ب$

المعادلة خطية ، الصورة القياسية هي

$$٣ + ب - ٢ = ب$$

$$٠ = ٢ - ٣$$

$$٢ + ٠ = ٢ + ٢ - ٣$$

$$٢ = ٣$$

(٢٢) $٧ن - ٨م = ٤ - ٢م$

المعادلة خطية ، الصورة القياسية هي:

$$٧ن - ٨م = ٤ - ٢م$$

$$٤ = ٧ن + ٦م - ٨م$$

$$٤ - ٦م = ٧ن - ٢م$$

(٢٤) $٢س - ٣س + ٥ص = ١$ المعادلة ليست خطية.

المعادلة خطية ، وكتابة المعادلة بالصورة القياسية هي:

(٢٥) $٥ - \frac{٢ن}{٣} = \frac{٣م}{٤}$

$$١٢ \times ٥ - ١٢ \times \frac{٢ن}{٣} = ١٢ \times \frac{٣م}{٤}$$

$$٦٠ - ٨ن = ٩م$$

$$٦٠ - ٨ن - ٨ن = ٩م - ٨ن$$

$$٦٠ - ٨ن = ٩م$$

(٢٦) مبيعات: راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتقاضى عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

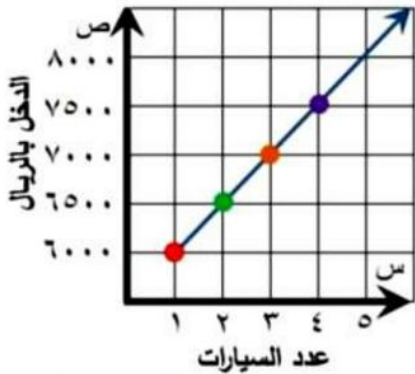
(أ) اكتب المعادلة التي تمثل الدخل الشهري لأيمن إذا باع سيارة.

ص = دخل أيمن الشهري

المعادلة المطلوبة: ص = ٦٠٠٠ + ٥٠٠ س

(ب) تقنية: كَوْن جدولاً لتمثيل المعادلة بيانياً باستخدام أحد التَّطبيقات الحاسوبية، ثم حدّد مقطعها السَّيني والصَّادي.

مبيعات السيارات



س	ص	٥٠٠ + ٦٠٠٠ س	(س، ص)
٠	٦٠٠٠	٥٠٠ + ٦٠٠٠ (٠)	(٠، ٦٠٠٠)
١	٦٥٠٠	٥٠٠ + ٦٠٠٠ (١)	(١، ٦٥٠٠)
٢	٧٠٠٠	٥٠٠ + ٦٠٠٠ (٢)	(٢، ٧٠٠٠)
٣	٧٥٠٠	٥٠٠ + ٦٠٠٠ (٣)	(٣، ٧٥٠٠)

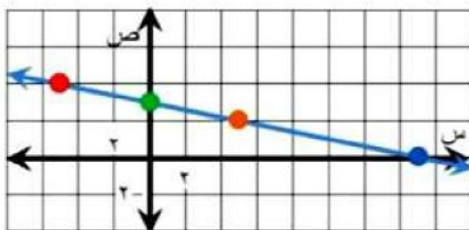
(ج) استعمل التَّمثيل البيانيّ لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ألف ريال.

$$ص = ٥٠٠ + ٦٠٠٠ (٣٠)$$

$$ص = ٢١٠٠٠ \text{ ريال}$$

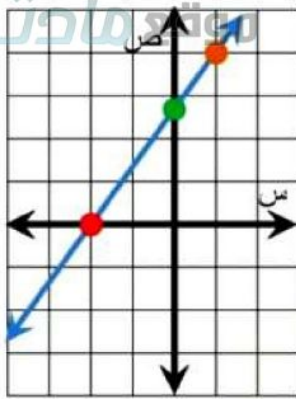
$$\text{عدد السيارات} = ٣٠ \text{ سيارة}$$

$$(٢٧) ص = \frac{١}{٥} س - ٣$$



س	ص	$\frac{١}{٥} س - ٣$	(س، ص)
٥-	٤	$\frac{١}{٥} (٥-) - ٣$	(٤، ٥-)
٠	٣	$\frac{١}{٥} (٠) - ٣$	(٣، ٠)
٥	٢	$\frac{١}{٥} (٥) - ٣$	(٢، ٥)
١٥	٠	$\frac{١}{٥} (١٥) - ٣$	(٠، ١٥)

$$(٢٨) \text{ ص} ٣ - ٧ = \text{س} ٤ + ١$$



س	$\frac{1}{3}(\text{س} + ٨)$	ص	(س ، ص)
٢-	$\frac{1}{3}(٨ + (٢-) ٤)$	٠	(٠ ، ٢-)
٠	$\frac{1}{3}(٨ + (٠) ٤)$	$\frac{٨}{٣}$	($\frac{٨}{٣}$ ، ٠)
١	$\frac{1}{3}(٨ + (١) ٤)$	٤	(٤ ، ١)

$$(٢٩) \text{ س} ٥ + \text{ص} ٣ = ١٥$$

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

$$١٥ = \text{س} ٥ + (٠) ٣$$

س = ٣ اقسام الطرفين على ٥

$$\text{س} = ٣$$

لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

$$١٥ = \text{ص} ٣ + (٠) ٥$$

ص = ٥ اقسام الطرفين على ٣

$$\text{ص} = ٥$$

$$(٣٠) \text{ ص} = \frac{٢}{٣} \text{س} + ١$$

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

$$١ + \frac{٢}{٣} \text{س} = ٠$$

$$١ - ١ + \frac{٢}{٣} \text{س} = ١ - ٠$$

$$١ - \frac{٢}{٣} \text{س} = ١ - ٠$$

$$١ - \frac{٢}{٣} \text{س} = ١ - ٠ \quad \text{اضرب الطرفين في } \frac{٣}{٢}$$

$$\frac{٣}{٢} - \frac{٢}{٣} \text{س} = \frac{٣}{٢} - ٠$$

لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

$$\text{ص} = \frac{٢}{٣} + (٠)$$

$$\text{ص} = ١$$

(٣١) **تحدّ:** أكمل كل جدول مما يأتي، ثم حدّد أيّ الجداول استعملت فيه معادلة خطية:

حجم المكعب	
الحجم	طول الضلع
	١
	٢
	٣

مساحة المربع	
المساحة	طول الضلع
	١
	٢
	٣

محيط المربع	
المحيط	طول الضلع
	١
	٢
	٣

حجم المكعب	
الحجم	طول الضلع
١	١
٨	٢
٢٧	٣

مساحة المربع	
المساحة	طول الضلع
١	١
٤	٢
٩	٣

محيط المربع	
المحيط	طول الضلع
٤	١
٨	٢
١٢	٣

- لحساب محيط المربع في الجدول (١) استعملنا المعادلة $مح = ٤س$ ، وهي معادلة خطية.
- لحساب مساحة المربع في الجدول (٢) استعملنا المعادلة $م = س^٢$ ، وهي ليست معادلة خطية.
- لحساب حجم المكعب في الجدول (٣) استعملنا المعادلة $ح = س^٣$ ، وهي ليست معادلة خطية.

(٣٢) **تبرير:** بيّن نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة $ص = ٢س + ١$ التي مجالها $\{١، ٢، ٣، ٤\}$ والمعادلة $ص = ٢س + ١$ التي مجالها جميع الأعداد الحقيقية.

التمثيل البياني للمعادلة الأولى هو مجموعة من النقاط غير المتصلة، بينما للمعادلة الثانية خط مستقيم. ومجموعة نقاط التمثيل البياني للمعادلة الأولى واقعة على المستقيم الذي يمثل التمثيل البياني للمعادلة الثانية.

(٣٣) $٠ = ص$ (٣٤) $٠ = ب$ (٣٥) $٠ = ج$ $٠ = ص + س$ $٠ = س$ $٠ = ص$

(٣٦) **اكتب:** اشرح كيف تجد المقطعين السيني والصادي من معادلة خطية، ولخص طريقة تمثيل معادلة خطية بيانياً.

لإيجاد المقطع السيني، افترض أن $ص = ٠$ ، وحل المعادلة لإيجاد قيمة $س$.

ولإيجاد المقطع الصادي ، افترض أن $س = ٠$ ، وحل المعادلة لإيجاد قيمة $ص$.

ولتمثيل معظم المعادلات الخطية، عين المقطع السيني والمقطع الصادي ثم صل بين النقطتين لتشكل مستقيماً.

وهناك طريقة أخرى لتمثيل المعادلة باختيار عدة قيم في المجال ثم تكوين الأزواج المرتبة ،

وتعيين النقاط الممثلة لهذه الأزواج، ثم الوصل بين هذه النقاط لتكوين المستقيم.

الإجابات في الصفحة التالية

تدريب على اختبار

(٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علمًا بأن نسبة الزكاة هي ٥٪؟

- (أ) ٢٥ ريالاً. (ب) ٥٠٠ ريالاً.
(ج) ٥٠ ريالاً. (د) ٥٠٠٠ ريالاً.

(٣٧) يقطع مهند ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومترًا بهذا المعدل تقريبًا؟

- (أ) ٨ ساعات. (ب) ساعتان.
(ج) ٦ ساعات و٣٢ دقيقة. (د) ساعة واحدة و٥٣ دقيقة.

مراجعة تراكمية

(٣٩) إذا كان: د(س) = $3س^2 + ٨س - ١$ فأوجد د(-١). (الدرس ٢-٢)

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٥)

$$(٤٠) \quad ٨ = |٥ + س| \quad (٤١) \quad ١٢ = |٥ - س|$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل:

$$(٤٣) \quad ٦ = \frac{ص}{٥} + ٩$$

$$(٤٢) \quad ٥ - أ = ١٥$$

إذا كانت س = ٢، ص = ٥، ع = ٧، فأوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$(٤٧) \quad ٢س + ٣ص - ٢ع$$

$$(٤٦) \quad \left(\frac{ص}{٢} \right) + \left(\frac{س}{٢} \right)$$

$$(٤٥) \quad \frac{٢ص - س}{٢ع}$$

$$(٤٤) \quad ٣س - ٢ص$$

الإجابات في الصفحة التالية



(٣٧) يقطع مهندس ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومترًا بهذا المعدل تقريبًا؟

(أ) ٨ ساعات.

(ب) ساعتان.

(ج) ٦ ساعات و ٣٢ دقيقة.

(د) ساعة واحدة و ٥٣ دقيقة.

(أ) ٢٥ ريالاً.

(ب) ٥٠٠ ريال.

(ج) ٥٠ ريالاً.

(د) ٥٠٠٠ ريال.

(٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علمًا بأن نسبة الزكاة هي ٥، ٢٪؟

(٣٩) إذا كان: د(س) = $3س^2 + 8س - 1$ فأوجد د(١-).

$$د(١) = 3(١-)^2 + 8(١-) - 1$$

$$= 3(١-)^2 + 8(١-) - 1$$

$$= 3 - 8 - 1$$

$$= -٦$$

$$(٤٠) |٥س + ٨| = ٨$$

لا يوجد قيمة مطلقة بالسالب

مجموعة الحل Ø

$$(٤١) |٥س - ٨| = ١٢$$

$$٨ - ٥س = ١٢$$

$$٨ - ٥س = ١٢$$

$$٨ - ٥س = ١٢ - ٨$$

$$٨ - ٥س = ١٢ - ٨ \quad \text{اطرح ٨ من الطرفين}$$

$$٢٠ - ٥س = ٤$$

$$٤ = ٥س - ٨$$

$$\frac{٢٠ - ٥س}{٥} = \frac{٤}{٥}$$

اقسم الطرفين على ٥

$$\frac{٤}{٥} = \frac{٥س - ٨}{٥}$$

$$٤ = ٥س$$

$$٤ = ٥س - ٨$$

موقع مادتبي (۴۳) $۶ = \frac{ص}{۵} + ۹$

$$۹ - ۶ = \frac{ص}{۵} + ۹ - ۹$$

$$۳ - = \frac{ص}{۵}$$

$$۵ \times ۳ - = \frac{ص}{۵} \times ۵$$

$$۱۵ - = ص$$

(۴۲) $۵ - أ = ۱۵$

$$۵ + ۵ - أ = ۵ + ۱۵$$

$$أ = ۲۰$$

$$\frac{أ}{۴} = \frac{۲۰}{۴}$$

$$أ = ۵$$

(۴۵) $\frac{۲۵ - ۲}{(۷)۲} \quad \frac{۲ص - ۲}{ع۲}$

$$\frac{۲۵ - ۲}{(۷)۲} =$$

$$\frac{۲۵ - ۲}{۱۴} =$$

$$\frac{۲۳}{۱۴} - =$$

(۴۴) $۳س - ۲ص$

$$(۵)۴ - ۲(۲)۳$$

$$(۵)۴ - (۴)۳ =$$

$$۲۰ - ۱۲ =$$

$$۸ - =$$

(۴۷) $ع - ۲ص + ۳س$

$$۲(۲) ۵ + ۳(۵) - ۲(۷)$$

$$۲۰ + ۱۵ - ۱۴ =$$

$$۵ - =$$

(۴۶) $\frac{ص}{۲} + ۲\left(\frac{ص}{ع}\right)$

$$\frac{(۵)(۲)}{۲} + ۲\left(\frac{۵}{۷}\right)$$

$$\frac{(۵)(۲)}{۲} + \frac{۲۵}{۴۹} =$$

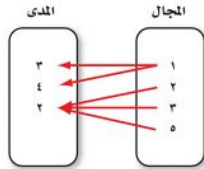
$$۵ + \frac{۲۵}{۴۹} =$$

$$۵ \frac{۲۵}{۴۹} =$$

الإجابات في الصفحة التالية

(٤) هل تمثل العلاقة الآتية دالة أم لا؟ فسّر ذلك.

(الدرس ٢-٢)



(٥) إذا كان $هـ = (س) = ٣س + ٢$ ، فأوجد

هـ $(١-)$ + هـ (٢) (الدرس ٢-٢)

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك

فاكتبها بالصورة القياسية. (الدرس ٣-٢)

(٦) $ص - ٤ = ٣ + ٤$

(٧) $٨ = ٣ + ٢ص$

(٨) $\frac{١}{٤} = ٣ص - ١$

مثّل كلّاً من المعادلتين الآتيتين بيانيّاً باستعمال المقطعين السيني

والصادي: (الدرس ٣-٢)

(٩) $٦ - ٣ = ص$

(١٠) $١٠ = ٥ + ٢ص$

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيّاً بإنشاء جدول: (الدرس ٣-٢)

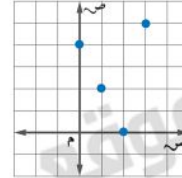
(١١) $٢ = -ص$

(١٢) $٨ = -ص$

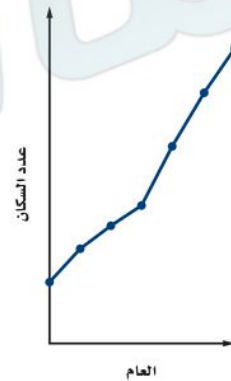
(١) مثّل العلاقة $\{(١, ٣), (٢, ٤), (٥, ١), (٦, ٥)\}$ بمخطط

سهامي. (الدرس ١-٢)

(٢) حدّد كلّاً من مجال العلاقة التالية ومداهما. (الدرس ١-٢)



(٣) اختيار من متعدد: التمثيل البياني أدناه يوضح عدد السكان خلال عدة أعوام في مدينة.



صف التمثيل البياني. (الدرس ١-٢)

(أ) عدد السكان يزداد خلال جميع الأعوام الممثلة.

(ب) عدد السكان يتناقص خلال جميع الأعوام الممثلة.

(ج) عدد السكان ثابت خلال جميع الأعوام.

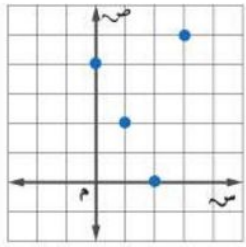
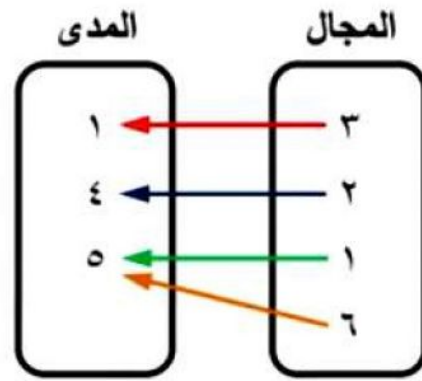
(د) عدد السكان يتناقص في بعض الأعوام ويزداد في أعوام أخرى.

الإجابات في الصفحة التالية



(١) مثل العلاقة $\{(٥, ٦), (٥, ١), (٤, ٢), (١, ٣)\}$ بمخطط

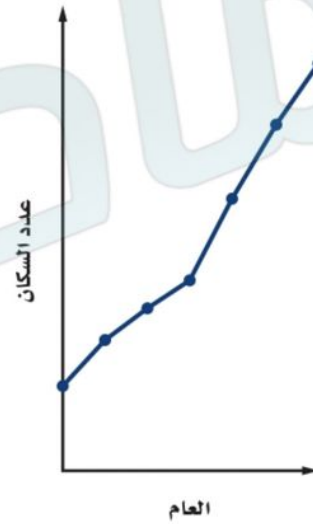
سهمي .



المجال هو: $\{٣, ٢, ١, ٥\}$

المدى هو: $\{٥, ٤, ٢, ١\}$

(٣) اختيار من متعدد: التمثيل البياني أدناه يوضح عدد السكان خلال عدة أعوام في مدينة.



(أ) عدد السكان يزداد خلال جميع الأعوام الممثلة.

(ب) عدد السكان يتناقص خلال جميع الأعوام الممثلة.

(ج) عدد السكان ثابت خلال جميع الأعوام.

(د) عدد السكان يتناقص في بعض الأعوام ويزداد في أعوام أخرى.

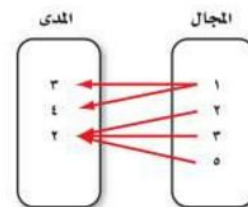
صف التمثيل البياني. (الدرس ٢-١)

(٤) هل تمثل العلاقة الآتية دالة أم لا؟ فسر ذلك.

(الدرس ٢-٢)

ليست دالة.

لأن العنصر ١ في المجال يرتبط بالعنصرين ٣ ، ٤ في المدى.



$$[١ - (٢) ٥ + ٢ (٢) ٣] + [١ - (١-) ٥ + ٢ (١-) ٣] = (٢) هـ + (١-) هـ$$

$$[١ - (٢) ٥ + (٤) ٣] + [١ - (١-) ٥ + (١) ٣] =$$

$$[١ - ١٠ + ١٢] + [١ - ٥ - ٣] =$$

$$٢١ + ٣ - =$$

$$١٨ =$$

$$(٦) ص = -٤س + ٣$$

معادلة خطية.

المعادلة بالصورة القياسية هي:

$$٤س + ص = ٣$$

ليست معادلة خطية.

$$(٧) ٨ = ٣ص + ٢س$$

لأن الحد س مربع ولا يمكن كتابتها على الصورة القياسية.

$$(٨) ١ - \frac{٣}{٤}ص = \frac{١}{٤}س$$

معادلة خطية، المعادلة بالصورة القياسية هي:

$$\frac{١}{٤}س - \frac{٣}{٤}ص = \frac{٣}{٤}ص - \frac{٣}{٤}ص + ١ - \frac{٣}{٤}ص$$

$$\frac{١}{٤}س - \frac{٣}{٤}ص = ١ - \frac{٣}{٤}ص$$

$$\frac{١}{٤}س - \frac{٣}{٤}ص = ١ - \frac{٣}{٤}ص$$

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

$$\text{ص} = ٣س - ٦$$

$$٠ = ٣س - ٦$$

$$٦ + ٦ - ٣س = ٦ + ٠$$

$$٦س = ٦$$

$$٢ = س$$

المقطع السيني ٢ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٢ ، ٠)

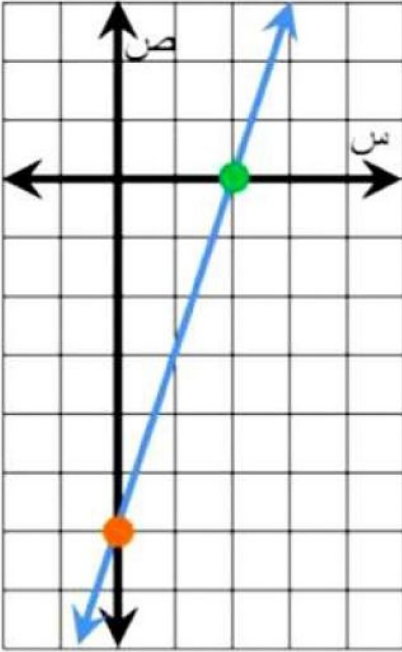
لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

$$\text{ص} = ٣س - ٦$$

$$\text{ص} = ٣ - (٠)$$

$$\text{ص} = -٦$$

المقطع الصادي -٦ ، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، -٦)



$$(١٠) \text{ ص} = ٢س + ٥$$

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

$$١٠ = ٢س + ٥$$

$$١٠ = ٢س + (٠)$$

$$١٠ = ٢س$$

$$٥ = س$$

المقطع السيني ٥ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٥ ، ٠)

لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

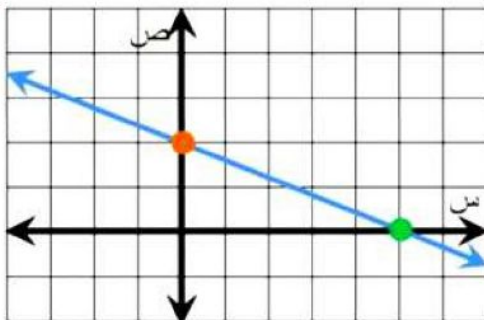
$$١٠ = ٢س + ٥$$

$$١٠ = ٢س + (٠)$$

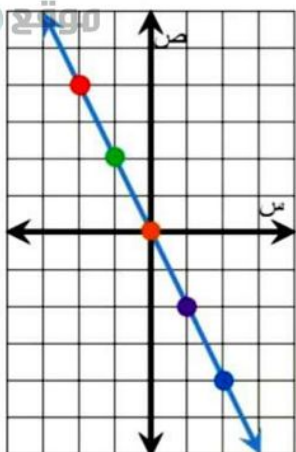
$$١٠ = ٥$$

$$\text{ص} = ٢$$

المقطع الصادي ٢ ، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٢)

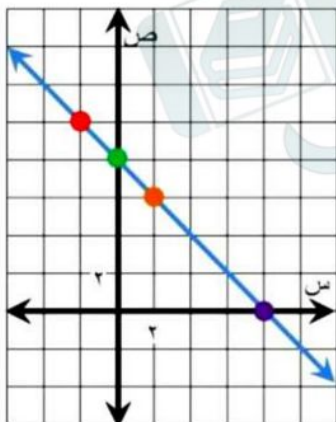


(۱۱) ص = ۲ - س



س	۲ - س	ص	(س ، ص)
۲ -	۲ - (۲ -)	۴	(۴ ، ۲ -)
۱ -	۲ - (۱ -)	۲	(۲ ، ۱ -)
۰	۲ - (۰)	۰	(۰ ، ۰)
۱	۲ - (۱)	۲ -	(۲ - ، ۱)
۲	۲ - (۲)	۴ -	(۴ - ، ۲)

(۱۲) ص = ۸ - س



س	۸ - س	ص	(س ، ص)
۲ -	۸ - (۲ -)	۱۰	(۱۰ ، ۲ -)
۰	۸ - (۰)	۸	(۸ ، ۰)
۲	۸ - (۲)	۶	(۶ ، ۲)
۸	۸ - (۸)	۰	(۰ ، ۸)



حل المعادلات الخطية بيانياً

٢-٤

المادة

فيما سبق

درست تمثيل المعادلات الخطية بيانياً باستعمال الجداول أو المقطعين.

والآن

- أحل المعادلات الخطية بيانياً.
- أقدر حل المعادلة الخطية بيانياً.

المفردات

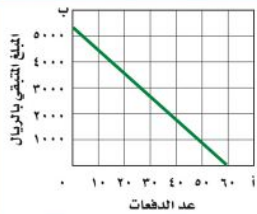
الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)

الجذر

الأصفار

تكشف تقويم الأسنان



يبين الشكل المجاور المبلغ المتبقي بعد أن يدفع أحمد عددًا من أقساط تكلفة تقويم أسنانه، الذي تمثله الدالة:

$$ب = ٨٥ - أ + ٥١٠٠$$

حيث تمثل أ عدد الدفعات التي قيمة كل منها ٨٥ ريالاً، و ب المبلغ المتبقي.

الحل بيانياً: الدالة الخطية هي دالة تمثل بيانياً بمستقيم.

وأبسط دالة خطية هي د (س) = س، وتسمى الدالة المولدة (الأم) لمجموعة الدوال الخطية.

مفهوم أساسي

الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)

د (س) = س

نوع التمثيل البياني

خط مستقيم

المجال

جميع الأعداد الحقيقية

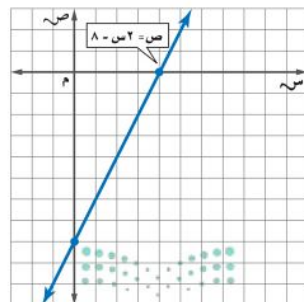
المدى

جميع الأعداد الحقيقية



حل المعادلة أو الجذر هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة. وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر، ويمكنك إيجاد جذر المعادلة بتمثيل الدالة المرتبطة بها، وكتابة هذه الدالة بمعادلة، عوض صفراً بدلاً من د (س).

المعادلة الخطية	الدالة المرتبطة
$٢ - س = ٨$	د (س) = $٢ - س - ٨$ أو $ص = ٢ - س - ٨$



تسمى قيم س التي تجعل د (س) = ٠ **أصفار** الدالة.

ويقع صفر الدالة عند المقطع السيني لها، وجذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني؛ ولذا فإن:

- ٤ هو المقطع السيني للمعادلة: $٢ - س - ٨ = ٠$
- ٤ هو حل المعادلة: $٢ - س - ٨ = ٠$
- ٤ هو جذر المعادلة: $٢ - س - ٨ = ٠$
- ٤ هو صفر الدالة: د (س) = $٢ - س - ٨$

مثال ١ حل المعادلة التي لها جذر واحد

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(أ) \frac{1}{3}س - ٢ = ٠$$

الطريقة ١: الحل جبريًا

المعادلة الأصلية
أضف ٢ إلى الطرفين
اضرب كل طرف في ٣
بسط

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}س - ٢ &= ٠ \\ \frac{1}{3}س - ٢ + ٢ &= ٠ + ٢ \\ \left(\frac{1}{3}س\right) \times ٣ &= (٢) \times ٣ \\ س &= ٦ \end{aligned}$$

الحل هو ٦.

$$(ب) ٣س + ١ = ٢ -$$

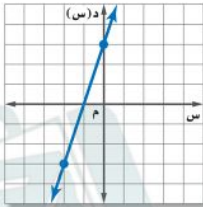
الطريقة ٢: الحل بيانيًا

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفرًا.

المعادلة الأصلية
أضف ٢ إلى الطرفين
بسط

$$\begin{aligned} ٣س + ١ &= ٢ - \\ ٣س + ١ - ١ &= ٢ - ١ + \\ ٣س &= ٣ + ٣ \end{aligned}$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د (س) = ٣س + ٣ ولتمثيل الدالة بيانيًا كَوْنْ جدولًا.



س	د (س) = ٣س + ٣	د (س)	(س، د (س))
٢ -	د (٢ -) = ٣ + ٢ - × ٣ = (٢ -)	٣ -	(٣ -، ٢ -)
٠	د (٠) = ٣ + ٠ × ٣ = (٠)	٣	(٣، ٠)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ١ -، لذا فإن الحل هو س = ١ -.

تحقق من فهمك

$$(أ) \frac{٢}{٥}س + ٦ = ٠$$

$$(ب) ١,٢٥س + ٣ = ٠$$

واحد باستعمال الجمع أو الطرح، ثم

الإجابات في الصفحة التالية

مثال ٢ معادلات ليس لها حل

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(أ) ٣س + ٧ = ٣س + ١$$

الطريقة ١: الحل جبريًا

المعادلة الأصلية
اطرح ١ من الطرفين
بسط
اطرح ٣س من الطرفين
بسط

$$\begin{aligned} ٣س + ٧ &= ٣س + ١ \\ ٣س - ١ + ٧ &= ٣س - ١ + ١ \\ ٣س &= ٦ + ٣س \\ ٣س - ٣س &= ٦ + ٣س - ٣س \\ ٠ &= ٦ \end{aligned}$$



$$(أ) \quad 6 + \frac{2}{5} = 0$$

جبرياً:

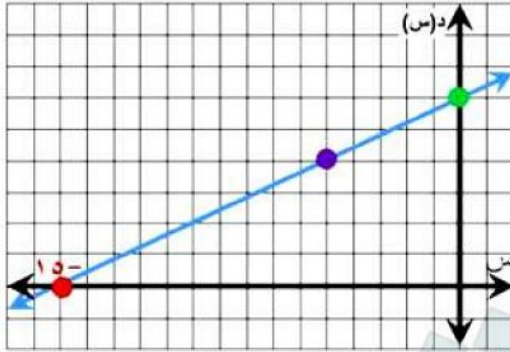
$$6 - 6 + \frac{2}{5} = 6 - 6$$

$$\frac{2}{5} = 6 - 6$$

$$\frac{5}{2} \left(\frac{2}{5} \right) = \left(\frac{5}{2} \right) (6 - 6)$$

$$1 = 6 - 6$$

بيانياً: وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $6 + \frac{2}{5} = 0$ ، ولتمثيل الدالة بيانياً كون جدولاً.



س	د(س) $6 + \frac{2}{5} = 0$	د(س)	(س ، د(س))
0	$6 + \frac{2}{5} = 0$	6	(6 ، 0)
15	$6 + \frac{2}{5} = 0$	0	(0 ، 15)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $15 -$ ، لذا فإن الحل هو $15 -$.

$$(ب) \quad 1,25 - 3 + 1 = 0$$

جبرياً:

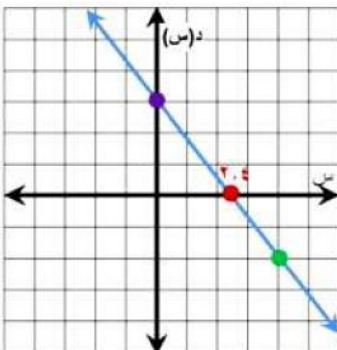
$$1,25 - 3 + 1 = 1,25 - 3 + 1$$

$$3 - 0 = 3 - 3 + 1,25 - 1$$

$$3 - 0 = 1,25 - 1$$

$$2,4 = 1,25 - 1$$

بيانياً: وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $1,25 - 3 + 1 = 0$ ، ولتمثيل الدالة بيانياً كون جدولاً



س	د(س) $1,25 - 3 + 1 = 0$	د(س)	(س ، د(س))
0	$1,25 - 3 + 1 = 0$	1,25	(1,25 ، 0)
2,4	$1,25 - 3 + 1 = 0$	0	(0 ، 2,4)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $2,4 -$ ، لذا فإن الحل هو $2,4 -$.

وهذا مستحيل، وتكون الدالة المرتبطة هي $D(s) = 6$. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة s عندما يكون $D(s) = 0$ ، وحيث $D(s)$ يساوي 6 دائماً فليس للمعادلة حل.

$$2s - 4 = 2s - 6$$

الحل بيانياً الطريقة ٢:

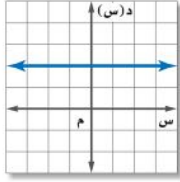
$$2s - 4 = 2s - 6$$

$$2s - 4 = 2s - 6 + 6 + 6$$

$$2s - 4 = 2s - 2$$

$$2s - 4 = 2s - 2 + 2 - 2$$

$$0 = 2$$



المعادلة الأصلية

أضف 6 إلى الطرفين

بسط

اطرح 2s من الطرفين

بسط

مثل الدالة المرتبطة $D(s) = 2$ بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.

تحقق من فهمك

$$2s - 4 = 2s - 6 + 6 + 6$$

$$2s - 4 = 2s - 2$$

الإجابات في الصفحة التالية تقديم استعمل الطريقة الجبرية لإيجاد الحل الدقيق.

مثال ٣ من واقع الحياة التقدير باستعمال التمثيل البياني



مواقف سيارات: تمثل الدالة $M = 20 - 0.75R$ ر المبلغ (م) المتبقي مع أحمد بعد توقف سيارته (ر) ساعة في موقف للسيارات. أوجد صفر الدالة، وبيّن ما يعنيه في هذا السياق.

ر	م	$M = 20 - 0.75R$
0	20	$20 - 0.75 \times 0 = 20$
5	16.25	$20 - 0.75 \times 5 = 16.25$

بيّن التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند $R \approx 26.67$. وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري.

المعادلة الأصلية

$$M = 20 - 0.75R$$

عوض القيمة صفراً بدلاً من م

$$0 = 20 - 0.75R$$

أضف 0.75R إلى الطرفين

$$0.75R = 20$$

بسط

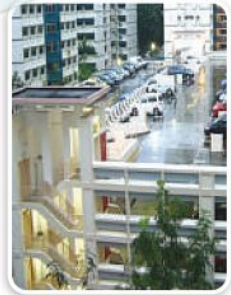
$$R = \frac{20}{0.75}$$

اقسم على 0.75

$$R \approx 26.67$$

بسط

فيكون صفر هذه الدالة هو 26.67 تقريباً؛ لذا فأقصى عدد من الساعات الكاملة التي يمكن لأحمد إيقاف سيارته خلالها هو 26 ساعة.



الربط مع الحياة

تظهر أهمية مواقف انتظار السيارات في استيعابها عدداً كبيراً من السيارات بما يقضي على معاناة المواطنين وإعاقة سير المركبات والمشاة بسبب توقف السيارات على جوانب الطرق.

جبرياً:

$$٥ + س = ٣ + س + ٥ - س$$

$$٥ = ٨ + س$$

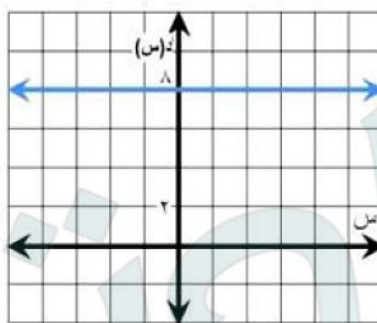
$$٥ - س = ٨ + س + ٥ - س - س$$

$$٠ = ٨$$

وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = ٨.

وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د(س) = ٠ ، وحيث د(س) يساوي ٨ دائماً فليس للمعادلة حل.

وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.



٢ (ب) $٣ - ٦ = ٣ - س$

جبرياً:

$$٣ - ٦ - ٦ = ٣ - س - ٦$$

$$٣ - ٦ = ٣ - س$$

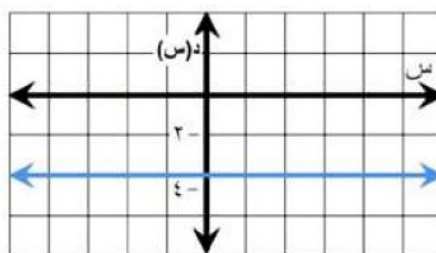
$$٣ - ٦ + س = ٣ - س + س$$

$$٠ = ٤ - س$$

وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = ٤ - س.

وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د(س) = ٠ ، وحيث د(س) يساوي ٤ - س دائماً فليس للمعادلة حل.

وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.



الإجابات في الصفحة التالية

تحقق من فهمك

(٣) **مقصف مدرسة:** اشترى مقصف مدرسة علبة حلوى بمبلغ ٤٥ ريالاً. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة ص = ١,٥ س - ٤٥ تمثل الربح الذي يحققه عند بيع س قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، ووصف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

تأكد

المثالان ٢، ١ حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(٢) \quad ٠ = ٢ - ٤ س$$

$$(١) \quad ٠ = ٦ + ٢ س$$

$$(٤) \quad ٨ - س = ٠$$

$$(٣) \quad ٠ = ٣ + ٩ س$$

$$(٦) \quad ٨ + س = ٥ - ٢ س$$

$$(٥) \quad ٢٤ - س = ١١ + ٤ س$$

(٧) **خضار:** تمثل الدالة $٦٠ - ٢ س$ كتلة الجزر المتبقي بالكيلوجرام في محل أحمد بعد بيعه (ن) كيساً. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

مثال ٣

الإجابات في الصفحة التالية

تدرب وحل المسائل

المثالان ٢، ١ حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(١٠) \quad ٣ س - ١٠ = ٣ + ٢١ س$$

$$(٩) \quad ٨ - ٥ س = ٨ - ١٦ س$$

$$(٨) \quad ٣ + س = ٠$$

$$(١٣) \quad ٧ س - ٢٠ = ٣٥ + ٧ س$$

$$(١٢) \quad ١٠ + ٧ س = ٠$$

$$(١١) \quad ٠ = ٣٦ - ٤ س$$

(١٤) **مثال ٣** أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ ٧٥ ريالاً، والمعادلة $٧٥ + ٣ س = ٠$ تمثل المبلغ (م) بالريال المتبقي معه بعد شراء (د) قلمًا. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(١٦) \quad ٣٤ + س = ٠$$

$$(١٥) \quad ٠ = ٦ + ١٥ س$$

$$(١٨) \quad ٢ - \frac{٣}{٤} س = ٠$$

$$(١٧) \quad ١٠ - ٢٢ س = ٠$$

(١٩) **قالب ثلجي:** كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجه من حافظة الثلج -١٠° س. وتمثل المعادلة: $١,٢٥ - ١٠ هـ$ درجة حرارة الثلج بعد هـ ساعة من إخراجه. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجه عند الساعة ٨:٠٠ صباحاً؟
حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، وتحقق من إجابتك جبرياً:

$$(٢١) \quad ١٩ + ٣ س = ١٣ + س$$

$$(٢٠) \quad ٣ - ٧ س = ٨ - ٤ س$$

$$(٢٣) \quad ١٠ - س = ٥ - ٣ س$$

$$(٢٢) \quad ١٥ س - ٣٠ = ٥٠ - ٥ س$$



(٣) مقصف مدرسة: اشترى مقصف مدرسة علبة حلوى بمبلغ ٤٥ ريالاً. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة ص = ١,٥س - ٤٥ تمثل الربح الذي يحققه عند بيع س قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، ووصف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

$$ص = ١,٥س - ٤٥$$

$$٠ = ١,٥س - ٤٥$$

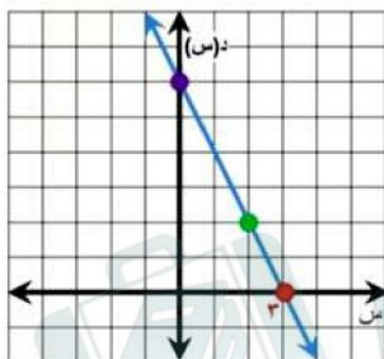
$$٤٥ + ٤٥ - ١,٥س = ٤٥ + ٠$$

$$١,٥س = ٤٥$$

$$\frac{١,٥س}{١,٥} = \frac{٤٥}{١,٥}$$

$$س = ٣٠$$

صفر هذه الدالة هو ٣٠، لذا يجب أن يبيع المقصف ٣٠ قطعة حلوى قبل أن يحقق ربحاً.



بيانياً: الدالة المرتبطة هي: د(س) = ١,٥س - ٤٥

س	د(س) = ١,٥س - ٤٥	د(س)	(س, د(س))
٠	د(٠) = ١,٥(٠) - ٤٥ = -٤٥	٠	(٠, -٤٥)
٢٠	د(٢٠) = ١,٥(٢٠) - ٤٥ = ٠	٢٠	(٢٠, ٠)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٣٠، لذا فإن الحل س = ٣٠.

$$(١) ٠ = ٦ + ٢س$$

جبرياً:

$$٠ = ٦ + ٢س$$

$$٦ - ٠ = ٦ - ٦ + ٢س$$

$$٦ - ٠ = ٢س$$

$$٣ = س$$

$$(٢) ٠ = ٢ - ٤س$$

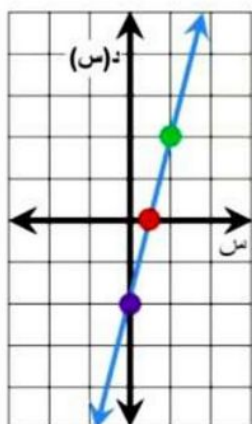
جبرياً:

$$٠ = ٢ - ٤س$$

$$٢ + ٠ = ٢ + ٢ - ٤س$$

$$٢ = ٤س$$

$$س = \frac{١}{٢}$$



بيانياً:

الدالة المرتبطة هي: د(س) = ٢ - ٤س

س	د(س) = ٢ - ٤س	د(س)	(س, د(س))
٠	د(٠) = ٢ - ٤(٠) = ٢	٠	(٠, ٢)
٠,٥	د(٠,٥) = ٢ - ٤(٠,٥) = ٠	٠,٥	(٠,٥, ٠)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $\frac{١}{٢}$ ، لذا فإن الحل هو س = $\frac{١}{٢}$.

$$(3) \quad 9s + 3 = 0$$

جبرياً:

$$9s + 3 = 0$$

$$9s - 0 = 3 - 3 + 9s$$

$$9s - 3 = 0$$

$$9s - 3 = 0$$

$$9s - 3 = 0$$

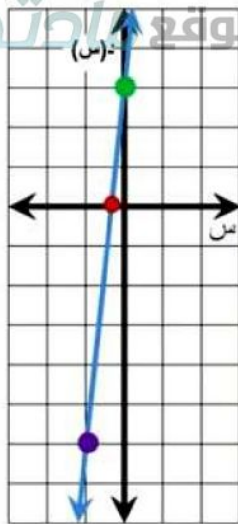
بيانياً:

الدالة المرتبطة هي: $9s + 3 = 0$

س	د(س) $9s + 3 = 0$	د(س)	(س، د(س))
1-	$9(1-) + 3 = 0$	1-	(1-، 0)
0	$9(0) + 3 = 3$	3	(0، 3)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $-\frac{1}{3}$

لذا فإن الحل هو $s = -\frac{1}{3}$



$$(4) \quad -s - 8 = 0$$

جبرياً:

$$-s - 8 = 0$$

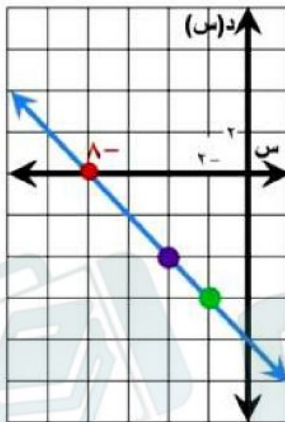
$$-s - 8 = 0$$

$$-s - 8 = 0$$

$$-s - 8 = 0$$

بيانياً: الدالة المرتبطة هي: $-s - 8 = 0$

س	د(س) $-s - 8 = 0$	د(س)	(س، د(س))
4-	$-(4-) - 8 = 0$	4-	(4-، 0)
2-	$-(2-) - 8 = -10$	2-	(2-، -10)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند -8 ، لذا فإن الحل هو $s = -8$

$$(5) \quad 4s + 11 = 24 - 4s$$

$$4s + 11 = 24 - 4s$$

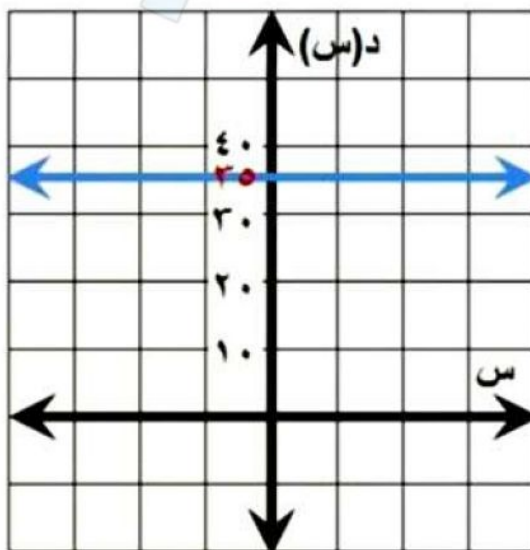
$$4s + 11 = 24 - 4s$$

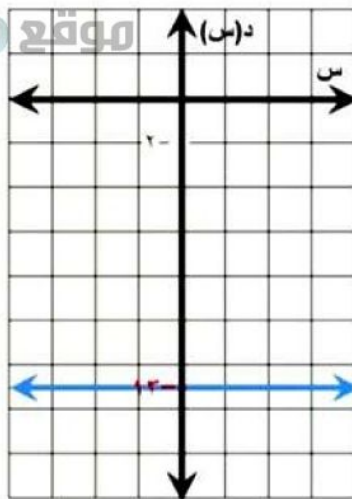
$$4s + 11 = 24 - 4s$$

$$4s + 11 = 24 - 4s$$

$$4s + 11 = 24 - 4s$$

د(س) $= 35$ لا يوجد حل للمعادلة





$$(6) \quad 2s - 5 = 8$$

$$2s - 5 = 8$$

$$2s - 5 - 8 = 8 - 5$$

$$2s - 13 = 0$$

$$2s - 13 = 0$$

$$0 = 13 -$$

د (س) = 13 لا يوجد للمعادلة حل

(7) **خضار:** تمثل الدالة $2n - 60 = 0$ كتلة الجزر المتبقي بالكيلوجرام في محل أحمد بعد بيعه (ن) كيساً. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

$$2n - 60 = 0$$

$$2n - 60 = 0$$

$$2n - 60 - 60 = 0 - 60$$

$$2n - 120 = 0$$

$$\frac{2n - 120}{2} = \frac{0 - 120}{2}$$

$$n = 60$$

صفر هذه الدالة هو 60 ، لذا يجب أن يبيع أحمد 60 كيساً ليكون وزن الجزر في محله صفرًا.

$$(10) \quad 3s + 21 = 10 - 3s$$

$$3s + 21 = 10 - 3s$$

$$3s + 21 - 21 = 10 - 3s - 21$$

$$3s = 31 - 3s$$

$$3s - 3s = 31 - 3s - 3s$$

$$0 = 31 -$$

لا يوجد لها حل.

$$(9) \quad 8s - 16 = 8s - 5$$

$$8s - 16 = 8s - 5$$

$$8s - 16 - 16 = 8s - 5 - 16$$

$$8s - 32 = 8s - 21$$

$$8s - 32 = 8s - 21$$

$$0 = 11 -$$

لا يوجد لها حل.

$$(8) \quad 3 + s = 0$$

$$3 + s = 0$$

$$3 - 3 + s = 0 - 3$$

$$s = -3$$

الحل هو: -3.

$$(11) \quad 0 = 36 - 4س$$

$$4س = 36 - 0$$

$$4س - 36 + 0 = 36 + 36 - 36 + 0$$

$$4س = 36$$

$$س = 9$$

الحل هو: ٩

$$(12) \quad 10 + 7س = 0$$

$$7س + 10 = 0$$

$$7س + 10 - 10 = 0 - 10$$

$$7س = -10$$

$$س = \frac{-10}{7}$$

الحل هو: $\frac{-10}{7}$

$$(13) \quad 7س - 20 = 35 + 7س$$

$$7س - 20 = 35 + 7س$$

$$7س - 20 - 20 = 35 + 7س - 20 - 20$$

$$7س - 40 = 15 + 7س$$

$$7س + 7س - 40 = 15 + 7س + 7س$$

$$0 = 15$$

لا يوجد لها حل.

(١٤) أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ ٧٥ ريالاً، والمعادلة $75 + 3د = ٧٥$ تمثل المبلغ (م) بالريال المتبقي معه بعد شراء (د) قلمًا. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

$$75 + 3د = ٧٥$$

$$75 + 3د = ٧٥$$

$$75 - 75 + 3د = 75 - 75$$

$$3د = ٧٥ - 75$$

$$\frac{3د}{3} = \frac{٧٥ - 75}{3}$$

$$د = ٢٥$$

صفر هذه الدالة هو ٢٥، لذا يمكنه شراء ٢٥ قلمًا كحد أقصى بمبلغ ٧٥ ريال.

$$(15) \quad 0 = 6س + 15$$

$$6س + 15 = 0$$

$$6س - 15 + 15 = 0 + 15 - 15$$

$$6س = -15$$

$$س = \frac{-15}{6}$$

$$س = \frac{-5}{2}$$

$$(16) \quad 34 + 13س = 0$$

$$13س + 34 = 0$$

$$13س + 34 - 34 = 0 - 34$$

$$13س = -34$$

$$س = \frac{-34}{13}$$

الحل هو: $\frac{-34}{13}$

$$(17) \quad 10 - 22س = 0$$

$$10 - 22س = 0$$

$$10 + 10 - 22س = 10 + 10 - 22س$$

$$22س = 10$$

$$س = \frac{10}{22}$$

$$س = \frac{5}{11}$$

الحل هو $\frac{5}{11}$

$$(18) \quad \frac{2}{5} - \frac{3}{4} = 0 \text{ س}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = 0 \text{ س}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4} - 0$$

$$\frac{2}{5} - = \frac{3}{4} -$$

$$\left(\frac{5}{4} -\right) \times \frac{2}{5} - = \left(\frac{5}{4} -\right) \times \frac{3}{4} -$$

$$= \frac{15}{8}$$

$$\frac{15}{8} \text{ هو الحل}$$

(19) **قالب ثلجي**؛ كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجها من حافظة الثلج -10°س . وتمثل المعادلة: $t = 1,25h - 10$ درجة حرارة الثلج بعد h ساعة من إخراجها. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجها عند الساعة $8:00$ صباحاً؟

$$t = 1,25h - 10$$

$$10 = 1,25h - 10$$

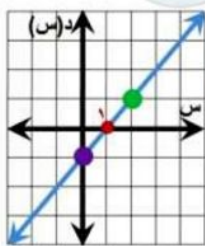
$$10 + 10 = 1,25h - 10 + 10$$

$$20 = 1,25h$$

$$\frac{20}{1,25} = \frac{1,25h}{1,25}$$

$$h = 16$$

سيبدأ القالب بالذوبان بعد إخراجها من حافظة الثلج بـ 16 ساعات أي الساعة $8:00$ مساءً.



س	د(س) = $1 - s$	د(س)	د(س) = $1 - s$
0	د(0) = $1 - 0 = 1$	1	(1 - 0)
1	د(1) = $1 - 1 = 0$	0	(1 - 1)

$$(20) \quad 3s - 7 = 4s - 8$$

$$3s - 7 = 4s - 8$$

$$3s - 7 + 8 = 4s - 8 + 8$$

$$1 = s$$

$$1 - 1 = s + 1 - 1$$

$$0 = s + 1 - 1$$

الدالة المرتبطة هي د(س) = $1 - s$

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند 1 ، لذا فإن الحل هو $s = 1$.

التحقق: $3s - 7 = 4s - 8$

$$3s - 7 + 8 = 4s - 8 + 8$$

$$1 = s + 1 - 1$$

$$1 - 1 = s + 1 - 1$$

$$s = 1$$

$$(21) \quad 19 + 3s = 13 + s$$

$$19 + 3s = 13 + s$$

$$19 + 3s - 13 = 13 + s - 13$$

$$6 = 3s + s$$

$$6 = 4s$$

$$1.5 = s$$

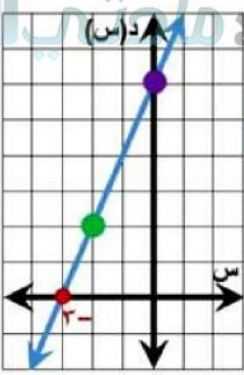
الدالة المرتبطة: $d(s) = 2s + 6$

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $s = 3$ ، لذا فإن الحل هو $s = 3$.

التحقق:

$$19 + 3(3) = 13 + 3$$

$$10 = 10$$



س	د(س) = 2س + 6	د(س)	(س ، د(س))
2-	د(2-) = (2-)2 + 6 = 2	2	(2- , 2-)
0	د(0) = (0)2 + 6 = 6	6	(6 , 0)

$$(22) \quad 15s - 30 = 5s - 50$$

$$15s - 30 = 5s - 50$$

$$15s - 30 + 30 = 5s - 50 + 30$$

$$15s = 5s - 20$$

$$15s - 5s = 5s - 20 - 5s$$

$$10s = -20$$

الدالة المرتبطة: $d(s) = 10s + 20$

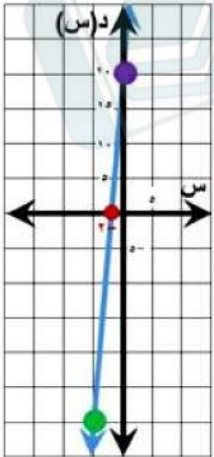
الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $s = -2$

لذا فإن الحل هو $s = -2$

التحقق:

$$15(-2) - 30 = 5(-2) - 50$$

$$-60 = -60$$



س	د(س) = 10س + 20	د(س)	(س ، د(س))
5-	د(5-) = (5-)10 + 20 = 0	30-	(30- , 5-)
0	د(0) = (0)10 + 20 = 20	20	(20 , 0)

$$(23) \quad \frac{1}{4} \text{ س} - 5 = 3 \text{ س} - 10$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - 5 = 3 \text{ س} - 10$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - 5 + 10 = 3 \text{ س} - 10 + 10$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} + 5 = 3 \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - 3 \text{ س} = 3 \text{ س} - 3 \text{ س} - 5 + 5$$

$$0 = 5 + 3 \text{ س} - \frac{1}{4} \text{ س}$$

$$0 = 5 + \frac{6}{4} \text{ س} - \frac{1}{4} \text{ س}$$

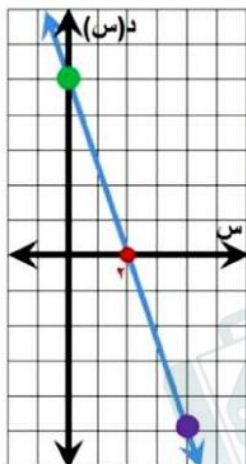
$$0 = 5 + \frac{5}{4} \text{ س}$$

$$\text{د (س)} = -\frac{5}{4} \text{ س} + 5$$

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٢ ، لذا فإن الحل هو $2 = 2$.

التحقق: $10 - 2 \times 3 = 5 - 2 \times \frac{1}{4}$

$$4 - = 4 -$$



س	د (س) = $5 + \frac{5}{4} \text{ س}$	د (س)	(س ، د (س))
٠	$5 + (٠) \frac{5}{4} = 5$	٥	(٥ ، ٠)
٤	$5 + (٤) \frac{5}{4} = -5$	٥-	(٥- ، ٤)

(٢٤) **منتجات الشعر:** تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعاناً. وتُمثّل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة: ص = -١٢,٥ س + ١٠٠؛ حيث س الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، ص النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

(أ) أوجد صفر الدالة.

(ب) تقنية: مثل الدالة بيانياً، وتحقق من صحّة التمثيل باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

(ج) بين ما يعنيه الصفر في هذه الحالة.

(د) اذكر كلاً من مجال الدالة ومداها.

ارشادات للدراسة

صفر الدالة،
يُسمى صفر الدالة أيضاً
جذر المعادلة أو المقطع
السيني.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٥) **تبرير:** وضح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

(٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها $-\frac{3}{4}$. واكتب الدالة المرتبطة بها.

(٢٧) **اكتب:** لخّص كيف تحل معادلة خطية جبرياً وبيانياً.

تدريب على اختبار

(٢٩) بيّن الجدول أدناه التكلفة جـ لاستئجار زورق مدة هـ ساعة.

الساعات (هـ)	١	٢	٣
التكلفة بالريال (جـ)	٢٥	٥٠	٧٥

أي المعادلات الآتية تمثّل بيانات الجدول؟

(أ) جـ = ٢٥ هـ
(ب) جـ = ٢٥ - ٧٥ هـ
(ج) جـ = ٢٥ + هـ
(د) جـ = ٢٥ + ٧٥ هـ

(٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟

س	ص
٠	٥
١	٣
٢	١
٣	١-
٤	٣-

(أ) بين ١,٠
(ب) بين ٣,٢
(ج) بين ٢,١
(د) بين ٤,٣

الإجابات في الصفحة التالية

مراجعة تراكمية

أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل دالة خطية فيما يأتي: (الدرس ٣-٢)

(٣٠) ص = ٢س + ١٠
(٣١) ٣ص = ٦س - ٩

(٣٢) حل المعادلة: |س - ١| = ٧. (الدرس ٥-١)

(٣٣) مثل العلاقة: { (٦, ٤), (٥, ٣), (٤, ٢), (٣, ١) } بجدول، وبيانياً، وبالمخطط السهمي، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها. (الدرس ١-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلاً مما يأتي:

$$\frac{36-}{8} \quad (٣٧)$$

$$\frac{6}{12-} \quad (٣٦)$$

$$\frac{4-}{12-} \quad (٣٥)$$

$$\frac{20}{10} \quad (٣٤)$$

أحسب قيمة $\frac{ب-}{د-}$ في كلّ مما يأتي:

(٣٨) أ = ٦، ب = ٢، ج = ٩، د = ٣

(٣٩) أ = ٤، ب = ٧، ج = ١، د = ٢

(٢٤) منتجات الشعر: تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعاناً. وتُمثل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة: $ص = ١٢,٥ - س + ١٠٠$ حيث $س$ الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، $ص$ النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

(أ) أوجد صفر الدالة.

$$ص = ١٢,٥ - س + ١٠٠$$

$$٠ = ١٢,٥ - س + ١٠٠$$

$$٠ = ١٠٠ - ١٠٠ + ١٢,٥ - س$$

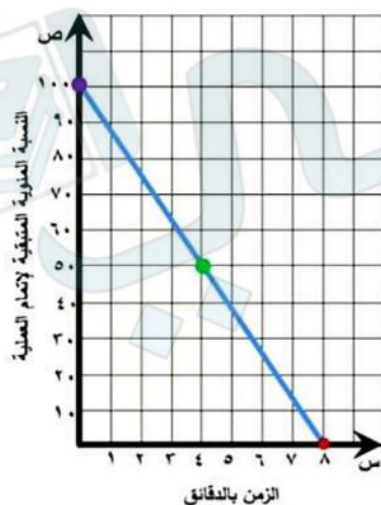
$$٠ = ١٢,٥ - س$$

$$\frac{٠ - ١٢,٥}{-١} = \frac{١٠٠ - ١٢,٥}{-١}$$

$$٨ = س$$

صفر هذه الدالة هو ٨

(ب) تقنية: مثل الدالة بيانياً، وتحقق من صحّة التمثيل باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.



س	ص	$١٠٠ - س + ١٢,٥ = ص$	ص (س، ص)
٠	١٠٠	$١٠٠ - (٠) + ١٢,٥ = ص$	(١٠٠، ٠)
٤	٥٠	$١٠٠ - (٤) + ١٢,٥ = ص$	(٥٠، ٤)

(ج) بين ما يعنيه الصفر في هذه الحالة.

يجب أن يبقى المستحضر على الشعر ٨ دقائق ليكون فعالاً تماماً.

المجال: $٠ \leq س \leq ٨$

(د) اذكر كلاً من مجال الدالة ومداها.

المدى: $٠ \leq ص \leq ١٠٠$

(٢٥) **تبرير:** وضح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟
من الأفضل استعمال الطريقة الجبرية إذا كان المطلوب هو الإجابة الدقيقة
أما التمثيل البياني يعطي حل تقديري.

(٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها $-\frac{3}{4}$. واكتب الدالة المرتبطة بها.

$$س + \frac{3}{4} = ٠ \quad \text{الدالة المرتبطة هي: د(س) = س} + \frac{3}{4}$$

(٢٧) **اكتب:** لخص كيف تحل معادلة خطية جبرياً وبيانياً.

لحل معادلة خطية جبرياً نحل المعادلة بالنسبة إلى س، أما لحلها بيانياً فنوجد الدالة المرتبطة بجعل المعادلة مساوية للصفر، ونكون جدول بقيم مختلفة للإحداثي س ثم توجد القيم المقابلة لها للإحداثي ص، بعد ذلك نعين على التمثيل البياني أين يقطع الخط محور السينات لتكون نقطة القطع هي الحل، وإذا لم يقطع الخط محور السينات فلا يوجد حل للمعادلة.

(٢٩) يبين الجدول أدناه التكلفة ج لاستئجار زورق مدة ه ساعة.

الساعات (هـ)	١	٢	٣
التكلفة بالريال (جـ)	٢٥	٥٠	٧٥

أي المعادلات الآتية تمثل بيانات الجدول؟

(جـ) $ج = ٢٥ + هـ$

(د) $ج = ٢٥ + ٧٥ هـ$

(أ) $ج = ٢٥ هـ$

(ب) $ج = ٢٥ - ٧٥ هـ$

(٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟

س	ص
٠	٥
١	٣
٢	١
٣	١-
٤	٣-

(جـ) بين ٢،١

(د) بين ٤،٣

(أ) بين ١،٠

(ب) بين ٣،٢

(٣٠) $ص = ٢س + ١٠$ لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

$$ص = ٢س + ١٠$$

$$٠ = ٢س + ١٠$$

$$٠ - ١٠ = ٢س + ١٠ - ١٠$$

$$-١٠ = ٢س$$

$$\frac{-١٠}{٢} = \frac{٢س}{٢}$$

$$-٥ = س$$

فيكون المقطع السيني -٥

أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(٠, -٥)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $س = ٠$

$$ص = ٢س + ١٠$$

$$ص = ٢(٠) + ١٠$$

$$ص = ١٠$$

فيكون المقطع الصادي ١٠

أي أن المستقيم يقطع محور الصادات

في النقطة $(٠, ١٠)$.

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

$$٣ \text{ ص} = ٦ \text{ س} - ٩$$

$$٣ = (٠) ٦ - ٩$$

$$٠ = ٦ \text{ س} - ٩$$

$$٠ = ٩ - ٦ \text{ س}$$

$$٩ = ٦ \text{ س}$$

$$\frac{٩}{٦} = \frac{٩}{٦} \text{ س}$$

$$\frac{٩}{٦} = \frac{٩}{٦} \text{ س}$$

$$\frac{٣}{٢} = \text{س}$$

فيكون المقطع السيني $\frac{٣}{٢}$ أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(\frac{٣}{٢}, ٠)$

موقع هادتي

(٣٢) حل المعادلة: $٧ = |١ - \text{س}|$

$$\text{س} - ١ = ٧$$

$$\text{س} - ١ = ٧$$

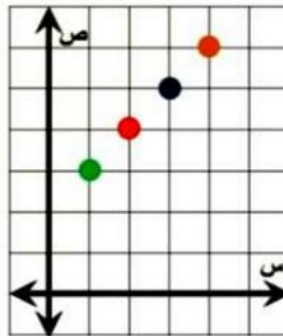
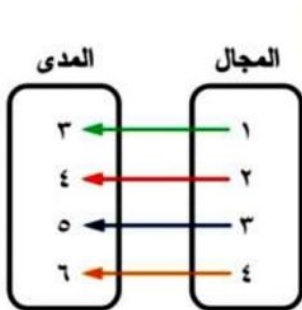
$$\text{س} - ١ + ١ = ٧ + ١$$

$$\text{س} - ١ + ١ = ٧ + ١$$

$$\text{س} = ٨$$

$$\text{س} = ٦$$

مجموعة الحل {٨، ٦}

(٣٣) مثل العلاقة: $\{(٦، ٤)، (٥، ٣)، (٤، ٢)، (٣، ١)\}$ بجدول، وبيانيًا، وبالمخطط السهمي، ثم حدّد كلاً من مجالها ومدىها.

س	ص
١	٣
٢	٤
٣	٥
٤	٦

المجال هو: {١، ٢، ٣، ٤}، والمدى هو: {٣، ٤، ٥، ٦}.

$$\frac{5}{2} = \frac{5 \times 5}{5 \times 2} = \frac{25}{10} \quad (34)$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1-}{3-} = \frac{2 \times 2-}{3 \times 2 \times 2-} = \frac{4-}{12-} \quad (35)$$

$$\frac{1}{2} - = \frac{1-}{2-} = \frac{6}{6 \times 2-} = \frac{6}{12-} \quad (36)$$

$$\frac{9}{2} - = \frac{9-}{2} = \frac{9 \times 4-}{2 \times 4} = \frac{36-}{8} \quad (37)$$

(39) أ = 4، ب = 7، ج = 1، د = 2

$$\frac{(7-)-4}{(2-)-(1-)} = \frac{ب-أ}{د-ج}$$

$$\frac{7+4}{2+1-} =$$

$$\frac{11}{1} =$$

$$11 =$$

(38) أ = 6، ب = 2، ج = 9، د = 3

$$\frac{2-6}{3-9} = \frac{ب-أ}{د-ج}$$

$$\frac{4}{-6} =$$

$$\frac{2}{3} =$$



معدل التغير والميل

لماذا؟



تسمح لك إحدى الألعاب المائية بالانحدار لمسافة ٢٠ متراً، ويصف معدل التغير في هذه اللعبة نسبة تغير المسافة التي يقطعها الشخص بالنسبة للتغير في الزمن.
معدل التغير: معدل التغير هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

فيما سبق

درست تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

والآن

- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أجد ميل مستقيم.

المفردات

معدل التغير

أشرف إلى

مطوياتك

معدل التغير

مفهوم أساسي

إذا كانت s هي المتغير المستقل، و v المتغير التابع فإن:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } v}{\text{التغير في } s}$$

تحقق من فهمك

عدد البلاطات (س)	المساحة المبلطة (سم ^٢) (ص)
٣	١٢٠٠
٦	٢٤٠٠
٩	٣٦٠٠

(١) تبليط: يبين الجدول المجاور كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.
(٢) أوجد معدل التغير.

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } v}{\text{التغير في } s}$$

$$\frac{2400 - 1200}{6 - 3} =$$

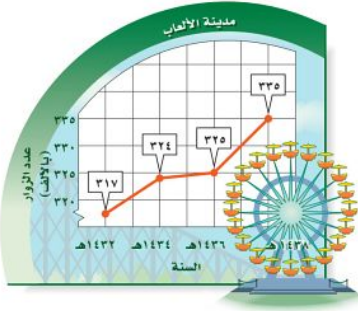
$$\frac{400}{1} = \frac{1200}{3} =$$

(ب) فسّر معنى معدل التغير.

معدل التغير هو $\frac{400}{1}$ وهذا يعني أن كل بلاطة تغطي ٤٠٠ سم^٢ من مساحة السطح.

تعرفت من الأمثلة السابقة على معدلات التغير الثابتة، إلا أن كثيرًا من المواقف من واقع الحياة تتضمن معدلات تغير ليست ثابتة.

مثال ٢ من واقع الحياة معدل التغير غير الثابت



مدينة ألعاب: يبين التمثيل البياني المجاور عدد زوار إحدى مدن الألعاب.

(أ) أوجد معدل التغير في الفترة من ١٤٣٢ هـ - ١٤٣٤ هـ، وفي الفترة من ١٤٣٤ هـ - ١٤٣٦ هـ.

معدل التغير في الفترة ١٤٣٢ هـ - ١٤٣٤ هـ:

$$\begin{array}{l} \text{عوض} \quad \begin{array}{l} \text{الزوار} \rightarrow 317 - 324 \\ \text{السنوات} \rightarrow 1432 - 1434 \end{array} \\ \text{بسط} \quad \frac{317 - 324}{1432 - 1434} = \frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} \\ 3,5 = \frac{7}{2} = \end{array}$$

ازداد عدد الزوار خلال هاتين السنتين ٧ آلاف، وذلك بمعدل تغير مقداره ٣,٥ آلاف في السنة.

معدل التغير في الفترة ١٤٣٤ هـ - ١٤٣٦ هـ:

$$\begin{array}{l} \text{عوض} \quad \begin{array}{l} \text{الزوار} \rightarrow 324 - 335 \\ \text{السنوات} \rightarrow 1434 - 1436 \end{array} \\ \text{بسط} \quad \frac{324 - 335}{1434 - 1436} = \frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} \\ 0,5 = \frac{1}{2} = \end{array}$$

تحقق من فهمك

٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد - دون إجراء عمليات حسابية - فترة السنتين ذات معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

فترة السنتين ذات معدل التغير الأكبر هي الفترة ١٤٣٦ هـ - ١٤٣٨ هـ، لأن الجزء الذي يمثل هذه الفترة أكثر ميلًا

معدل التغير في الفترة ١٤٣٦ هـ - ١٤٣٨ هـ:

$$\begin{array}{l} \text{التغير في عدد الزوار} \\ 335 - 325 \\ \text{التغير في الزمن} \\ 1436 - 1438 \\ 10 = \frac{10}{2} = \end{array}$$

ازداد عدد الزوار خلال هاتين السنتين ١٠ آلاف، وذلك بمعدل تغير مقداره ٥ آلاف في السنة.

يكون معدل التغير للدالة ثابتاً إذا لم تتغير قيمته بين أي نقطتين على التمثيل البياني لتلك الدالة. والدوال الخطية لها معدل تغير ثابت.

إرشادات للدراسة

دالة خطية أم غير خطية؟

حتى تكون الدالة خطية يجب أن يكون معدل التغير ثابتاً؛ أي يجب أن يكون التغير في كل من قيم س، ص ثابتاً.

تحقق من فهمك

ص	س
١١	٣-
١٥	٢-
١٩	١-
٢٣	١
٢٧	٢

$$\text{معدل التغير بين أول قيمتين} = \frac{١١ - ١٥}{٣ + ٢ -} = \frac{٤}{٥}$$

$$\text{معدل التغير بين ثاني قيمتين} = \frac{١٥ - ١٩}{٢ + ١ -} = \frac{٤}{٣}$$

$$\text{معدل التغير بين ثالث قيمتين} = \frac{١٩ - ٢٣}{١ + ١} = \frac{٤}{٢}$$

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً فالدالة ليست خطية

$$\text{معدل التغير بين أول قيمتين} = \frac{٤ + ١}{١٢ - ٩} = \frac{٥}{٣}$$

$$\text{معدل التغير بين ثاني قيمتين} = \frac{١ - ٦}{٩ - ٦} = \frac{٥}{٣}$$

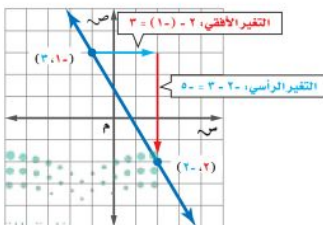
$$\text{معدل التغير بين ثالث قيمتين} = \frac{٦ - ١١}{٦ - ٣} = \frac{٥}{٣}$$

$$\text{معدل التغير بين رابع قيمتين} = \frac{١١ - ١٦}{٣ - ٠} = \frac{٥}{٣}$$

بما أن معدل التغير ثابت فالدالة خطية.

ص	س
٤-	١٢
١	٩
٦	٦
١١	٣
١٦	٠

إيجاد الميل: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني كلما انتقلت من نقطة إلى أخرى. وبالتالي يمكن استعماله لوصف معدل التغير. إن ميل المستقيم يصف درجة انحداره، وكلما زادت القيمة المطلقة للميل كان المستقيم أشد انحداراً. يُظهر الرسم البياني المجاور مستقيماً ماراً بالنقطتين (٢، ٢)، (٣، ١).



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

$$= \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$$

$$= \frac{٣ - ٢}{(١ -) - ٢} = \frac{١}{-١} = -١$$

لذا، فميل المستقيم هو -١.

وبما أن معدل تغير الدالة الخطية ثابت، فيمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم غير الرأسى لتحديد ميله.

مطلوبتك

الرسم

الميل

التعبير اللفظي: ميل المستقيم غير الرأسى هو نسبة التغير الرأسى إلى التغير الأفقى.

الرموز: يمكن إيجاد الميل (م) للمستقيم غير الرأسى المار بالنقطتين $(س_١, ص_١)$ ، $(س_٢, ص_٢)$ على النحو الآتى:

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

التغير في ص التغير في س

قراءة الرياضيات

تقرأ ص_١ على الصورة صاد واحد. وتقرأ س_٢ على الصورة سين اثنين. ويشير الرقمان ١، ٢ إلى النقطتين الأولى والثانية اللتين ترتبط بهما قيم س، ص.

يمكن أن يكون ميل مستقيم موجباً أو سالباً أو صفراً أو غير مُعرّف. فإذا لم يكن المستقيم أفقياً ولا رأسياً، فميله إما موجب وإما سالب.

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(أ) $(٢, -٤)$ ، $(٢, ٠)$

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٠ - (-٤)}{٢ - ٢} = \frac{٠}{٠} = \frac{٠}{٤} = ٠$$

تنبيه

تقريباً: كن حريصاً على عدم تبديل قيم س أو قيم ص.

(ب) $(٢, -٢)$ ، $(٤, -٦)$

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٦ - (-٢)}{٤ - ٢} = \frac{-٦ + ٢}{٢} = \frac{-٤}{٢} = -٢$$

مثال ٥

الميل غير المعرف

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-2, 3)$ ، $(-4, 2)$:

$$m = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{2 - 3}{-4 - (-2)} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

عوض

بسط

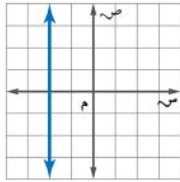
$$= \frac{1}{2} \text{ أو غير معرف}$$

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

(ب) $(-3, 1)$ ، $(-3, 2)$

(أ) $(6, 7)$ ، $(6, 3)$



إرشادات للدراسة

الميل الذي قيمته صفر والميل غير المعرف،

إذا كان الفرق في قيم ص صفرًا، فسيكون الخط أفقيًا. وإذا كان الفرق في قيم س صفرًا، فسيكون الميل غير معرف، وسيكون الخط رأسيًا.

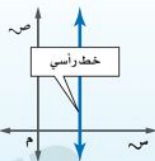
الإجابات في الصفحة التالية

مفهوم أساسي

الميل

مطوياتك

الميل غير معرف



الميل صفر



الميل سالب



الميل موجب



أحيانًا قد تعطى قيمة الميل ويطلب إليك إيجاد الإحداثي المجهول.

إيجاد الإحداثي إذا علم الميل

مثال ٦

أوجد قيمة r التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1, 4)$ ، $(-5, r)$ يساوي $\frac{1}{3}$.

صيغة الميل

$$m = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{4 - r}{1 - (-5)} = \frac{4 - r}{6}$$

$$\text{ضع } (س_1, ص_1) = (1, 4) \text{، } (س_2, ص_2) = (-5, r) \Rightarrow (1, 4) = (س_1, ص_1) \text{، } (-5, r) = (س_2, ص_2)$$

اطرح

$$\frac{4 - r}{6} = \frac{1}{3}$$

اضرب تبادليًا

$$3(4 - r) = 6$$

خاصية التوزيع

$$12 - 3r = 6$$

أضف ١٢ إلى كلا الطرفين، وبسط

$$-3r = -6$$

اقسم على ٣، وبسط

$$r = 2$$

لذلك فإن المستقيم يمر بالنقطة $(-5, 2)$.

تحقق من فهمك

٦ أوجد قيمة r التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-2, 6)$ ، $(r, 4)$ يساوي -5 .

(١٥) (٦، ٣)، (٦، ٧)

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$$

$$\frac{٣ - ٧}{٦ - ٦} =$$

$$\frac{٤}{٠} = \text{غير معروف}$$

(٥ب) (٣-، ٢)، (٣-، ١-)

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$$

$$\frac{٢ - ١ -}{(٣-) - ٣ -} =$$

$$\frac{٣ -}{٠} = \frac{٣ -}{٣ - ٣ +} = \text{غير معروف}$$

(٦) أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (٦، ٢-)، (٤-، ر) يساوي ٥-

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$$

$$\frac{٦ - ٤ -}{(٢-) - ر} = ٥ -$$

$$\frac{١٠ -}{٢ + ر} = ٥ -$$

$$\frac{١٠ -}{٢ + ر} = \frac{٥ -}{١}$$

$$(١) ١٠ - = (٢ + ر) ٥ -$$

$$١٠ - = ١٠ - ر ٥ -$$

$$١٠ + ١٠ - = ١٠ + ١٠ - ر ٥ -$$

$$٠ = ر ٥ -$$

$$\frac{٠}{٥ -} = \frac{ر ٥ -}{٥ -}$$

$$٠ = ر$$

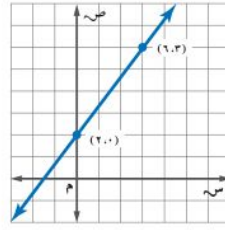
الإجابات في الصفحة التالية

تأكد

أوجد معدّل التغير الممثل في كلّ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

مثال ١

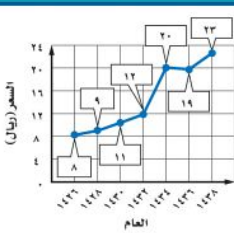
س	ص
٣	٦-
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦



(١)

(٢)

معدّل أسعار الوجبات في المطاعم



(٣) **مطاعم:** استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

مثال ٢

(أ) أوجد معدّل التغير في الأسعار من ١٤٣٦ هـ - ١٤٣٨ هـ، وفسّر معناه.

(ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدّل تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٣٦ هـ - ١٤٣٨ هـ، وفسّر إجابتك.

حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

مثال ٣

س	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤
ص	٧	٥	٣	٠	٢-

(٥)

س	٧-	٤-	١-	٢	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

(٤)

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

المثالان ٤ ، ٥

(٧) $(٧, ٣-)$ ، $(٤, ٣-)$

(٦) $(١, ٢-)$ ، $(٣, ٤-)$

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

مثال ٦

(٩) $(٢, ٥)$ ، $(٢, ٧-)$ ، $٥ = م$

(٨) $(٣, ٨-)$ ، $(٤, -)$ ، $٥ = م$

الإجابات في الصفحة التالية

تدرب وحل المسائل

أوجد معدّل التغير لكل من الدالتين الممثلتين بالجدولين الآتيين:

مثال ١

س	١	٢	٣	٤
ص	١٥	٩	٣	٣-

(١١)

س	٥	١٠	١٥	٢٠
ص	٢	٣	٤	٥

(١٠)

السنة	عدد سكان المملكة العربية السعودية
١٤٣١ هـ	٢٧١٣٦٩٧٧
١٤٣٨ هـ	٣٢٥٥٢٣٣٦

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

(١٢) **سكان:** أوجد المعدّل السنوي للتغير في عدد سكان المملكة العربية السعودية من عام ١٤٣١ هـ إلى ١٤٣٨ هـ؟ وفسّر معناه.

مثال ٢

حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

مثال ٣

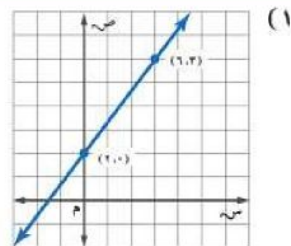
س	٠,٢-	٠	٠,٢	٠,٤	٠,٦
ص	٠,٧	٠,٤	٠,١	٠,٣	٠,٦

(١٤)

س	٧-	٥-	٣-	١-	٠
ص	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٣

(١٣)

$$\begin{aligned} \text{معدل التغير} &= \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} \\ &= \frac{2 - 6}{4 - 3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$



(٢)

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2 - 10}{5 - 7} \\ &= \frac{8}{2} = 4 \end{aligned}$$

س	ص
3	6
5	2
7	10
9	18
11	26

(٣) **مطاعم:** استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

(أ) أوجد معدل التغير في الأسعار من ١٤٣٦هـ - ١٤٣٨هـ، وفسّر معناه.

معدل التغير في الفترة ١٤٣٦هـ - ١٤٣٨هـ:

$$\text{التغير في السعر} = \frac{19 - 23}{1436 - 1438} = \frac{4}{2} = 2$$

التغير في الزمن

ازداد معدل أسعار الوجبات خلال هاتين السنتين ٤ ريال، وذلك بمعدل تغير مقداره ٢ ريال في السنة.

(ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدل تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٣٦هـ - ١٤٣٨هـ، وفسّر إجابتك.

فترة العامين ذات معدل التغير الأكبر هي الفترة ١٤٣٢هـ - ١٤٣٤هـ، لأن الجزء الذي يمثل هذه الفترة أكثر ميلاً.

نعم ، لأن قيم كل من س ، ص تتغير بمقدار ثابت.

س	٧-	٤-	١-	٢	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

لا ، لأن قيم ص لا تنقص بمقدار ثابت.

س	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤
ص	٧	٥	٣	٠	٢-

$$(6) \quad (1, 2-), (3, 4-)$$

$$\frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = م$$

$$\frac{3 - 1}{(4-) - 2 -} =$$

$$1 - = \frac{2 -}{2} = \frac{2 -}{4 + 2 -} =$$

$$(7) \quad (7, 3-), (4, 3-)$$

$$\frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = م$$

$$\frac{7 - 4}{(3-) - 3 -} =$$

$$\text{غير معروف} \quad \frac{3 -}{0} = \frac{3 -}{3 + 3 -} =$$

$$(8) \quad (3, 8-), (7, 4-), م = 5$$

$$\frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = م$$

$$\frac{7 - 3}{(4-) - 8 -} = 5 -$$

$$\frac{7 - 3}{4 + 8 -} = 5 -$$

$$\frac{7 - 3}{4 -} = 5 -$$

$$\frac{7 - 3}{4 -} = \frac{5 -}{1}$$

$$(1) \quad (7 - 3) = 5 - (4 -)$$

$$20 = 7 - 3$$

$$3 - 20 = 7 - 3 - 3$$

$$17 = 7 -$$

$$17 - = 7$$

$$(9) \quad (2, 5), (7, 1), م = \frac{5}{6}$$

$$\frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2} = م$$

$$\frac{2 - 7}{5 - 1 -} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{2 - 7}{12 -} = \frac{5}{6}$$

$$6(2 - 7) = 12 - (5)$$

$$60 - = 12 - 7 6$$

$$12 + 60 - = 12 + 12 - 7 6$$

$$48 - = 7 6$$

$$\frac{48 -}{6} = \frac{7 6}{6}$$

$$8 - = 7$$

س	٥	١٠	١٥	٢٠
ص	٢	٣	٤	٥

$$\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}} = \text{معدل التغير}$$

$$\frac{2 - 3}{5 - 10} =$$

$$\frac{1}{5} =$$

$$\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}} = \text{معدل التغير}$$

س	١	٢	٣	٤
ص	١٥	٩	٣	٣-

$$\frac{15 - 9}{1 - 2} =$$

$$6 - = \frac{6 -}{1} =$$

السنة	عدد سكان المملكة العربية السعودية
١٤٣١هـ	٢٧١٣٦٩٧٧
١٤٣٨هـ	٣٢٥٥٢٣٣٦

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

(١٢) سكان: أوجد المعدل السنوي للتغير في عدد سكان المملكة العربية السعودية من عام ١٤٣١هـ إلى ١٤٣٨هـ؟ وفّر معناه.

معدل التغير في الفترة ١٤٣١هـ - ١٤٣٨هـ:

$$\frac{\text{التغير في عدد السكان}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{27136977 - 32552336}{1431 - 1438} = \frac{5415359}{7} \approx 773623$$

ازداد عدد سكان المملكة العربية السعودية خلال السبع سنوات بحوالي ٥٤١٥٣٥٩ ، وذلك بمعدل تغير مقداره ٧٧٣٦٢٣ في السنة.

س	٠,٢-	٠	٠,٢	٠,٤	٠,٦
ص	٠,٧	٠,٤	٠,١	٠,٣	٠,٦

ليست خطية ، لأن قيم ص لا تنقص بمعدل ثابت.

س	٧-	٥-	٣-	١-	٠
ص	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٣

ليست خطية ، لأن قيم س لا تزداد بمعدل ثابت.

المثالان ٤، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(١٥) $(١, ١), (٢, -٨)$ (١٦) $(٢, ٢), (٢, -٢)$ (١٧) $(١٠, -٦), (١٤, ٦)$

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

(١٨) $(١٠, ١٢), (٢, -٢), (٢, ٢), (٢, -٢)$ م = ٤- (١٩) $(٥, -٢), (١٣, ٣)$ م = ٨

(٢٠) **معدل نمو الشعر:** طول شعر فاطمة ٢٥ سنتيمترًا. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتيمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضًا أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه:

الزمن (شهر)	٠	٣	٦
طول شعر فاطمة (سم)			

(أ) أكمل الجدول المجاور.

(ب) مثل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانيًا.

(ج) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟



مسائل مهارات التفكير العليا

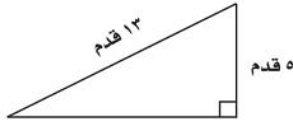
الرياضة مع الحياة

(٢١) **تبرير:** لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسّر ذلك.

(٢٢) **تحذّر:** إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدمًا تتحركها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟

(٢٣) **تحذّر:** أوجد قيمة د التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (أ، ب)، (ج، د) يساوي $\frac{1}{3}$.

(٢٤) **اكتب:** بين العلاقة بين معدل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم.



تتميز سيارات الدفع الرباعي بنظام حركي يوفر لها الأمان وسهولة الحركة على الطرق الرملية والجبليّة والوعرة.

تدريب على اختبار

(٢٦) **احتمال:** ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (١-٦) مرة واحدة؟

(أ) $\frac{5}{6}$ (ب) $\frac{1}{6}$
(ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{6}$

(٢٥) اشترت روان حاسوبًا بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد سنتين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟

(أ) ١٥٠٠ ريال. (ب) ٧٥٠ ريالًا.
(ج) ٢٥٠٠ ريال. (د) ١٢٥٠ ريالًا.

الإجابات في الصفحة التالية

مراجعة تراكمية

حلّ كل معادلة فيما يأتي بيانيًا: الدرس (٢-٤)

(٢٧) $٠ = ١٢ - ٨$ س

(٢٨) $٠ = ٣٢ - ٨$ س

(٢٩) $٠ = ١٨ + ٣$ س

(٣٠) حلّ المعادلة $٨ = |٣ - س|$. الدرس (٥-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج الطرح في كل مما يأتي:

(٣٤) $٨ - (٢-)$

(٣٣) $٣ - ٣$

(٣٢) $١٦ - ٤$

(٣١) $١٣ - (١-)$



$$\frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢} = م$$

$$\frac{(١٠ -) - ١٤}{٦ - ٦} =$$

$$\frac{٢٤}{٠} = \frac{١٠ + ١٤}{٠} =$$

غير معروف

$$\frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢} = م$$

$$\frac{٢ - ٢ -}{٢ - ٢ -} =$$

$$١ = \frac{٤ -}{٤ -} =$$

$$\frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢} = م$$

$$\frac{(٢ -) - ١}{٨ - ١} =$$

$$\frac{٣ -}{٧ -} = \frac{٢ + ١}{٧ -} =$$

(١٩) (٣، ١٣)، (٥، ٣)، م = ٨

$$\frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢} = م$$

$$\frac{(٥ -) - ١٣}{٣ - ٣} = ٨$$

$$\frac{٥ + ١٣}{٣ - ٣} = ٨$$

$$\frac{١٨}{٣ - ٣} = \frac{٨}{١}$$

$$(١٨) (١) = (٣ - ٣) (٨)$$

$$١٨ = ٣٨ - ٢٤$$

$$٢٤ - ١٨ = ٣٨ - ٢٤ - ٢٤$$

$$٦ - = ٣٨ -$$

$$\frac{٦ -}{٨ -} = \frac{٣٨ -}{٨ -}$$

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٦ -}{٨ -} = ٣$$

(١٨) (١٢، ١٠)، (٢، ٣)، م = ٤ -

$$\frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢} = م$$

$$\frac{١٠ - ٣}{١٢ - ٢ -} = ٤ -$$

$$\frac{١٠ - ٣}{١٤ -} = ٤ -$$

$$\frac{١٠ - ٣}{١٤ -} = \frac{٤ -}{١}$$

$$(٤ -) ١٤ - = (١٠ - ٣) (١)$$

$$٥٦ = ١٠ - ٣$$

$$١٠ + ٥٦ = ١٠ + ١٠ - ٣$$

$$٦٦ = ٣$$

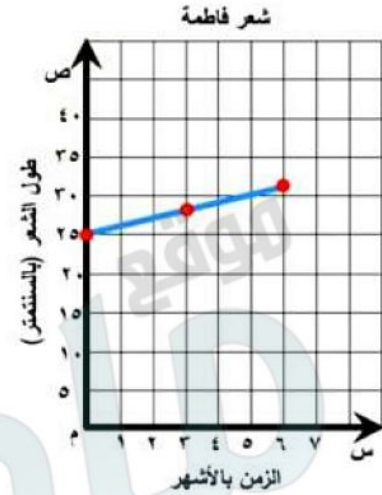
(٢٠) **معدل نمو الشعر:** طول شعر فاطمة ٢٥ سنتيمترًا. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتيمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضًا أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه:

(أ) أكمل الجدول المجاور.

الزمن (شهر)	٠	٣	٦
طول شعر فاطمة (سم)	٢٥	٢٨	٣١

(ج) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟

(ب) مثل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانيًا.



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير في طول الشهر}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٢٥ - ٢٨}{٠ - ٣} = \frac{٣}{٣} = ١$$

ازداد طول شعر فاطمة خلال ثلاثة أشهر بمقدار ٣ سم وذلك بمعدل تغير مقداره ١ سم كل شهر.

(٢١) **تبرير:** لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسّر ذلك.

الفرق في قيم س صفرًا دائمًا، والقسمة على صفر غير معرفة.

(٢٢) **تحذّر:** إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدمًا تتحركها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟

فرق الصادات = ٥ أقدام

فرق السينات =

$$\sqrt{٢(٥) - ٢(١٣)} = \sqrt{٢٥ - ١٦٩} = \sqrt{١٤٤} = ١٢$$

فرق السينات = ١٢

ميل الطريق = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

$$\text{ميل الطريق} = \frac{٥}{١٢}$$

(٢٣) تحدّد: أوجد قيمة د التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (أ، ب)، (ج، د) يساوي $\frac{1}{3}$.

$$\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \text{م}$$
$$\frac{\text{د} - \text{ب}}{\text{أ} - \text{ج}} = \frac{1}{3}$$

$$(2) (\text{د} - \text{ب}) = (1) (\text{أ} - \text{ج})$$

$$2\text{د} - 2\text{ب} = 2\text{أ} - 2\text{ج}$$

$$2\text{د} - 2\text{ب} + 2\text{ج} = 2\text{أ}$$

$$2\text{د} = 2\text{أ} + 2\text{ب} - 2\text{ج}$$

$$\frac{2\text{د}}{2} = \frac{2\text{أ} + 2\text{ب} - 2\text{ج}}{2}$$

$$\text{د} = \frac{2\text{أ} + 2\text{ب} - 2\text{ج}}{2}$$

(٢٤) اكتب: بيّن العلاقة بين معدّل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم.

يمكن استعمال الميل لوصف معدل التغير ومعدل التغير هو نسبة تصف كيف تتغير كمية بالنسبة إلى تغير كمية أخرى. وميل المستقيم هو نسبة أيضاً، ويمثل نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني.

(٢٥) اشترت روان حاسوباً بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد سنتين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟

(ب) ٧٥٠ ريالاً.

(أ) ١٥٠٠ ريال.

(د) ١٢٥٠ ريالاً.

(ج) ٢٥٠٠ ريال.

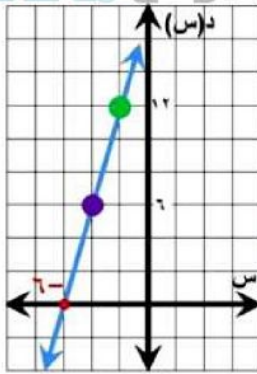
(٢٦) احتمال: ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (١-٦) مرة واحدة؟

(ب) $\frac{1}{6}$

(د) $\frac{1}{6}$

(أ) $\frac{5}{6}$

(ج) $\frac{1}{6}$

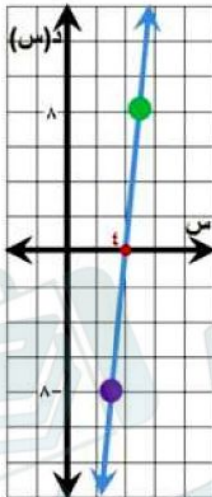


الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ١٨ + ٣س$

ولتمثيل الدالة بيانياً كون جدولاً

س	د(س) = $١٨ + ٣س$	د(س)	(س ، د(س))
-٤	$١٨ + (-٤)٣ = (-٤)$	٦	(٦ ، -٤)
-٢	$١٨ + (-٢)٣ = (-٢)$	١٢	(١٢ ، -٢)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند -٦ ، لذا فإن الحل هو $س = -٦$.

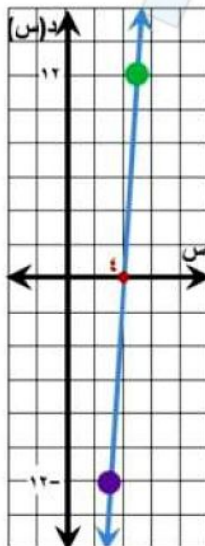


الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ٣٢ - ٨س$

ولتمثيل الدالة بيانياً كون جدولاً.

س	د(س) = $٣٢ - ٨س$	د(س)	(س ، د(س))
٣	$٣٢ - (٣)٨ = (٣)$	٨	(٨ ، ٣)
٥	$٣٢ - (٥)٨ = (٥)$	٨	(٨ ، ٥)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٤ ، لذا فإن الحل هو $س = ٤$.



الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ١٢س - ٤٨$

ولتمثيل الدالة بيانياً كون جدولاً.

س	د(س) = $١٢س - ٤٨$	د(س)	(س ، د(س))
٣	$٤٨ - (٣)١٢ = (٣)$	١٢	(١٢ ، ٣)
٥	$٤٨ - (٥)١٢ = (٥)$	١٢	(١٢ ، ٥)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٤ ، لذا فإن الحل هو $س = ٤$.

$$\text{س} - ٣ = ٨$$

$$\text{س} - ٣ = ٨$$

$$\text{س} - ٣ + ٣ = ٨ + ٣$$

$$\text{س} - ٣ + ٣ = ٨ + ٣$$

$$\text{س} = ١١$$

$$\text{س} = ١١$$

(٣١) $١٣ - (١ -)$

$$١٤ = ١ + ١٣ = (١ -) - ١٣$$

(٣٢) $١٦ - ٤$

$$١٢ - = ١٦ - ٤$$

(٣٣) $٣ - ٣ - = ٦ -$

(٣٤) $٦ - = ٢ + ٨ - = (٢ -) - ٨ -$



المتابعات الحسابية كدوال خطية

لماذا؟

في تدريب لسباق ٢٠٠٠ متر، سجل مدرب أوقات فريقه على النحو الآتي:

• ٤٠٠ متر في دقيقة و ٣٢ ثانية.

• ٨٠٠ متر في ٣ دقائق و ٤ ثوانٍ.

• ١٢٠٠ متر في ٤ دقائق و ٣٦ ثانية.

• ١٦٠٠ متر في ٦ دقائق و ٨ ثوانٍ.

وأنهى الفريق السباق كاملاً في زمن قدره ٧ دقائق و ٤٠ ثانية.

فيما سبق

درست الدوال الخطية

والآن

■ أتعرف المتابعات

الحسابية.

■ أمثل المتابعات

الحسابية بدوال خطية.

المضردات

المتابعة

الحد

المتابعة الحسابية

الأساس

تعرف المتابعات الحسابية: يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدوال خطية. والمتابعة هي مجموعة مرتبة من الأعداد، ويسمى كل عدد فيها **حدًا**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكون جدولاً، ثم حلل البيانات.

المسافة (متر)	٤٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠	٢٠٠٠
الزمن (ثواني، دقائق)	١:٣٢	٣:٠٤	٤:٣٦	٦:٠٨	٧:٤٠

$$١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ +$$

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و ٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت، فهي **متابعة حسابية**. ويسمى الفرق بين الحدين المتتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز «د».

مفهوم أساسي

المتابعة الحسابية

التعبير اللفظي: المتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى أساس المتابعة.

أمثلة:

$٣, ٥, ٧, ٩, ١١, \dots$
 $٢ +$
 $٢ = د$

$٣٣, ٢٩, ٢٥, ٢١, ١٧, \dots$
 $٤ -$
 $٤ = د$

أضف إلى

مطوياتك

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في المتابعة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود المتابعة التي لم تكتب.



تميز المتتابعة الحسابية

مثال ١

حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفّر إجابتك:

(ب) $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}, \dots$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{13}{16}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{13}{16}$$

ليست متتابعة حسابية؛ لأن الفرق بين كل حد والحد الذي يليه ليس ثابتاً.

(أ) $-4, -2, 0, 2, \dots$

$$-4 \quad -2 \quad 0 \quad 2$$

$$-4 + 2 = -2$$

$$-2 + 2 = 0$$

$$0 + 2 = 2$$

الفرق بين كل حد والحد الذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية.

تحقق من فهمك

(أ) $-26, -22, -18, -14, \dots$

الفرق بين كل حد والحد الذي يليه ثابت ، فالمتتابعة حسابية أساسها ٤

(ب) $1, 4, 9, 25, \dots$

ليست متتابعة حسابية ، لأن الفرق بين كل حد والحد الذي يليه ليس ثابت

تحقق من فهمك

(٢) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية: ٥، ٩، ١١، ٥، ١٢، ١٤، ...

– أوجد الأساس بطرح الحدود المتتالية

$$11 - 9,5 = 1,5 \quad \text{إذاً الأساس} = 1,5$$

– أضف ١,٥ إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي

$$14 = 1,5 + 12,5$$

$$17 = 1,5 + 15,5$$

$$18,5 = 1,5 + 17$$

$$20 = 1,5 + 18,5$$

الحدود الأربعة التالية هي: ٢٠، ١٨,٥، ١٧، ١٥,٥

إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة

إذا كانت حدود المتتابعة الحسابية متزايدة فالأساس موجب، وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب.



تاريخ الرياضيات

ابن حمزة المغربي:

عالم مسلم عاش في القرن ١٠ هـ، درس المتتابعات الحسابية والهندسية، والربط بينها، ليضع أسس علم اللوغاريتمات في كتابه "نحفة الأعداد لذوي الرشده والساد".

بناءً على المتتابعة الحسابية: ٣، -١٠، -٢٣، -٣٦، ... أجب عما يأتي:
(١٣) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة.

أوجد الأساس ،

(ج٣) مثل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانياً.

$$- ١٠ - ٣ = - ١٣$$

اكتب المعادلة

$$أ ن = ١ + (ن - ١) د$$

معادلة الحد النوني

$$= ٣ + (ن - ١) (- ١٣) \quad أ ١ = ٣ ، د - ١٣$$

$$= ٣ - ١٣ + ١٣$$

$$= - ١٣ + ١٦$$

عوض ١٥ بدلاً من ن في معادلة الحد النوني

$$أ ن = - ١٣ + ١٦$$

معادلة الحد النوني

$$أ ١٥ = - ١٣ + (١٥) ١٦$$

$$١٥ = ن$$

$$أ ١٥ = - ١٣ + ١٩٥$$

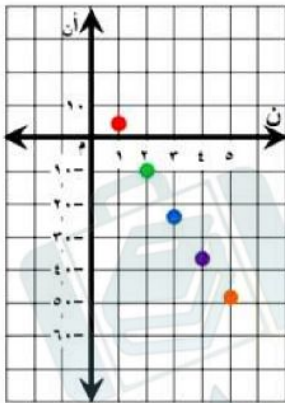
اضرب

$$أ ١٥ = - ١٧٩$$

بسط

إذاً الحد الخامس العشر في المتتابعة هو - ١٧٩

(ج٣) مثل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانياً.



ن	$- ١٣ + ن ١٦$	أ ن	(ن ، أ ن)
١	$- ١٣ + (١) ١٦$	٣	(٣ ، ١)
٢	$- ١٣ + (٢) ١٦$	- ١٠	(١٠ - ، ٢)
٣	$- ١٣ + (٣) ١٦$	- ٢٣	(٢٣ - ، ٣)
٤	$- ١٣ + (٤) ١٦$	- ٣٦	(٣٦ - ، ٤)
٥	$- ١٣ + (٥) ١٦$	- ٤٩	(٤٩ - ، ٥)

(د٣) ما الحد الذي قيمته (- ١١٤)؟

عوض - ١١٤ بدلاً من أ ن في معادلة الحد النوني

$$أ ن = - ١٣ + ١٦$$

$$- ١١٤ = - ١٣ + ١٦$$

$$- ١١٤ - ١٦ = - ١٣ - ١٦$$

$$- ١٣٠ = - ١٣$$

$$\frac{- ١٣٠}{- ١٣} = \frac{- ١٣}{- ١٣}$$

$$١٠ = ن$$

$$ن = ١٠$$

إذاً الحد الذي قيمته - ١١٤ هو الحد العاشر.

المتتابعات الحسابية والدوال: كما رأيت في المثال ٣ التمثيل البياني للحدود الأولى للمتتابعة الحسابية يظهر أنها تقع على خط مستقيم. فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يكون فيها (ن) متغيراً مستقلاً، أن متغيراً تابعاً، (د) هو الميل؛ لذا يمكن إعادة كتابة معادلة الحد النوني على صورة الدالة: $ق(ن) = (ن-١)د + أ$ ، حيث ن عدد صحيح موجب.

وعلى الرغم من أن مجال معظم الدوال الخطية هو الأعداد الحقيقية، فإن مجال الدالة في المثال ٣ هو مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة، ومداها هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

مثال ٤ من واقع الحياة المتتابعة الحسابية باعتبارها دالة

دعوة: المتتابعة الحسابية ٠,٢٥، ريال، ٠,٥٠، ريال، ٠,٧٥، ريال، ١، ريال، ... تمثل تكلفة الرسائل النصية التي أرسلها منصور لأصدقائه لحضور حفل زفافه مقابل إرساله رسالة واحدة، رسالتين، ٣ رسائل، ٤ رسائل، ...

(أ) اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة.

$$٠,٢٥, ٠,٥٠, ٠,٧٥, ١, \dots$$

الحد الأول في المتتابعة أ، هو ٠,٢٥، وأساسها ٠,٢٥ أيضاً.

$$أ = ٠,٢٥ + (ن-١)د \quad \text{معادلة الحد النوني}$$

$$٠,٢٥ = ٠,٢٥ + (١-١)د \quad \text{بسيط}$$

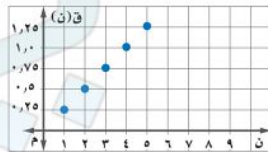
$$٠,٢٥ = ٠,٢٥ + ٠,٢٥ - ن \cdot ٠,٢٥ \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$٠,٢٥ = ٠$$

فتكون الدالة: $ق(ن) = ٠,٢٥$.

(ب) مثل الدالة بيانياً، وحدّد مجالها.

معدّل التغير للدالة ٠,٢٥، كوّن جدولاً للدالة، ثم عيّن النقاط بيانياً.



ن	ق(ن)
١	٠,٢٥
٢	٠,٥٠
٣	٠,٧٥
٤	١,٠٠
٥	١,٢٥

بما أن مجال الدالة هو عدد الرسائل التي بعثها منصور؛ لذا فالمجال $\{١, ٢, ٣, \dots\}$

تحقق من فهمك

(٤) **الوثب الطويل:** يبيّن الجدول الآتي أطوال وثبات محمد في أثناء تدريبه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوثبة	١	٢	٣	٤
طول الوثبة (متر)	٢	٢,١	٢,٢	٢,٣

(أ) اكتب دالة تمثّل المتتابعة الحسابية.

(ب) مثل الدالة بيانياً.



الربط مع الحياة

يُعَدُّ الرياضي السعودي حسين السبع أول واثب عربي يتخطى حاجز ٨ أمتار، وذلك بعد أن سجّل ٨,٠٤ أمتار في تصفيات دورة الألعاب الأولمبية بالعاصمة الصينية عام ٢٠٠٨م.

المصدر: وكالة الأنباء السعودية



٤) الوشب الطويل: يبين الجدول الآتي أطوال وثبات محمد في أثناء تدريبه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوشب	١	٢	٣	٤
طول الوشب (متر)	٢	٢,١	٢,٢	٢,٣

$$أ ن = ١ + (١ - ن) د$$

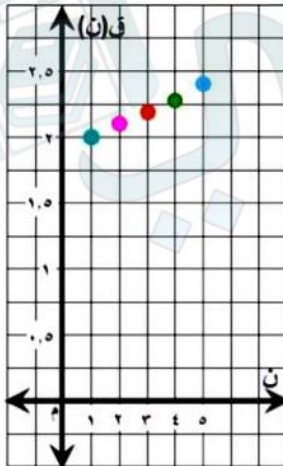
$$٢ = (١ - ١) + ١ د \quad ١ = ٢ \quad ٠,١ = د$$

$$٢ = ١ + ٠,١ ن - ٠,١ \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$١,٩ + ن = ٠,١$$

$$١,٩ + ن = ٠,١ \quad \text{فتكون الدالة: } ق(ن) = ٠,١ + ن$$

ب) مثل الدالة بيانيًا.



ن	ق(ن)
١	٢
٢	٢,١
٣	٢,٢
٤	٢,٣
٥	٢,٤

الإجابات في الصفحة التالية

تأكد

حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفّر إجابتك:

مثال ١

(١) ١٨، ١٦، ١٥، ١٣، ... (٢) ٤، ٩، ١٤، ١٩، ...

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

مثال ٢

(٣) ١٢، ٩، ٦، ٣، ... (٤) ٢، ٢، ٦، ١٠، ...

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانيًا:

مثال ٣

(٥) ١٥، ١٣، ١١، ٩، ... (٦) ١-، ٥-، ٠، ٥، ٠، ...

(٧) **توفير:** يملك يوسف ٥٢٥ ريالاً في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ ريالاً، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالاً. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالاً. اكتب دالة تعبر عن المتتابعة الحسابية، ثم مثلها بيانيًا.

مثال ٤

الإجابات في الصفحة التالية

تدرب وحل المسائل

حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفّر إجابتك:

مثال ١

(٨) ٣-، ١، ٥، ٩، ... (٩) $\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{7}{16}$ ، ...

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتابعة حسابية فيما يأتي:

مثال ٢

(١٠) ٠، ٠٨، ١، ١٤، ٢، ٢، ٣، ٠٠٠ (١١) ٢١، ١٩، ١٧، ١٥، ٠٠٠

(١٢) $\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ ، ٣، $\frac{1}{3}$ ، ٣، ٠٠٠ (١٣) $\frac{1}{4}$ ، ٠، $\frac{1}{4}$ ، ١، ٠٠٠

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانيًا:

مثال ٣

(١٤) ٣-، ٨-، ١٣-، ١٨-، ... (١٥) ٢-، ٣، ٨، ١٣، ...

(١٦) ٧٥-، ٠، ٥-، ٢٥-، ٠، ٠٠٠ (١٧) ١١-، ١٥-، ١٩-، ٢٣-، ...

(١٨) **حدائق ترفيهية:** لعب حمد وأصدقائه في مدينة الألعاب لعبتين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين

مثال ٤

كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، وبعد ثلاث ساعات ٦ ألعاب.

(أ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

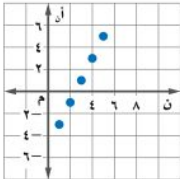
(ب) مثل الدالة بيانيًا، وحدد المجال.

(١٩) مستعملًا التمثيل البياني المجاور لمتتابعة حسابية:

(أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى.

(ب) اكتب معادلة الحد النوني.

(ج) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.



الإعلانات اليومية في الصحيفة

١٥ كلمات ٣٥ ريالاً	٢٠ كلمة ٥٠ ريالاً
١٥ كلمة ٢٥ ريالاً	٢٥ كلمة ٥٧,٥٠ ريالاً

(٢٠) **إعلانات:** تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب

عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبر عن تكاليف الإعلان،

ثم مثلها باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

(٢١) ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وأساسها ٢؟

وزارة التعليم

Ministry of Education

الدرس ٢-٦: المتتابعات الحسابية كدوال خطية ٨٧/٤٤٤ 2022

١ (١٨، ١٦، ١٥، ١٣، ...) ليست متتابعة حسابية ، لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابت.

٢ (٤، ٩، ١٤، ١٩، ...) الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت ، فالمتتابعة حسابية أساسها ٥.

(٤) -٢، ٢، ٦، ١٠، ...

الأساس $4 = (-2) - 2 = 4$

أضف ٤ إلى الحد الأخير في المتتابعة لإيجاد الحد التالي

$$14 = 4 + 10$$

$$18 = 4 + 14$$

$$22 = 4 + 18$$

الحدود الثلاثة هي : ١٤ ، ١٨ ، ٢٢

(٣) ١٢، ٩، ٦، ٣، ...

الأساس $3 - 9 = 12 - 9 = 3$

أضف -٣ إلى الحد الأخير في المتتابعة لإيجاد الحد التالي

$$0 = 3 - 3$$

$$-3 = 3 - 0$$

$$-6 = 3 - 3 - 0$$

الحدود الثلاثة هي : ٠ ، -٣ ، -٦

(٥) ١٥، ١٣، ١١، ٩، ...

معادلة الحد النوني بشكل عام $15 = 1 + (n - 1)d$

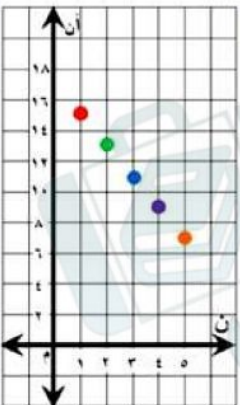
$$15 = 1 + (n - 1)d \quad 15 = 1 + d - d + (n - 1)d$$

$$15 = 1 + d - d + (n - 1)d \quad 15 = 1 + d - d + (n - 1)d$$

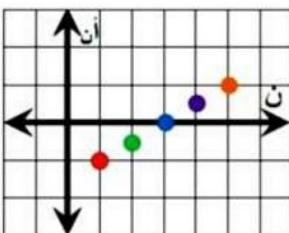
$$15 = 1 + d - d + (n - 1)d \quad 15 = 1 + d - d + (n - 1)d$$

$$15 = 1 + d - d + (n - 1)d \quad 15 = 1 + d - d + (n - 1)d$$

ن	$17 + 2n$	أن	(ن، أن)
١	$17 + (1)2 = 19$	١٥	(١٥، ١)
٢	$17 + (2)2 = 21$	١٣	(١٣، ٢)
٣	$17 + (3)2 = 23$	١١	(١١، ٣)
٤	$17 + (4)2 = 25$	٩	(٩، ٤)
٥	$17 + (5)2 = 27$	٧	(٧، ٥)



ن	$1.5 - 0.5n$	أن	(ن، أن)
١	$1.5 - (1)0.5 = 1.0$	١-	(١-، ١)
٢	$1.5 - (2)0.5 = 0.5$	٠,٥-	(٠,٥-، ٢)
٣	$1.5 - (3)0.5 = 0.0$	٠	(٠، ٣)
٤	$1.5 - (4)0.5 = -0.5$	٠,٥-	(٠,٥-، ٤)
٥	$1.5 - (5)0.5 = -1.0$	١-	(١-، ٥)



(٦) ١-، ٠,٥-، ٠، ٠,٥، ...

معادلة الحد النوني بشكل عام $1 = 1 + (n - 1)d$

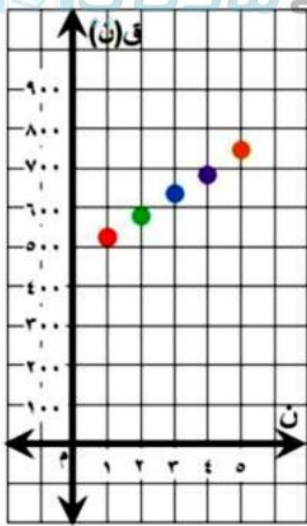
$$1 = 1 + (n - 1)d \quad 1 = 1 + d - d + (n - 1)d$$

$$1 = 1 + d - d + (n - 1)d \quad 1 = 1 + d - d + (n - 1)d$$

$$1 = 1 + d - d + (n - 1)d \quad 1 = 1 + d - d + (n - 1)d$$

$$1 = 1 + d - d + (n - 1)d \quad 1 = 1 + d - d + (n - 1)d$$

(٧) توفير، يملك يوسف ٥٢٥ ريالاً في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ ريالاً، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالاً. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالاً. اكتب دالة تعبر عن المتتابعة الحسابية، ثم مثلها بيانياً.



ن	ق(ن)
١	٥٢٥
٢	٥٨٠
٣	٦٣٥
٤	٦٩٠
٥	٧٤٥

معادلة الحد النوني بشكل عام $أ_n = ١ + (ن - ١) د$

$$٥٢٥ = ١ + (١ - ١) د \quad ٥٢٥ = ١ + ٠ د$$

خاصية التوزيع $٥٥ - ن + ٥٢٥ =$

$$٥٥ - ١ + ٥٢٥ =$$

فتكون الدالة: ق(ن) $٥٥ + ن = ٤٧٠$

(٨) $٣-، ١، ٥، ٩، ...$ الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية أساسها ٤.

(٩) $\frac{١}{٢}، \frac{٣}{٤}، \frac{٥}{٨}، \frac{٧}{١٦}، ...$ الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية أساسها ٤.

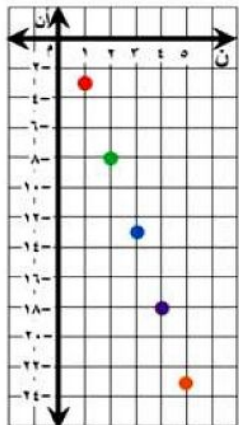
(١٠) $٠، ٠٢، ٠٨، ١٤، ٢٠، ٢٦، ٣٢، ٣٨، ...$ الحدود الثلاثة هي: $٤، ٢٦، ٣٢، ٣٨$ الأساس $١، ٠٦$

(١١) $٠، ١٥، ١٧، ١٩، ٢١، ...$ الحدود الثلاثة هي: $٩، ١١، ١٣$ الأساس $٢ -$

(١٢) $\frac{١}{٣}، \frac{٢}{٣}، ٣، ٤، \frac{١}{٣}، ...$ الحدود الثلاثة هي: $\frac{١}{٣}، ٤، \frac{١}{٣}$ الأساس $\frac{١}{٣} +$

(١٣) $\frac{١}{٢}، ٠، \frac{١}{٢}، ١، ...$ الحدود الثلاثة هي: $\frac{١}{٢}، ٢، \frac{١}{٢}$ الأساس $\frac{١}{٢} +$

(١٤) $٣-، ٨-، ١٣-، ١٨-، ...$



ن	٢ + ن -	أ_n	(ن، أ_n)
١	٢ + (١) -	٣-	(١، ٣)
٢	٢ + (٢) -	٨-	(٢، ٨)
٣	٢ + (٣) -	١٣-	(٣، ١٣)
٤	٢ + (٤) -	١٨-	(٤، ١٨)
٥	٢ + (٥) -	٢٣-	(٥، ٢٣)

معادلة الحد النوني بشكل عام $أ_n = ١ + (ن - ١) د$

$$٣- = ١ + (١ - ١) د \quad ٣- = ١ + ٠ د$$

خاصية التوزيع $٥ + ن - ٣ - =$

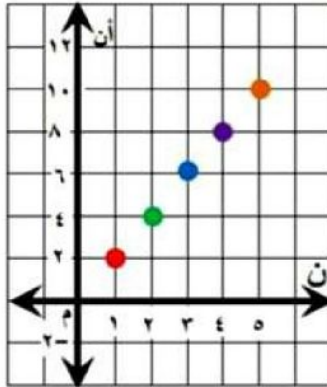
$$٥ + ١ - ٣ - =$$

بسط

(١٨) حدائق ترفيهية: لعب حمد وأصدقاؤه في مدينة الألعاب لعبتين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، وبعد ثلاث ساعات ٦ ألعاب.
(أ) اكتب دالة للتعبير عن المتابعة الحسابية.

ق (ن) = ٢ ن

(ب) مثل الدالة بيانيًا، وحدد المجال.



ن	ق(ن)
١	٢
٢	٤
٣	٦
٤	٨
٥	١٠

المجال = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }

(١٩) مستعملًا التمثيل البياني المجاور لمتابعة حسابية:

(أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى.
الحدود الخمسة الأولى هي: -٣ ، -١ ، ١ ، ٣ ، ٥

(ب) اكتب معادلة الحد النوني.
معادلة الحد النوني هي: $2n - 5$

(ج) اكتب دالة للتعبير عن المتابعة الحسابية.
دالة التعبير عن المتابعة الحسابية هي: $2n - 5$

(٢٠) إعلانات: تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب

عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبر عن تكاليف الإعلان،

ثم مثلها باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

الدالة هي: $f(n) = 1,5n + 20$

(٢١) ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وأساسها ٢؟

معادلة الحد النوني بشكل عام $1 + (n - 1) \cdot 2$

$2 = 1 + (2 - 1) \cdot 2$ $4 = 1 + (4 - 1) \cdot 2$

عوض $4 = 1 + (4 - 1) \cdot 2$

حساب ما بين القوسين $1 + (3) \cdot 2 = 7$

اضرب $6 + 1 = 7$

اطرح ٦ من كلا الطرفين $1 = 1$

الإجابات في الصفحة التالية

- (٢٢) متابعة حسابية أساسها -٥. إذا كان ١٢ يساوي ٢٢ فما قيمة ١؟
- (٢٣) ما الحد الذي قيمته -٣٦ في المتتابعة الحسابية ٢٨، ٢٠، ١٢، ٤، ...؟
- (٢٤) تمثيلات متعددة: في متتابعة فيبوناشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.
- والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...
- (أ) جبرياً: اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت $n \leq 3$.
- (ب) جبرياً: أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.
- (ج) تحليلياً: بين ما إذا كانت متتابعة فيبوناشي حسابية أم لا؟

مسائل مهارات التفكير العليا

- (٢٥) مسألة مفتوحة: كَوْن متتابعة حسابية أساسها -١٠.
- (٢٦) تحد: أوجد قيمة s التي تجعل $s+8$ ، $s+6$ ، $s+3$ الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية.
- (٢٧) بين إذا كانت المتتابعة: $s-1$ ، $s+3$ ، $s+5$ ، $s+8$ حسابية أم لا، وفسر إجابتك.
- (٢٨) تحد: بين هل المتتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.
- (أ) $2s+3$ ، $s+1$ ، $s+4$ ، $s+1$ ، ...
- (ب) $2s$ ، $s+2$ ، $s+4$ ، $s+8$ ، ...
- (٢٩) اكتب: وضح كيف تجد حداً معيناً في متتابعة حسابية، وكيف تكتب المتتابعة الحسابية كدالة خطية.

تدريب على اختبار

- (٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟
- (أ) $\{(2, 4), (1, 2), (3, -4), (6, 5), (0, -2)\}$
- (ب) $\{(2, 3), (4, 3), (5, -3), (1, -3)\}$
- (ج) $\{(2, -1), (1, -2), (3, 0), (3, -2)\}$
- (د) $\{(2, 0), (1, -2), (3, -4), (6, 5), (0, -2)\}$
- (٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: -٧، -٤، -١، ٢، ...
- (أ) $أ_n = 3n - 4$ (ب) $أ_n = 7n + 1$ (ج) $أ_n = 3n - 10$ (د) $أ_n = 7n - 4$

الإجابات في الصفحة التالية

مراجعة تراكمية

- (٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٩، ٢)، (-٣، ١). (الدرس ٢-١)
- حلّ كلّ من المعادلتين الآتيتين بيانياً: (الدرس ٢-٤)
- (٣٣) $3s + 3 = 1$
- (٣٤) $\frac{2}{3} = 1 - s$
- (٣٥) حلّ المعادلة $5s + 7 = -8$ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٣)
- (٣٦) حلّ المعادلة $3s = 12$. (الدرس ١-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

مثلّ كلّ من المعادلات الآتية بيانياً:

(٣٩) $8 = 2s + 4$

(٣٨) $4 = s - 3$

(٣٧) $8 = s - 3$

(٢٢) متتابعة حسابية أساسها -٥. إذا كان ١١ يساوي ٢٢ فما قيمة ١؟

$$\begin{aligned} \text{أن } 1 &= (n - 1) + d \\ 12 &= 1 + (12 - 1) + (-5) \\ 22 &= 1 + (22 - 1) + (-5) \\ 22 &= 1 + (11) + (-5) \\ 22 &= 11 - 5 \\ 77 &= 11 \end{aligned}$$

معادلة الحد النوني بشكل عام
ن = ١٢ ، د = -٥
عوض ١٢ = ٢٢
حساب ما بين القوسين
اضرب
أضف ٥٥ إلى الطرفين

(٢٣) ما الحد الذي قيمته -٣٦ في المتتابعة الحسابية ٢٨، ٢٠، ١٢، ٤، ...؟

$$\begin{aligned} \text{أن } 1 &= (n - 1) + d \\ -36 &= 1 + (n - 1) + (-8) \\ -64 &= (n - 1) + (-8) \\ 8 &= n - 1 \\ 9 &= n \end{aligned}$$

معادلة الحد النوني بشكل عام
أن = ٣٦ ، د = -٨
اطرح ٢٨ من الطرفين
اقسم كلا الطرفين على -٨
أضف ١ إلى الطرفين

إذاً الحد الذي قيمته -٣٦ هو الحد التاسع.

(٢٤) تمثيلات متعددة: في متتابعة فيبوناشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.

والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...

(أ) جبرياً: اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت $n \leq 3$. معادلة الحد النوني هي: $1 = 1 + 1$ ، $2 = 1 + 1$ ، $3 = 1 + 2$ ، $4 = 1 + 3$ ، $5 = 2 + 3$ ، $6 = 3 + 5$ ، $7 = 5 + 8$ ، $8 = 8 + 13$ ، $9 = 13 + 21$ ، $10 = 21 + 34$ ، $11 = 34 + 55$ ، $12 = 55 + 89$ ، $13 = 89 + 144$ ، $14 = 144 + 233$ ، $15 = 233 + 377$ ، $16 = 377 + 610$ ، $17 = 610 + 987$ ، $18 = 987 + 1597$ ، $19 = 1597 + 2584$ ، $20 = 2584 + 4181$ ، $21 = 4181 + 6765$ ، $22 = 6765 + 10946$ ، $23 = 10946 + 17711$ ، $24 = 17711 + 28657$ ، $25 = 28657 + 46368$ ، $26 = 46368 + 75025$ ، $27 = 75025 + 121393$ ، $28 = 121393 + 196418$ ، $29 = 196418 + 317811$ ، $30 = 317811 + 514229$ ، $31 = 514229 + 832040$ ، $32 = 832040 + 1346269$ ، $33 = 1346269 + 2178309$ ، $34 = 2178309 + 3524578$ ، $35 = 3524578 + 5702867$ ، $36 = 5702867 + 9227445$ ، $37 = 9227445 + 14760212$ ، $38 = 14760212 + 23782657$ ، $39 = 23782657 + 38543069$ ، $40 = 38543069 + 62325726$ ، $41 = 62325726 + 100868795$ ، $42 = 100868795 + 163194521$ ، $43 = 163194521 + 264063316$ ، $44 = 264063316 + 427257837$ ، $45 = 427257837 + 691321153$ ، $46 = 691321153 + 1118578990$ ، $47 = 1118578990 + 1810140143$ ، $48 = 1810140143 + 2928719133$ ، $49 = 2928719133 + 4738859276$ ، $50 = 4738859276 + 7667578409$ ، $51 = 7667578409 + 12406437685$ ، $52 = 12406437685 + 20074016094$ ، $53 = 20074016094 + 32480453779$ ، $54 = 32480453779 + 52554469873$ ، $55 = 52554469873 + 85034923672$ ، $56 = 85034923672 + 137589393545$ ، $57 = 137589393545 + 222624317217$ ، $58 = 222624317217 + 360213710762$ ، $59 = 360213710762 + 582838027979$ ، $60 = 582838027979 + 943051738741$ ، $61 = 943051738741 + 1525889766720$ ، $62 = 1525889766720 + 2468941505461$ ، $63 = 2468941505461 + 3994831272181$ ، $64 = 3994831272181 + 6463772777642$ ، $65 = 6463772777642 + 10458604049823$ ، $66 = 10458604049823 + 16922376827465$ ، $67 = 16922376827465 + 27381080877288$ ، $68 = 27381080877288 + 44303457704753$ ، $69 = 44303457704753 + 71684538582041$ ، $70 = 71684538582041 + 115987996286794$ ، $71 = 115987996286794 + 187672534868835$ ، $72 = 187672534868835 + 303660531155629$ ، $73 = 303660531155629 + 491333066024464$ ، $74 = 491333066024464 + 794993597180093$ ، $75 = 794993597180093 + 1286326663204557$ ، $76 = 1286326663204557 + 2081320260384650$ ، $77 = 2081320260384650 + 3367646923589207$ ، $78 = 3367646923589207 + 5448967183973857$ ، $79 = 5448967183973857 + 8816614107563064$ ، $80 = 8816614107563064 + 14265581291536921$ ، $81 = 14265581291536921 + 23082195399100985$ ، $82 = 23082195399100985 + 37347776690637906$ ، $83 = 37347776690637906 + 60430002089738891$ ، $84 = 60430002089738891 + 97777778780376797$ ، $85 = 97777778780376797 + 158207780870115688$ ، $86 = 158207780870115688 + 255985559650492485$ ، $87 = 255985559650492485 + 414193340520608182$ ، $88 = 414193340520608182 + 670178899171090667$ ، $89 = 670178899171090667 + 1084372239691698849$ ، $90 = 1084372239691698849 + 1754551138862789516$ ، $91 = 1754551138862789516 + 2838923378554488365$ ، $92 = 2838923378554488365 + 4593474517417277881$ ، $93 = 4593474517417277881 + 7432397895971766246$ ، $94 = 7432397895971766246 + 11925872413389044127$ ، $95 = 11925872413389044127 + 19358260309360810373$ ، $96 = 19358260309360810373 + 31284132722749854500$ ، $97 = 31284132722749854500 + 50642393032110664873$ ، $98 = 50642393032110664873 + 81926525754860519373$ ، $99 = 81926525754860519373 + 132568918786971184246$ ، $100 = 132568918786971184246 + 214495444541831703619$ ، $101 = 214495444541831703619 + 347064363328802887865$ ، $102 = 347064363328802887865 + 561559807870634591484$ ، $103 = 561559807870634591484 + 908624171199437479349$ ، $104 = 908624171199437479349 + 1470183979070072070833$ ، $105 = 1470183979070072070833 + 2378808150269509549182$ ، $106 = 2378808150269509549182 + 3848992129339581619015$ ، $107 = 3848992129339581619015 + 6227799279609091168207$ ، $108 = 6227799279609091168207 + 10076791408948672787222$ ، $109 = 10076791408948672787222 + 16304590688557763955429$ ، $110 = 16304590688557763955429 + 26381382097506436742651$ ، $111 = 26381382097506436742651 + 42685972786064200698080$ ، $112 = 42685972786064200698080 + 69067354883570637440731$ ، $113 = 69067354883570637440731 + 111753327669634838138811$ ، $114 = 111753327669634838138811 + 180820682553205475579542$ ، $115 = 180820682553205475579542 + 292574010222840313718353$ ، $116 = 292574010222840313718353 + 473394692776045789297895$ ، $117 = 473394692776045789297895 + 765968703008886103016248$ ، $118 = 765968703008886103016248 + 1239363395784931892314143$ ، $119 = 1239363395784931892314143 + 2005332098793817995330391$ ، $120 = 2005332098793817995330391 + 3244695494578749887644534$ ، $121 = 3244695494578749887644534 + 5250027593372567883074925$ ، $122 = 5250027593372567883074925 + 8494723087951317770719459$ ، $123 = 8494723087951317770719459 + 13744750681323885653794384$ ، $124 = 13744750681323885653794384 + 22239473769275203424513843$ ، $125 = 22239473769275203424513843 + 35984224450599089078308227$ ، $126 = 35984224450599089078308227 + 58223698219874292492822070$ ، $127 = 58223698219874292492822070 + 94207922670473381571130297$ ، $128 = 94207922670473381571130297 + 152431620890347674063952367$ ، $129 = 152431620890347674063952367 + 246639543560821055635082664$ ، $130 = 246639543560821055635082664 + 399071164451168729698935031$ ، $131 = 399071164451168729698935031 + 645710708012089785334017695$ ، $132 = 645710708012089785334017695 + 1044781872463258514932952726$ ، $133 = 1044781872463258514932952726 + 1690492580475348300267070421$ ، $134 = 1690492580475348300267070421 + 2735274452938606815199023147$ ، $135 = 2735274452938606815199023147 + 4425766033413955115466093568$ ، $136 = 4425766033413955115466093568 + 7161040486352561930665116715$ ، $137 = 7161040486352561930665116715 + 11626806519766517046131210283$ ، $138 = 11626806519766517046131210283 + 18787847006119078976796327008$ ، $139 = 18787847006119078976796327008 + 30414653525885596022927537291$ ، $140 = 30414653525885596022927537291 + 49202490532004674999723864309$ ، $141 = 49202490532004674999723864309 + 79617144057890271022651401600$ ، $142 = 79617144057890271022651401600 + 128819634590894946022375265909$ ، $143 = 128819634590894946022375265909 + 208436778648785217045026667508$ ، $144 = 208436778648785217045026667508 + 337256413239679163067401933417$ ، $145 = 337256413239679163067401933417 + 545693191888464380112428600925$ ، $146 = 545693191888464380112428600925 + 891389605128143543179830534342$ ، $147 = 891389605128143543179830534342 + 1437082796256607923292259065267$ ، $148 = 1437082796256607923292259065267 + 2328472401384751466472089609609$ ، $149 = 2328472401384751466472089609609 + 3765555197641359389764348674876$ ، $150 = 3765555197641359389764348674876 + 6094027599026110856236438284485$ ، $151 = 6094027599026110856236438284485 + 9959582796667470246000786959361$ ، $152 = 9959582796667470246000786959361 + 16053610395693581102237225243846$ ، $153 = 16053610395693581102237225243846 + 26013193192360951348238012203207$ ، $154 = 26013193192360951348238012203207 + 41966803588054532450475237447053$ ، $155 = 41966803588054532450475237447053 + 68000000000000000000000000000000$ ، $156 = 68000000000000000000000000000000 + 110966803588054532450475237447053$ ، $157 = 110966803588054532450475237447053 + 180966803588054532450475237447053$ ، $158 = 180966803588054532450475237447053 + 291966803588054532450475237447053$ ، $159 = 291966803588054532450475237447053 + 472966803588054532450475237447053$ ، $160 = 472966803588054532450475237447053 + 764966803588054532450475237447053$ ، $161 = 764966803588054532450475237447053 + 1237966803588054532450475237447053$ ، $162 = 1237966803588054532450475237447053 + 2002966803588054532450475237447053$ ، $163 = 2002966803588054532450475237447053 + 3240966803588054532450475237447053$ ، $164 = 3240966803588054532450475237447053 + 5243966803588054532450475237447053$ ، $165 = 5243966803588054532450475237447053 + 8484966803588054532450475237447053$ ، $166 = 8484966803588054532450475237447053 + 13728966803588054532450475237447053$ ، $167 = 13728966803588054532450475237447053 + 22213966803588054532450475237447053$ ، $168 = 22213966803588054532450475237447053 + 35938966803588054532450475237447053$ ، $169 = 35938966803588054532450475237447053 + 58152966803588054532450475237447053$ ، $170 = 58152966803588054532450475237447053 + 93105966803588054532450475237447053$ ، $171 = 93105966803588054532450475237447053 + 151258966803588054532450475237447053$ ، $172 = 151258966803588054532450475237447053 + 244363966803588054532450475237447053$ ، $173 = 244363966803588054532450475237447053 + 395622966803588054532450475237447053$ ، $174 = 395622966803588054532450475237447053 + 640086966803588054532450475237447053$ ، $175 = 640086966803588054532450475237447053 + 103570966803588054532450475237447053$ ، $176 = 103570966803588054532450475237447053 + 16757966803588054532450475237447053$ ، $177 = 16757966803588054532450475237447053 + 27115066803588054532450475237447053$ ، $178 = 27115066803588054532450475237447053 + 43872966803588054532450475237447053$ ، $179 = 43872966803588054532450475237447053 + 71988066803588054532450475237447053$ ، $180 = 71988066803588054532450475237447053 + 115860966803588054532450475237447053$ ، $181 = 115860966803588054532450475237447053 + 187848966803588054532450475237447053$ ، $182 = 187848966803588054532450475237447053 + 303709966803588054532450475237447053$ ، $183 = 303709966803588054532450475237447053 + 491558966803588054532450475237447053$ ، $184 = 491558966803588054532450475237447053 + 791268966803588054532450475237447053$ ، $185 = 791268966803588054532450475237447053 + 128282966803588054532450475237447053$ ، $186 = 128282966803588054532450475237447053 + 207409966803588054532450475237447053$ ، $187 = 207409966803588054532450475237447053 + 335692966803588054532450475237447053$ ، $188 = 335692966803588054532450475237447053 + 543092966803588054532450475237447053$ ، $189 = 543092966803588054532450475237447053 + 886185966803588054532450475237447053$ ، $190 = 886185966803588054532450475237447053 + 1429278966803588054532450475237447053$ ، $191 = 1429278966803588054532450475237447053 + 2315463966803588054532450475237447053$ ، $192 = 2315463966803588054532450475237447053 + 3744742966803588054532450475237447053$ ، $193 = 3744742966803588054532450475237447053 + 6059206966803588054532450475237447053$ ، $194 = 6059206966803588054532450475237447053 + 986894966803588054532450475237447053$ ، $195 = 986894966803588054532450475237447053 + 160281566803588054532450475237447053$ ، $196 = 160281566803588054532450475237447053 + 260571066803588054532450475237447053$ ، $197 = 260571066803588054532450475237447053 + 420852636803588054532450475237447053$ ، $198 = 420852636803588054532450475237447053 + 6814236966803588054532450475237447053$ ، $199 = 6814236966803588054532450475237447053 + 1102276336803588054532450475237447053$ ، $200 = 1102276336803588054532450475237447053 + 1783700036803588054532450475237447053$ ، $201 = 1783700036803588054532450475237447053 + 2885976376803588054532450475237447053$ ، $202 = 2885976376803588054532450475237447053 + 4669676416803588054532450475237447053$ ، $203 = 4669676416803588054532450475237447053 + 7555652796803588054532450475237447053$ ، $204 = 7555652796803588054532450475237447053 + 1221532916803588054532450475237447053$ ، $205 = 1221532916803588054532450475237447053 + 1977098196803588054532450475237447053$ ، $206 = 1977098196803588054532450475237447053 + 3208631116803588054532450475237447053$ ، $207 = 3208631116803588054532450475237447053 + 5185729236803588054532450475237447053$ ، $208 = 5185729236803588054532450475237447053 + 8404360356803588054532450475237447053$ ، $209 = 840436$

(٢٥) مسألة مفتوحة: كَوْن متتابعة حسابية أساسها -١٠.

المتتابعة الحسابية هي: ٢، -٨، -١٨، -٢٨، -٣٨

(٢٦) تحدّد: أوجد قيمة س التي تجعل س+٨، س+٤، س+٦، س+٣ الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية.

$$س + ٦ + (س + ٨) - ٣س = (س + ٤) + ٦$$

$$٣س - ٢ = ٢ - س$$

$$٤س - ٢ = ٦ - س \quad \text{اضف س للطرفين}$$

$$٤س = ٤ \quad \text{اضف ٢ للطرفين}$$

$$س = ١ \quad \text{اقسم الطرفين على ٤}$$

$$قيمة س = ١$$

(٢٧) بيّن إذا كانت المتتابعة: س-١، س+٣، س+٢، س+٥، س+٥، ... حسابية أم لا، وفسّر إجابتك.

المتتابعة حسابية، الفرق بين أي حدين متتالين ثابت، الأساس ٢ س + ٣

(٢٨) تحدّد: بيّن هل المتتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

$$(أ) ٢س + ١، ٣س + ١، ٤س + ١، ...$$

المتتابعة حسابية، الفرق بين أي حدين متتالين ثابت، الأساس س

$$\text{الحدود الثلاثة التالية: } ٥س + ١، ٦س + ١، ٧س + ١$$

(ب) ٢س، ٤س، ٨س، ... ليست حسابية، الفرق بين أي حدين متتالين غير ثابت.

(٢٩) اكتب: وضح كيف تجد حدًا معينًا في متتابعة حسابية، وكيف تكتب المتتابعة الحسابية كدالة خطية.

أوجد أولاً الأساس للمتتابعة المعطاة.

ثم استعمل الصيغة أن - ١ + (ن - ١) د في التعويض عن ن بترتيب الحد المطلوب.

فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يمثل فيها د الميل، ن المتغير المستقل، أن المتغير التابع.

(ج) $\{(٢, ١-), (١-, ٢-), (٣, ٠), (٣, ٢-)\}$

(أ) $\{(٢, ٤), (١-, ٢), (٣-, ٤), (٦, ٥-)\}$

(د) $\{(٢, ٠), (١-, ٢), (٣-, ٤), (٦, ٥-)\}$

(ب) $\{(٦, ٣), (٤, ٣), (٥-, ٣), (١-, ٣)\}$

٣١ أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: $٧-, ٤-, ١-, ٢, ...$

(د) $٤ + ٧ن = أن$

(ج) $١٠ - ٣ن = أن$

(ب) $١ + ٧ن = أن$

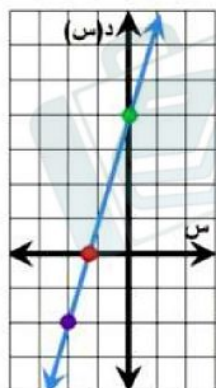
(أ) $٤ - ٣ن = أن$

٣٢ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(٢, ٩)$ ، $(١-, ٣-)$.

$$\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = م$$

$$\frac{٢ - ١ -}{٩ - ٣ -} =$$

$$\frac{١}{٤} = \frac{٣ -}{١٢ -}$$



س	د(س) = $٤ + ٣س$	د(س)	(س, د(س))
٢-	$٤ + (٢-)٣ = (٢-)$	٢-	(٢-, ٢-)
٠	$٤ + (٠)٣ = (٠)$	٠	(٠, ٠)

(٣٣) $١- = ٣ + ٣س$

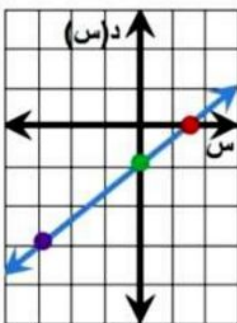
$١- = ٣ + ٣س$

$١ + ١- = ١ + ٣ + ٣س$

$٠ = ٤ + ٣س$

الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ٤ + ٣س$

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $-\frac{٤}{٣}$ لذا فإن الحل هو $س = -\frac{٤}{٣}$



س	د(س) = $١ - \frac{٢}{٣}س$	د(س)	(س, د(س))
٣-	$١ - (٣-) \frac{٢}{٣} = (٣-)$	٣-	(٣-, ٣-)
٠	$١ - (٠) \frac{٢}{٣} = (٠)$	١-	(١-, ٠)

(٣٤) $٠ = ١ - \frac{٢}{٣}س$

$٠ = ١ - \frac{٢}{٣}س$

الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ١ - \frac{٢}{٣}س$

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $\frac{٣}{٢}$ ، لذا فإن الحل هو $س = \frac{٣}{٢}$

$$٨ - = ٧ + ٥$$

$$٧ - ٨ - = ٧ - ٧ + ٥$$

$$١٥ - = ٥$$

$$\frac{١٥ -}{٥} = \frac{٥}{٥}$$

$$٣ - = ٥$$

للتحقق من الحل:

$$٨ - = ٧ + ٥$$

$$٨ - = ٧ + (٣ -) ٥$$

$$٨ - = ٧ + ١٥ -$$

$$٨ - = ٨ -$$

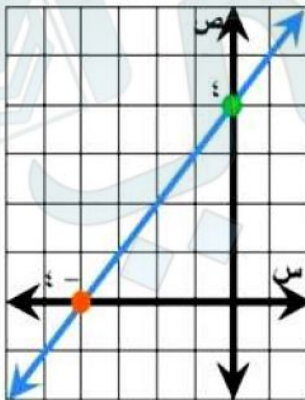
(٣٦) حُلّ المعادلة: $١٢ - = ٣$ س

$$١٢ - = ٣$$

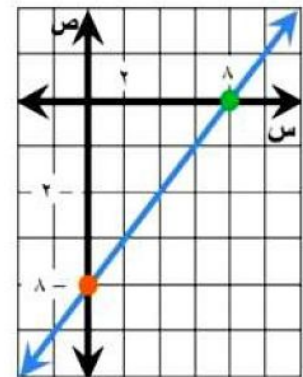
$$\frac{١٢ -}{٣} = \frac{٣}{٣}$$

$$٤ - = ٣$$

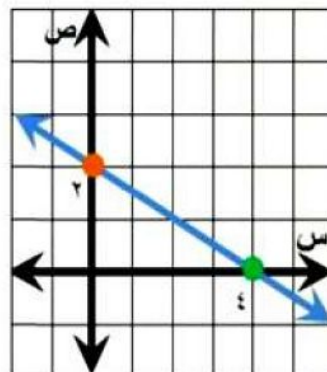
(٣٨) $٤ - = ٣ - ٥$ س



(٣٧) $٨ - ٣ = ٥$ ص



(٣٩) $٨ = ٢س + ٤ص$



الإجابات في الصفحة التالية

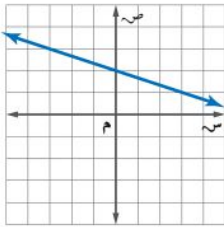
أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(١٢) $(٨, ٥), (٧, ٣-)$

(١٣) $(٢, ٥), (٢, ٣-)$

(١٤) $(٤, ٦), (٣, ٦-)$

(١٥) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل؟



(أ) $٣-$

(ب) $\frac{1}{3}-$

(ج) ٣

(د) $\frac{1}{3}$

(١٦) **اختيار من متعدد:** ما قيمة r التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(٠, ١), (٣, r)$ يساوي ٢ ؟

(أ) $\frac{2}{5}$ (ج) ٣

(ب) $\frac{5}{2}$ (د) $٣-$

(١٧) أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة:

$٥, ٦, ٨, ١١, ١٥, \dots$

بين ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت حسابية فما أساسها؟

(١٨) $٤٠-, ٣٢-, ٢٤-, ١٦-, \dots$

(١٩) $٧٥, ٥٠, ١٥, ٣٠, ٦٠, ١٢٠, \dots$

(١) مثل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانيًا،

ثم حدّد كلّاً من مجالها ومداها:

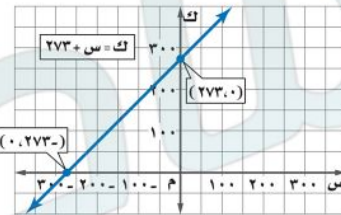
$\{(٣, ٠), (٢, ١), (٠, ١-), (٣, ٤-), (٢, ٣-)\}$

إذا كان $د(س) = ٢ - س$ ، $هـ(س) = ٧ + س$

فأوجد قيمة كل من:

(٢) $هـ(٣)$ (٣) $د(٦-ص)$

(٤) **درجة الحرارة:** يبيّن الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية (س) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن (ك).



(أ) حدّد كلّاً من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسّر ذلك.

(ب) أوجد المقطع $س$ والمقطع $ك$ ، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟

مثل كلّاً من المعادلات الآتية بيانيًا:

(٥) $ص + س = ٢$

(٦) $ص = ٤$

(٧) $ص + ٢ = ١-$

(٨) $٣-س = ٥-ص$

حلّ كلّ معادلة مما يأتي بيانيًا:

(٩) $٤س + ٢ = ٠$

(١٠) $٣-٦ = ٠س$

(١١) $١٢س = ٤س + ١٦$

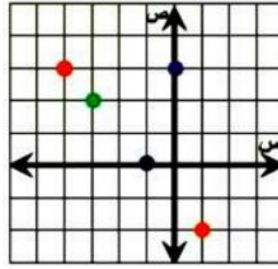
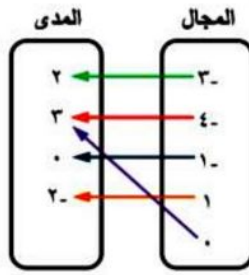
الإجابات في الصفحة التالية



(١) مثل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانياً،

ثم حدّد كلّاً من مجالها ومدّها:

$\{(3, 0), (2, -1), (0, 1), (3, 4), (2, 3)\}$.



ص	س
٢	٣-
٣	٤-
٠	١-
٢-	١
٣	٠

المجال هو: $\{3, 2, 0, 3, 2\}$ ، والمدى هو: $\{0, -1, 1, 4, 3\}$

(٣) د (٦ ص)

د (٦ ص) $2 - 5 = (6 - 6)$

$$12 + 5 =$$

إذا كان د (س) $2 - 5 = (س)$ ، هـ (س) $7 + 2 = (س)$ فأوجد قيمة كل من:

(٢) هـ (٣) $7 + 2(3) = (3)$ هـ (٣)

$$30 = 21 + 9 =$$

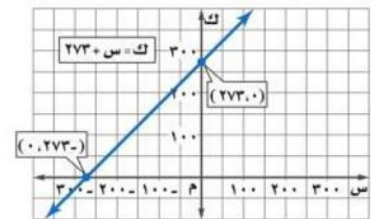
(١) حدّد كلّاً من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسّر ذلك.

المتغير المستقل: درجات الحرارة السيليزية

المتغير التابع: درجات الحرارة على مقياس كلفن

التفسير: درجة الحرارة على مقياس كلفن تعتمد على درجة الحرارة السيليزية.

(٤) درجة الحرارة: يبيّن الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية (س) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن (ك).



(ب) أوجد المقطع س والمقطع ك، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟

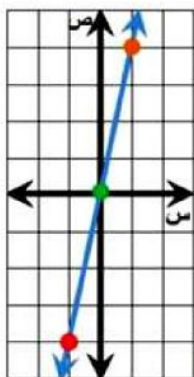
بما أن المستقيم يقطع محور س في النقطة $(0, 273)$

إذا فالمقطع س هو 273 ، ويعني ذلك 273 سيليزية $= 0$ كلفن

بما أن المستقيم يقطع محور ك في النقطة $(0, 3)$

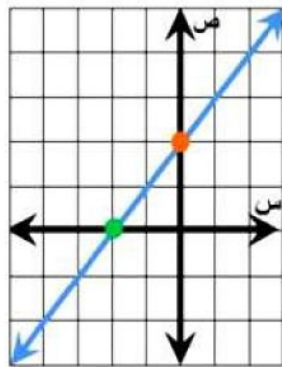
إذا فالمقطع ك هو 273 ويعني ذلك أن: 0 سيليزية $= 273$ كلفن

(۶) ص = ۴س

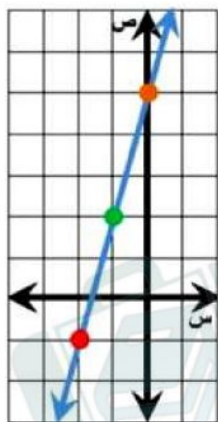


س	۴س	ص	(س، ص)
۱-	۴ (۱-)	۴-	(۴-، ۱-)
۰	۴ (۰)	۰	(۰، ۰)
۱	۴ (۱)	۴	(۴، ۱)

(۵) ص = ۲س

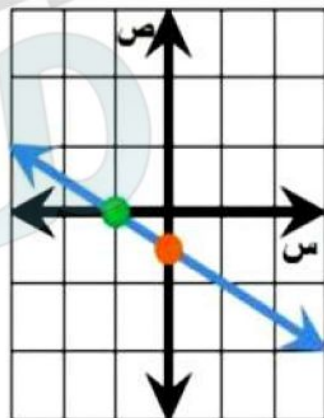


(۸) ۳س - ۵ = ص



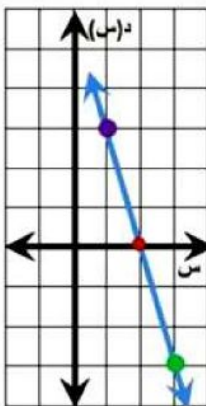
س	۳س + ۵	ص	(س، ص)
۲-	۳ (۲-) + ۵	۱-	(۱-، ۲-)
۱-	۳ (۱-) + ۵	۲	(۲، ۱-)
۰	۳ (۰) + ۵	۵	(۵، ۰)

(۷) ۲س + ۱ = ص



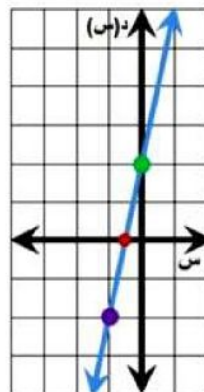
(۱۰) ۳س - ۶ = ۰

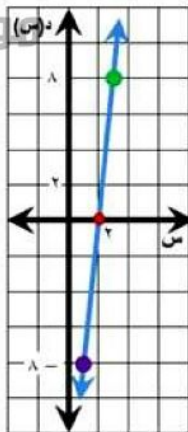
س	د(س)	د(س) = ۳س - ۶	(س، د(س))
۱	۳	د(۱) = ۳ - ۶ = (۱)	(۳، ۱)
۳	۳-	د(۳) = ۳ - ۶ = (۳)	(۳-، ۳)



(۹) ۴س + ۲ = ۰

س	د(س)	د(س) = ۴س + ۲	(س، د(س))
۱-	۲-	د(۱-) = ۴ (۱-) + ۲ = (۱-)	(۲-، ۱-)
۰	۲	د(۰) = ۴ (۰) + ۲ = (۰)	(۲، ۰)





س	د(س) = ١٦ - ٨س	د(س)	س د(س) (س)
١	د(١) = ١٦ - (١)٨ = ٨	٨-	(٨-، ١)
٣	د(٣) = ١٦ - (٣)٨ = ٨	٨	(٨، ٣)

$$١٢(١٢)س + ٤ = ١٦$$

$$(١٤) (٤، ٦)، (٣-، ٦)$$

$$\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = م$$

$$\frac{(٣-) - ٤}{٦ - ٦} =$$

$$\frac{٧}{٠} = \frac{٣ + ٤}{٠} = \text{غير معروف}$$

$$(١٣) (٢-، ٥)، (٢-، ٣)$$

$$\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = م$$

$$\frac{(٢-) - ٢-}{٥ - ٣} =$$

$$\frac{٠}{٢-} = \frac{٢ + ٢-}{٢-} =$$

$$(١٢) (٨، ٥)، (٧، ٣-)$$

$$\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١} = م$$

$$\frac{٨ - ٧}{٥ - ٣-} =$$

$$\frac{١}{٨} = \frac{١-}{٨-} =$$

(١٦) اختيار من متعدد: ما قيمة ر التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (٠، ١)، (٣، ر) يساوي ٢؟

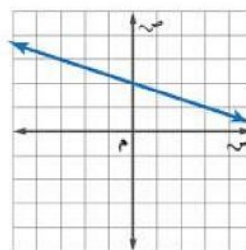
$$(ج) ٣$$

$$(د) ٣-$$

$$(ب) \frac{٥}{٢}$$

$$(أ) \frac{٢}{٥}$$

(١٥) اختيار من متعدد: أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل؟



$$(أ) ٣-$$

$$(ب) \frac{١}{٣}-$$

$$(ج) ٣$$

$$(د) \frac{١}{٣}$$

(١٧) أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة:

الحدود الثلاثة التالية هي: ٢٠، ٢٦، ٣٣

٥٦، ٨٠، ١١٠، ١٥٠، ...

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية وأساسها ٨

(١٨) -٤٠، -٣٢، -٢٤، -١٦، ...

ليست متتابعة حسابية، لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتاً

(١٩) ٧٥، ٠، ٥، ١، ٣، ٦، ١٢، ...

اختيار من متعدد

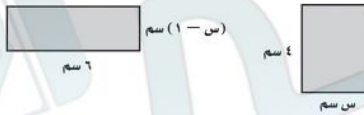
٤) الجدول الآتي يبين تكلفة شراء عدد من الوجبات (ن) وخدمة التوصيل.

عدد الوجبات	التكلفة (ريال)
١	٦٠
٢	٨٥
٣	١١٠
٤	١٣٥

أي المعادلات الآتية تعبر عن الموقف؟

- (أ) $35 + 25 = \text{د(ن)}$ (ب) $25 + 30 = \text{د(ن)}$
 (ج) $25 + 35 = \text{د(ن)}$ (د) $30 + 35 = \text{د(ن)}$

٥) إذا كان للشكلين الآتيين المساحة نفسها، فأوجد قيمة س.



- (أ) ٣ (ب) ٤
 (ج) ٥ (د) ٦

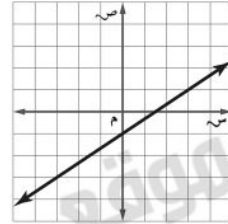
٦) الجدول أدناه يبين كميات الأمطار بعد عدد معين من الساعات.

الساعة (س)	١	٢	٣	٤
الكمية (ص)	٠,٤٥	٠,٩	١,٣٥	١,٨

ما الدالة الخطية التي تعبر عن الموقف؟

- (أ) $ص = ٠,٤٥ س$ (ب) $ص = ٠,٤٥ س$
 (ج) $ص = ٠,٩ س$ (د) $ص = ١,٨ س$

١) أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل أدناه؟



- (أ) $-\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$
 (ج) $-\frac{2}{3}$ (د) $\frac{2}{3}$

٢) أوجد معدل التغير للدالة الخطية بناءً على الجدول أدناه.

ساعات العمل	١	٢	٣	٤
الأجر (ريال)	٥٥	١١٠	١٦٥	٢٢٠

- (أ) زيادة ٦٥ ريالاً في الساعة.
 (ب) زيادة ٥٥ ريالاً في الساعة.
 (ج) نقصان ٥٥ ريالاً في الساعة.
 (د) نقصان ٦٥ ريالاً في الساعة.

٣) ما معادلة الحد النوني للمتتابعة:
 ٢، -١، ٤، -٧، ١٠، -١٣، ... ؟

- (أ) $١ - ٢٢ = \text{أ(ن)}$ (ب) $٤ + ٢٢ = \text{أ(ن)}$
 (ج) $٢ + ٢٣ = \text{أ(ن)}$ (د) $٥ - ٢٣ = \text{أ(ن)}$

إجابة مطولة

(٩) أطلق بالون من ارتفاع ٦٠ قدمًا فوق سطح الأرض لأعلى، إذا كان معدل ارتفاع البالون ١٥ قدمًا/ الدقيقة.

(أ) فأوجد ارتفاع البالون بعد: دقيقة، دقيقتين، ٣ دقائق، ٤ دقائق من إطلاقه.

$$\text{ارتفاع البالون بعد دقيقة} = 1 \times 15 + 60 = 75 \text{ قدم}$$

$$\text{ارتفاع البالون بعد دقيقتين} = 2 \times 15 + 60 = 90 \text{ قدم}$$

$$\text{ارتفاع البالون بعد ٣ دقائق} = 3 \times 15 + 60 = 105 \text{ قدم}$$

$$\text{ارتفاع البالون بعد ٤ دقائق} = 4 \times 15 + 60 = 120 \text{ قدم}$$

(ب) إذا كانت ز تعبر عن الزمن الذي أطلق بعده البالون، ع تمثل ارتفاع البالون، فعبر عن الموقف بمتابعة حسابية.

$$5 = 15 + 60$$

(ج) استعمل المعادلة في الفرع ب لإيجاد ارتفاع البالون بعد ٨ دقائق من إطلاقه.

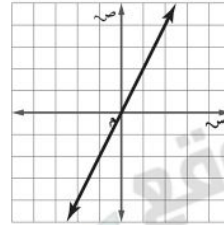
$$60 + 15 = ع$$

$$60 + 15 = (٨)$$

$$60 + 120 = 180 \text{ قدم}$$

إجابة قصيرة

(٧) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل أدناه.

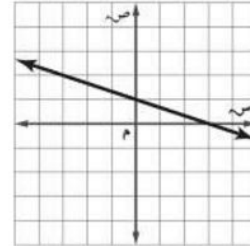


بما أن المستقيم يمر في نقطة الأصل (٠، ٠)، إذاً:

المقطع السيني = ٠

المقطع الصادي = ٠

(٨) استعمل التمثيل البياني أدناه لحل المعادلة: $1 - \frac{1}{3}س + ١ = ٠$



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٣

لذا فإن الحل هو $س = ٣$

للمساعدة ..

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	إذا لم تجب عن السؤال
٦-٢	٣-٢	٣-٢	٦-٢	٤-١	١-١	٦-٢	٥-٢	٥-٢	فراجع الدرس ..